

はじめよう経済学 ー 解答編 ー

第2講 価格弾力性

第2講では、需要の価格弾力性を中心に学んでいきます。初めて経済学を学ぶ人にとって、需要の価格弾力性の式を理解することがミクロ経済学の一つ目の山かもしれません。授業でも出てきましたが、需要の価格弾力性 ϵ_D の式は次のような形をしていました。

$$\epsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} \quad \text{もしくは、} \quad \epsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x}$$

これらの式はどちらも覚えなければいけない式になりますが、丸暗記するというよりも、式の意味を理解したり、計算問題を何問も解いているうちに自然と覚えているケースも多いように思います。この第2講では計算問題を通じて、これらの式の意味と使い方をしっかりと理解することを目指して頑張りましょう。第1講と関連させると、「需要の価格弾力性」は需要曲線に関する内容になり、後に出てくる「供給の価格弾力性」は供給曲線に関する内容になります。

<第2講のノーテーション>

P : 財の価格

x : 財の数量

ΔP : 価格の変化分

Δx : 数量の変化分

ϵ_D : 需要の価格弾力性

ϵ_S : 供給の価格弾力性

目次

1. 需要の価格弾力性の意味	2
2. 需要の価格弾力性の計算①	5
3. 需要の価格弾力性の計算②	8
4. 供給の価格弾力性	16

<補足一覧>

1. x は需要量?	p.3	5. 需要の価格弾力性の「公式」?	p.13
2. 需要の価格弾力性の式の意味	p.4	6. 需要曲線が「曲線」のときの ϵ_D	p.14
3. ϵ_D は「単位」の影響を受けない!	p.8	7. x は供給量?	p.17
4. 直線である需要曲線上の ϵ_D	p.13	8. 原点を通る直線の供給曲線上の ϵ_S	p.19

1. 需要の価格弾力性の意味

需要の価格弾力性 ε_D (イプシロン・ディーと読む; D は大文字であるが, 右下に小さく書き, D は ε の添え字 (インデックス) である) の式には次の 2 通りがある。

- 変化分を使うバージョン (変化分バージョン)

$$\varepsilon_D = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{-\frac{\Delta P}{P}}$$

- 微分を使うバージョン (微分バージョン)

$$\varepsilon_D = \frac{\frac{dx}{x} \cdot \frac{P}{x}}{-\frac{dP}{dP} \cdot \frac{P}{x}}$$

* この 2 式は覚えておきましょう!

ちなみに, 「変化分バージョン」の形を次のように変形していくことで「微分バージョン」の形を導くことができるので, 「変化分バージョン」を先に覚えたいところである。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\Delta x}{x} \div \frac{\Delta P}{P} = -\frac{\Delta x}{x} \times \frac{P}{\Delta P} = -\frac{\Delta x}{\Delta P} \cdot \frac{P}{x} \equiv -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x}$$

どちらのバージョンの式であれ, 需要の価格弾力性 ε_D は

「価格 P が 1% **上昇** したときの, 需要量 x の **減少** 率」

を意味している。(「価格 P が 1% 下落したときの, 需要量 x の増加率」と考えてもよい)

したがって, 需要の価格弾力性が $\varepsilon_D = \underline{3}$ であれば,

「価格が 1% 上昇したときに, 需要量が 3% 減少する」

もしくは,

「価格が 1% 下落したときに, 需要量が 3% 増加する」

ということになるのである。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。

- (**需要の価格弾力性**) とは, 価格が 1% 上昇 (下落) したときの需要量の減少率 (増加率) のことであり, ε_D と表記することが多い。
- $\varepsilon_D = 5$ のとき, 価格が 1% 上昇したときの需要量の減少率は (**5**) % である。
- $\varepsilon_D = 2$ のとき, 価格が 1% 下落したときの需要量の (**増加**) 率は 2% である。
- 需要の価格弾力性が小さい財を (**必需**) 品, 需要の価格弾力性が大きい財を (**奢侈**) 品, もしくは, ぜいたく品という。

奢

* 必需品と奢侈品の区別は, 需要の所得弾力性で定義することも多い。

(2) 次の選択肢のうち、需要の価格弾力性の定義として正しいものを1つ選びなさい。

1. 価格が1%下落したときに、需要量が何%下落するか。
2. 需要量が1%上昇したときに、価格が何%減少するか。
3. 価格が1%下落したときに、需要量が何%増加するか。
4. 需要量が1%下落したときに、価格が何%増加するか。

解答： 3

(3) 次の各状況における需要の価格弾力性 ε_D の値を求めなさい。

1. 価格が1%上昇したとき、需要量が2%減少した。

ε_D の定義通りであるので、計算するまでもなく $\varepsilon_D = 2$

$$\varepsilon_D = 2$$

2. 価格が2%上昇したとき、需要量が6%減少した。

$$\varepsilon_D = 6 \div 2 = 3 \quad \left(\varepsilon_D \text{ の式の通りに考えれば, } \varepsilon_D = -\frac{-0.06}{0.02} = 3 \right)$$

$$\varepsilon_D = 3$$

3. 価格が3%下落したとき、需要量が15%増加した。

$$\varepsilon_D = 15 \div 3 = 5 \quad \left(\varepsilon_D \text{ の式の通りに考えれば, } \varepsilon_D = -\frac{0.15}{-0.03} = 5 \right)$$

$$\varepsilon_D = 5$$

4. 価格が4%上昇したとき、需要量が2%減少した。

$$\varepsilon_D = 2 \div 4 = \frac{1}{2} (= 0.5) \quad \left(\varepsilon_D \text{ の式の通りに考えれば, } \varepsilon_D = -\frac{-0.02}{0.04} = \frac{1}{2} \right)$$

$$\varepsilon_D = \frac{1}{2}$$

5. 価格が10%下落したとき、需要量が1%増加した。

$$\varepsilon_D = 1 \div 10 = \frac{1}{10} (= 0.1) \quad \left(\varepsilon_D \text{ の式の通りに考えれば, } \varepsilon_D = -\frac{0.01}{-0.1} = \frac{1}{10} \right)$$

$$\varepsilon_D = \frac{1}{10}$$

<補足1> x は需要量？

注意深い人は気付いたかもしれないが、p.1のノーテーション（記号による表記法）で、 x は「財の数量」と書かれていたはずが、需要の価格弾力性の説明が始まった途端、「需要量 x 」と書いてある。これは一体どういうことなのだろうか？

正確に言うと、需要の価格弾力性 ε_D の式の中に登場する x は「財の**需要量**（消費量，購入量）」であり、後に出てくる供給の価格弾力性 ε_S の式の中に登場する x は「財の**供給量**（生産量）」なのである。つまり、同じ文字 x であっても2つの側面があるのである。

なぜこのような2つの側面があるのだろうか。実は第1講において、仮に需要曲線だけのグラフを考えた場合、横軸 x は需要量を意味しているのである。それに対し、供給曲線だけを考えた場合、横軸 x は供給量を意味している（通常は一つのグラフに需要曲線と供給曲線の両方が書かれるので、 x を単に「財の数量」と書いてしまう）。需要の価格弾力性は需要曲線に関する内容であるので、 x は需要量を意味していると考えられるのである。

<補足2> 需要の価格弾力性の式の意味

需要の価格弾力性の式の意味は、授業で説明したが、非常に大切な内容であるので改めて説明しておくことにする。

需要の価格弾力性 ε_D は、

$$\varepsilon_D = \boxed{-\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}}} = -\frac{\Delta x}{x} \div \frac{\Delta P}{P} = -\frac{\Delta x}{x} \times \frac{P}{\Delta P} = -\frac{\Delta x}{\Delta P} \cdot \frac{P}{x} \doteq -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x}$$

というように「変化分バージョン」から「微分バージョン」を導くことができるので、前者を覚えることを優先しよう。ここでは先程の問題(3)の2.を用いて、「変化分バージョン」(四角で囲った箇所)の意味を解説していく。

問題(3)の2.は、

「価格が2%上昇したとき、需要量が6%減少した」

であったが、これを次のように書き換えてみる。

「価格が1%上昇したとき、需要量が %減少した」

この四角内に入る数値は、「3」であることは簡単にわかるだろう。(価格 2% ↑ ⇒ 需要量 6% ↓ なので、価格 1% ↑ ⇒ 需要量 3% ↓ だ)

ここで、問題(3)の2.の問題文から、

「価格が2%上昇したとき、需要量が6%減少した」

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \frac{\Delta P}{P} = 0.02 \text{ (2\%)} & & \frac{\Delta x}{x} = -0.06 \text{ (-6\%)} \end{array}$$

このような2つの式が得られる(ここがわからない人は第0講で「4. 変化率」の復習をすること)。これを先程の「変化分バージョン」に代入する。

$$-\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{-0.06}{0.02} = \frac{0.06}{0.02} = 3$$

これからも「3」が得られたが、この値は先程の四角内に入った数値「3」と同じである。

「価格が1%上昇したとき、需要量が %減少した」

つまり、需要の価格弾力性の式

$$-\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}}$$

は「価格が1%上昇したとき、需要が何%減少するのか」を意味していることがわかったのである。(よくわからなかった人は、もう一度読み返しましょう！とても大事なところです)

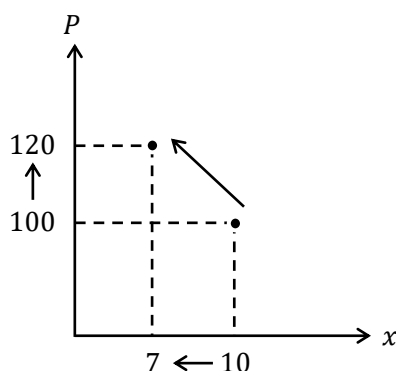
ちなみに、需要の価格弾力性の式にマイナスがついている理由は、この計算例からもわかるように、「価格」と「需要量」は逆に動くので(例えば、価格が上昇すれば需要量は減少する)、価格の変化率 $\Delta P/P$ と需要量の変化率 $\Delta x/x$ のどちらかの値がマイナスになるため、それを打ち消すために需要の価格弾力性の式にマイナスがついているのである。

2. 需要の価格弾力性の計算①(変化分バージョン)

ここでは、「変化分バージョン」の需要の価格弾力性の式（以下の式）を用いた計算問題を解いていく。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}}$$

【例題】下図のように、価格が100円から120円に上昇し、需要量が10個から7個に減少したときの ε_D を求めなさい。



(解答)

「価格が100円から120円に上昇」から、価格の変化率 $\Delta P/P$ を求める。

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\text{価格の変化分}}{\text{変化前の価格}} = \frac{\text{変化[後]の価格} - \text{変化[前]の価格}}{\text{変化[前]の価格}} = \frac{120 - 100}{100} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0.2$$

* 分母が変化「前」であることは大切！

これは、価格が20%上昇したことを表している。

次に、「需要量が10個から7個に減少」から、需要量の変化率 $\Delta x/x$ を求める。

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\text{需要量の変化分}}{\text{変化前の需要量}} = \frac{\text{変化[後]の需要量} - \text{変化[前]の需要量}}{\text{変化[前]の需要量}} = \frac{7 - 10}{10} = \frac{-3}{10} = -\frac{3}{10} = -0.3$$

* ここの分母は変化「前」ですね！

これは、需要量が30%減少したことを表している。

したがって、需要の価格弾力性の式（変化分バージョン）より、

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{-0.3}{0.2} = \frac{0.3}{0.2} = \frac{3}{2} (= 1.5)$$

となり、価格が1%上昇すれば、需要量が1.5%減少することがわかる。

$$\varepsilon_D = \frac{3}{2}$$

【問題】

(1) 次の各問いに答えなさい。

1. 価格が120円から150円に上昇したとき、価格の変化率 $\Delta P/P$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{150 - 120}{120} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4} (= 0.25) : 25\% \uparrow$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{1}{4}$$

2. 価格が150円から120円に下落したとき、価格の変化率 $\Delta P/P$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{120 - 150}{150} = \frac{-30}{150} = -\frac{1}{5} (= -0.2) : 20\% \downarrow$$

$$\frac{\Delta P}{P} = -\frac{1}{5}$$

3. 価格が80円から0円（無料）に下落したとき、価格の変化率 $\Delta P/P$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{0 - 80}{80} = \frac{-80}{80} = -1 : 100\% \downarrow$$

[補足] 価格が0円から80円に上昇する場合は、 $\frac{\Delta P}{P} = \frac{80 - 0}{0} = \frac{80}{0}$ となり、
分母に0が入ると、数学上、計算ができない（第0講<補足1>）

$$\frac{\Delta P}{P} = -1$$

4. 需要量が8個から12個に増加したとき、需要量の変化率 $\Delta x/x$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{12 - 8}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} (= 0.5) : 50\% \uparrow$$

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{1}{2}$$

5. 需要量が12個から8個に減少したとき、需要量の変化率 $\Delta x/x$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{8 - 12}{12} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3} : \text{約 } 33\% \downarrow$$

$$\frac{\Delta x}{x} = -\frac{1}{3}$$

6. 需要量が10個から50個に増加したとき、需要量の変化率 $\Delta x/x$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{50 - 10}{10} = \frac{40}{10} = 4 : 400\% \uparrow \text{（この結果から分かるように、5倍=400\%増加である）}$$

$$\frac{\Delta x}{x} = 4$$

7. 需要量が50個から10個に減少したとき、需要量の変化率 $\Delta x/x$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{10 - 50}{50} = \frac{-40}{50} = -\frac{4}{5} (= -0.8) : 80\% \downarrow$$

$$\frac{\Delta x}{x} = -\frac{4}{5}$$

(2) 次の各問いに答えなさい。

1. 価格が 120 円から 150 円に上昇し、需要量が 12 個から 8 個に減少したときの ε_D を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{8-12}{12}}{\frac{150-120}{120}} = -\frac{-\frac{4}{12}}{\frac{30}{120}} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{4}{3}$$

$$\varepsilon_D = \frac{4}{3}$$

2. 価格が 90 円から 80 円に下落し、需要量が 120 個から 150 個に増加したときの ε_D を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{150-120}{120}}{\frac{80-90}{90}} = -\frac{\frac{30}{120}}{-\frac{10}{90}} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \div \frac{1}{9} = \frac{9}{4} (= 2.25)$$

$$\varepsilon_D = \frac{9}{4}$$

3. 価格が 1500 円から 2000 円に上昇し、需要量が 40 個から 35 個に減少したときの ε_D を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{35-40}{40}}{\frac{2000-1500}{1500}} = -\frac{-\frac{5}{40}}{\frac{500}{1500}} = \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{8} (= 0.375)$$

$$\varepsilon_D = \frac{3}{8}$$

4. 価格が 2000 円から 1800 円に下落し、牛肉の需要量が 2kg から 3kg に増加したときの ε_D を求めなさい。ただし、2kg を 2000g などと直さずにそのままの値を用いて計算すること（問題 5, 6. も同じ）。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{3-2}{2}}{\frac{1800-2000}{2000}} = -\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{200}{2000}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{10} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\varepsilon_D = 5$$

5. 価格が 2000 円から 1800 円に下落し、牛肉の需要量が 2000g から 3000g に増加したときの ε_D を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{3000-2000}{2000}}{\frac{1800-2000}{2000}} = -\frac{\frac{1000}{2000}}{-\frac{200}{2000}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{10} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\varepsilon_D = 5$$

6. 価格が 20 ドルから 18 ドルに下落し、牛肉の需要量が 2kg から 3kg に増加したときの ε_D を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{3-2}{2}}{\frac{18-20}{20}} = -\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{2}{20}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{10} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\varepsilon_D = 5$$

<補足3> ϵ_D は「単位」の影響を受けない!

前ページの問題 4, 5, 6. の計算結果からわかるように, 需要の価格弾力性は, 価格や需要量の単位を変更することの影響を受けないという特徴をもつ。むしろ, 単位を変更するだけで ϵ_D の値が変わってしまうとなると, ϵ_D を計算するときに「どの単位を使えばいいの?」という新たな問題が生じてしまう。しかし, 需要の価格弾力性は単位の影響を受けないので, 私たちはそのような心配をする必要がないのである。(同様に, 後で出てくる供給の価格弾力性も単位の影響を受けない)

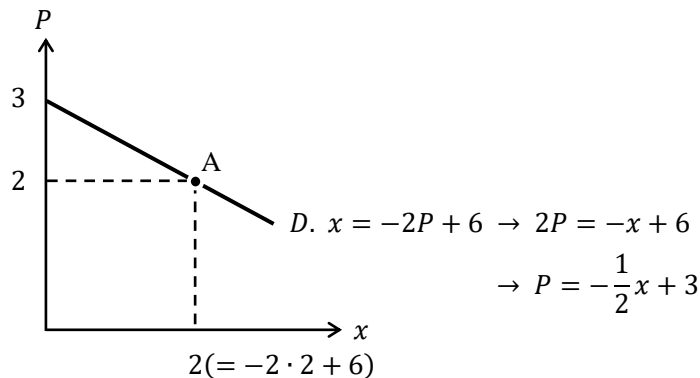
3. 需要の価格弾力性の計算②(微分バージョン)

ここでは, 「微分バージョン」の需要の価格弾力性の式(以下の式)を用いた計算問題を解いていく。

$$\epsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x}$$

【例題】 需要関数が $x = -2P + 6$ であるとき, 価格 $P = 2$ における ϵ_D を求めなさい。

(グラフを用いれば, 「下図の点 A における ϵ_D を求めなさい」という問題になる)



(解答)

この問題を解くときに用いる需要の価格弾力性の式は

$$\epsilon_D = -\underbrace{\frac{dx}{dP}}_{\text{①}} \cdot \frac{\underbrace{P}_{\text{②}}}{\underbrace{x}_{\text{③}}}$$

であるが, このように式を①~③の3つの部分に分けて考えていく。

まず, ①の部分は「 $x = \dots$ 」の式を P で微分する, という意味であるので需要関数である $x = -2P + 6$ を価格 P で微分すればよい。

$$x = \boxed{-2}P + 6 \rightarrow \frac{dx}{dP} = \boxed{-2}$$

次に、②の部分は問題文中にある $P = 2$ (点 A での価格) をそのまま代入すればよい。
 最後に、③の部分は需要量である x の値を代入すればいいのだが、これは需要関数である $x = -2P + 6$ に価格 $P = 2$ を代入することで求めることができる。

$$x = -2P + 6 = -2 \cdot 2 + 6 = -4 + 6 = 2 \text{ (点 A での需要量)}$$

よって、得られた①～③の3つの部分の値を需要の価格弾力性の式に代入すると、

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{2}{2} = 2 \cdot 1 = 2$$

となり、 $\varepsilon_D = 2$ が得られた。

$$\varepsilon_D = 2$$

【問題】

(1) 次の各問いに答えなさい。

1. 需要関数を $x = -2P + 10$ とする。このとき、 dx/dP を求めなさい。

$$x = \boxed{-2}P + 10 \rightarrow \frac{dx}{dP} = \boxed{-2}$$

$$\frac{dx}{dP} = -2$$

2. 需要関数を $x = -\frac{1}{3}P + \frac{5}{2}$ とする。このとき、 dx/dP を求めなさい。

$$x = -\frac{1}{3}P + \frac{5}{2} \rightarrow \frac{dx}{dP} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{dx}{dP} = -\frac{1}{3}$$

3. 需要関数を $x = -P + 4$ とする。このとき、 dx/dP を求めなさい。

$$x = -P + 4 \rightarrow \frac{dx}{dP} = -1$$

$$\frac{dx}{dP} = -1$$

4. 逆需要関数を $P = -2x + 6$ とする。このとき、 dx/dP を求めなさい。

$$P = -2x + 6 \rightarrow 2x = -P + 6 \rightarrow x = -\frac{1}{2}P + 3 \rightarrow \frac{dx}{dP} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{(別解)} P = -2x + 6 \rightarrow \frac{dP}{dx} = -2 \text{ 逆数をとると, } \frac{dx}{dP} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{dx}{dP} = -\frac{1}{2}$$

5. 逆需要関数を $P = -\frac{1}{4}x + 5$ とする。このとき、 dx/dP を求めなさい。

$$P = -\frac{1}{4}x + 5 \rightarrow \frac{1}{4}x = -P + 5 \rightarrow x = -4P + 20 \rightarrow \frac{dx}{dP} = -4$$

$$\text{(別解)} P = -\frac{1}{4}x + 5 \rightarrow \frac{dP}{dx} = -\frac{1}{4} \text{ 逆数をとると, } \frac{dx}{dP} = -4$$

$$\frac{dx}{dP} = -4$$

(2) 次の各問いに答えなさい。

1. 需要関数が $x = -3P + 15$ であるとき、価格 $P = 3$ における ε_D を求めなさい。

$$x = -3P + 15 = -3 \cdot 3 + 15 = 6 \text{ より,}$$
$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-3) \cdot \frac{3}{6} = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\varepsilon_D = \frac{3}{2}$$

2. 需要関数が $x = -P + 12$ であるとき、価格 $P = 6$ における ε_D を求めなさい。

$$x = -P + 12 = -6 + 12 = 6 \text{ より,}$$
$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{6}{6} = 1$$

$$\varepsilon_D = 1$$

3. 需要関数が $x = -\frac{2}{3}P + 9$ であるとき、価格 $P = 6$ における ε_D を求めなさい。

$$x = -\frac{2}{3}P + 9 = -\frac{2}{3} \cdot 6 + 9 = 5 \text{ より,}$$
$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\varepsilon_D = \frac{4}{5}$$

4. 逆需要関数が $P = -2x + 10$ であるとき、価格 $P = 2$ における ε_D を求めなさい。

$$P = -2x + 10 \rightarrow 2x = -P + 10 \rightarrow x = \boxed{-\frac{1}{2}}P + 5 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + 5 = 4 \text{ より,}$$

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -\left(\boxed{-\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{4} (= 0.25)$$

$$\varepsilon_D = \frac{1}{4}$$

5. 逆需要関数が $P = -3x + 12$ であるとき、価格 $P = 3$ における ε_D を求めなさい。

$$P = -3x + 12 \rightarrow 3x = -P + 12 \rightarrow x = -\frac{1}{3}P + 4 = -\frac{1}{3} \cdot 3 + 4 = 3 \text{ より,}$$

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\varepsilon_D = \frac{1}{3}$$

6. 逆需要関数が $P = -\frac{1}{2}x + 20$ であるとき、価格 $P = 10$ における ε_D を求めなさい。

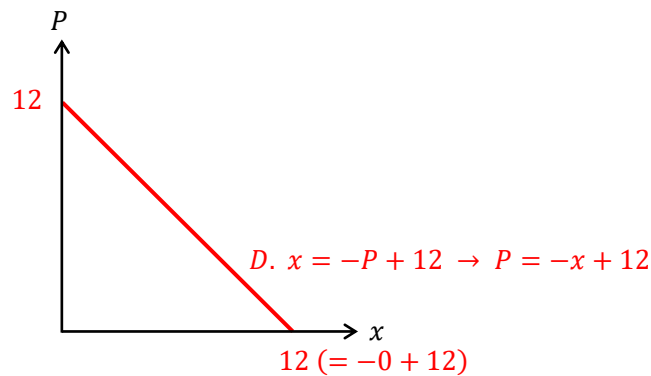
$$P = -\frac{1}{2}x + 20 \rightarrow \frac{1}{2}x = -P + 20 \rightarrow x = -2P + 40 = -2 \cdot 10 + 40 = 20$$

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{10}{20} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\varepsilon_D = 1$$

(3) 需要関数を $x = -P + 12$ とするとき、次の各問いに答えなさい。

1. この需要関数のグラフ（つまり、需要曲線）を書きなさい。ただし、横軸と縦軸における切片の値も書くこと。



2. $P = 2$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{2}{-2 + 12} = \frac{2}{10}$$

$$\varepsilon_D = \frac{1}{5}$$

3. $P = 4$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{4}{-4 + 12} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\varepsilon_D = \frac{1}{2}$$

4. $P = 6$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{6}{-6 + 12} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\varepsilon_D = 1$$

5. $P = 8$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{8}{-8 + 12} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\varepsilon_D = 2$$

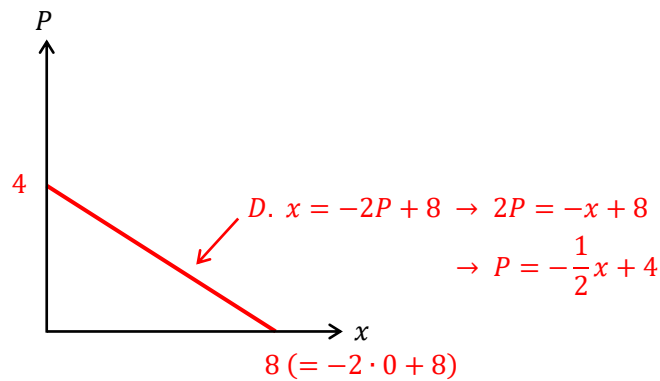
6. $P = 10$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{10}{-10 + 12} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\varepsilon_D = 5$$

(4) 需要関数を $x = -2P + 8$ とするとき、次の各問いに答えなさい。

1. この需要関数のグラフを書きなさい。ただし、横軸と縦軸における切片の値も書くこと。



2. $P = 0$ における ε_D の値を求めよ。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{0}{-2 \cdot 0 + 8} = 2 \cdot \frac{0}{8} = 2 \cdot 0 = 0$$

$$\varepsilon_D = 0$$

3. $P = 1$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{1}{-2 \cdot 1 + 8} = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\varepsilon_D = \frac{1}{3}$$

4. $P = 2$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{2}{-2 \cdot 2 + 8} = 2 \cdot \frac{2}{4} = 1$$

$$\varepsilon_D = 1$$

5. $P = 3$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{3}{-2 \cdot 3 + 8} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

$$\varepsilon_D = 3$$

6. $P = 3.9$ における ε_D の値を求めなさい。

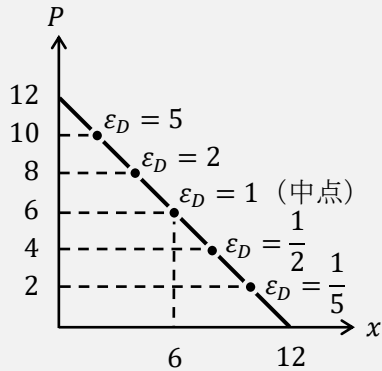
$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{3.9}{-2 \cdot 3.9 + 8} = 2 \cdot \frac{3.9}{-7.8 + 8} = 2 \cdot \frac{3.9}{0.2} = 2 \cdot \frac{3.9 \times 10}{0.2 \times 10} = 2 \cdot \frac{39}{2} = 39$$

$$\varepsilon_D = 39$$

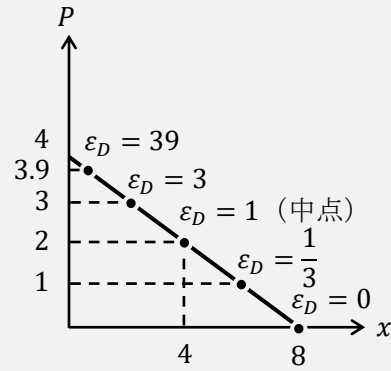
<補足4> 直線である需要曲線上の ϵ_D

上記の問題(3)と(4)から、右下がりの直線である需要曲線上において、左上に行けば行くほど、需要の価格弾力性 ϵ_D の値が大きくなっていくことがわかる。(ちなみに、横軸切片上では $\epsilon_D = 0$ 、縦軸切片上では $\epsilon_D = \infty$ である)

問題(3)のグラフ : $D. x = -P + 12$



問題(4)のグラフ : $D. x = -2P + 8$



また、上の2つの図から、右下がりの直線である需要曲線の「中点」では $\epsilon_D = 1$ になることがわかる。

ところで、<補足6>で見えるが、右下がりの需要曲線が反比例のグラフであれば、需要曲線上のどの点であっても $\epsilon_D = 1$ になるという特徴も大切である。

<補足5> 需要の価格弾力性の「公式」?

$$\epsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} \quad \epsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x}$$

これらは「需要の価格弾力性の式 (定義式)」であり、「需要の価格弾力性の公式」とは言わない(定義式については第0講の<補足18>で解説している)。そもそも、**公式**というのは(数式で表される) **定理**のことをいう。定理というのは、三平方の定理(直角三角形の各辺の長さにおいて、 $a^2 + b^2 = c^2$)のように、数学的に証明をして、正しいことを確認した上で用いるものが定理である。つまり、三平方の定理である「 $a^2 + b^2 = c^2$ 」、この式は公式と言っていいのである。

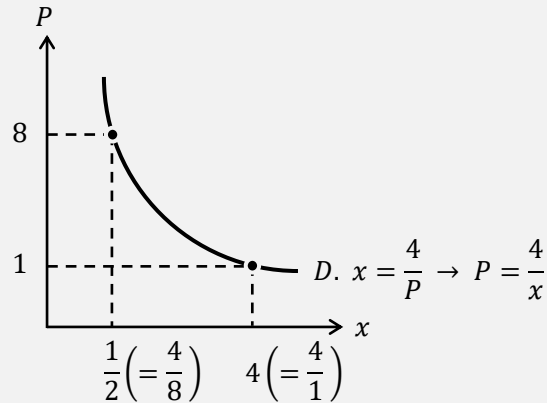
このように細かいことではあるが、「需要の価格弾力性の式」を「需要の価格弾力性の公式」とは言わないので気を付けよう。小学校の頃から、よく見かける式を「公式だ」「公式だ」と言ってしまう癖がついている人も多いかもしれない。しかし、「本当にこの式は公式なのか?」と一度立ち止まって考えた方がいいかもしれない。

<補足6> 需要曲線が「曲線」のときの ε_D

需要関数が $x = \frac{4}{P}$ であるとき、価格 $P = 1$ における ε_D を求めてみよう。

とその前に、需要関数 $x = \frac{4}{P}$ がどのようなグラフで書けるかを確認しておこう。

(下図中の $P = 1$ は問題文中の値であるが、 $P = 8$ は参考までに示している)



このようなグラフを反比例のグラフ、もしくは、**直角双曲線**（もしくは単に、双曲線）という。

それでは問題文に戻って ε_D の値を求めることとする。需要の価格弾力性の式「微分バージョン」は

$$\varepsilon_D = - \underbrace{\frac{dx}{dP}}_{\text{①}} \cdot \underbrace{\frac{P}{x}}_{\text{③}} \leftarrow \text{②}$$

であるので、まずは①の部分から求める。

$$x = \frac{4}{P} = 4P^{-1} \text{より, } \frac{dx}{dP} = -1 \cdot 4P^{-1-1} = -4P^{-2} = -4 \cdot \frac{1}{P^2} = -\frac{4}{P^2}$$

* 第0講の「9. 微分」で習ったように、曲線の式を微分すると変数 P が残る。これに $P = 1$ を代入することで、

$$\frac{dx}{dP} = -\frac{4}{P^2} = -\frac{4}{1^2} = -\frac{4}{1} = -4$$

が得られる。

次に、②の部分は、問題文中にある $P = 1$ をそのまま代入すればよい。

最後に、③の部分は、需要関数に $P = 1$ を代入することで求めることができる。

$$x = \frac{4}{P} = \frac{4}{1} = 4$$

よって、得られた①～③の3つの部分の値を需要の価格弾力性の式に代入すると、

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-4) \cdot \frac{1}{4} = 1$$

となり、 $\varepsilon_D = 1$ が得られる。

$$\varepsilon_D = 1$$

これで解けたわけであるが別解も示しておくことにしよう。

(別解)

$$\frac{dx}{dP} = -\frac{4}{P^2} \text{ と } x = \frac{4}{P} \text{ より,}$$

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -\left(-\frac{4}{P^2}\right) \cdot \frac{P}{\frac{4}{P}} = \frac{4}{P^2} \cdot \left(P \div \frac{4}{P}\right) = \frac{4}{P^2} \times P \times \frac{P}{4} = 1$$

$$\varepsilon_D = 1$$

この別解の特徴は2つある。一つは、 $P = 1$ を代入せずに解いているところにある（前ページの解き方は、各所で $P = 1$ を使っていた）。しかも、この別解は最後まで $P = 1$ を使っていないのである。この「 $P = 1$ を使わずに解けた」ということは重要な意味をもつ。

それは、問題文が、

- 需要関数が $x = \frac{4}{P}$ であるとき、価格 $P = 1$ における ε_D を求めなさい。
- 需要関数が $x = \frac{4}{P}$ であるとき、価格 $P = 8$ における ε_D を求めなさい。
- 需要関数が $x = \frac{4}{P}$ であるとき、価格 $P = \frac{1}{2}$ における ε_D を求めなさい。

上記 a, b, c のどの問題文であっても、答えは $\varepsilon_D = 1$ になるということである！

(別解で答えを導くのに、 $P = 1$ を使わなかったということは、価格 P がいくらであっても答えは $\varepsilon_D = 1$ になるということ)

別解のもう一つの特徴は、需要関数 $x = \frac{4}{P}$ の「4」が最終的に消えて1となることで

ある。これは実際に例題を見た方がわかりやすいだろう。

- 需要関数が $x = \frac{2}{P}$ であるとき、価格 $P = 1$ における ε_D を求めなさい。

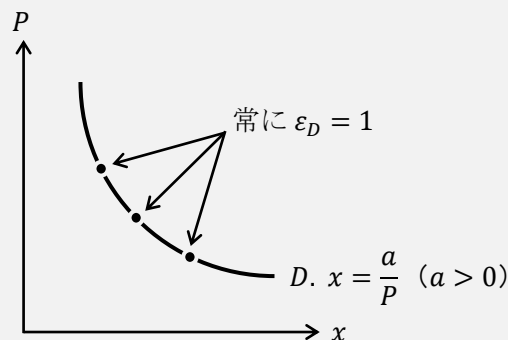
$$\text{(解答)} \quad \varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -\left(-\frac{2}{P^2}\right) \cdot \frac{P}{\frac{2}{P}} = \frac{2}{P^2} \cdot \left(P \div \frac{2}{P}\right) = \frac{2}{P^2} \times P \times \frac{P}{2} = 1$$

- 需要関数が $x = \frac{100}{P}$ であるとき、価格 $P = 1$ における ε_D を求めなさい。

$$\text{(解答)} \quad \varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -\left(-\frac{100}{P^2}\right) \cdot \frac{P}{\frac{100}{P}} = \frac{100}{P^2} \cdot \left(P \div \frac{100}{P}\right) = \frac{100}{P^2} \times P \times \frac{P}{100} = 1$$

上記 d, e から、反比例のグラフ（直角双曲線）であれば、 $\varepsilon_D = 1$ になることがわかる。

これら、別解の2つの特徴をまとめると、下図のように、右下がりの需要曲線が反比例のグラフであれば、需要曲線上のどの点であっても $\varepsilon_D = 1$ になるのである！（需要関数の中に $a (> 0)$ が入っているのは、 a はプラスの値ならどんな値でもいいということ)



* $a > 0$ でないと上記のような右下がりの需要曲線が書けない。

4. 供給の価格弾力性

需要の価格弾力性 ε_D があれば、供給の価格弾力性 ε_S もある。どちらの考え方も計算方法もとてもよく似ているので、需要の価格弾力性を理解していれば、供給の価格弾力性も簡単に理解できる。

供給の価格弾力性の式も次の2通りで書くことができる。

- 変化分を使うバージョン (変化分バージョン)

$$\varepsilon_S = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} \left(= \frac{\Delta x}{x} \div \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta x}{x} \times \frac{P}{\Delta P} = \frac{\Delta x}{\Delta P} \cdot \frac{P}{x} \right)$$

- 微分を使うバージョン (微分バージョン)

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x}$$

結局、「需要の価格弾力性の式」と「供給の価格弾力性の式」の違いはマイナスがあるかないかである (ε_D にはマイナスがあり、 ε_S にはマイナスがない!)。この違いは、次のように供給の価格弾力性 ε_S の意味を考えれば理解できる。

供給の価格弾力性 ε_S は

「価格 P が 1% 上昇 したときの、供給量 x の 増加 率」

を意味している。「価格 P が 1% 下落したときの、供給量 x の減少率」と考えてもよいところで、需要の価格弾力性 ε_D は

「価格 P が 1% 上昇 したときの、需要量 x の 減少 率」

であった。そして、需要の価格弾力性の式に「マイナスがある」理由は、「価格」と「需要量」は逆に動く(例えば、価格が上昇すれば需要量は減少することにあつた(<補足2>)。これは需要曲線が右下がりであることからわかることである。

それに対して、供給曲線は右上がりであるので、例えば、価格が上昇すれば供給量は増加する。つまり、「価格」と「供給量」は同じ方向に動くので、供給の価格弾力性の式にマイナスはつけないのである。

<補足7> x は供給量？

需要の価格弾力性の式と供給の価格弾力性の式の違いは「マイナスの有無」だけのように思えるが、もう一つ重要な違いがある。<補足1>でも説明したように、需要の価格弾力性 ε_D の式の中の x は「需要量（消費量，購入量）」であり、供給の価格弾力性 ε_S の式の中の x は「供給量（生産量）」であるという違いがある。この違いを強調するために、需要の価格弾力性の式と供給の価格弾力性の式を、次のように表記することもある。

$$\varepsilon_D = -\frac{dD}{dP} \cdot \frac{P}{D} \quad \text{or} \quad \varepsilon_D = -\frac{dx^D}{dP} \cdot \frac{P}{x^D} \quad \varepsilon_S = \frac{dS}{dP} \cdot \frac{P}{S} \quad \text{or} \quad \varepsilon_S = \frac{dx^S}{dP} \cdot \frac{P}{x^S}$$

ただし、 D, x^D は需要量（消費量，購入量）， S, x^S は供給量（生産量）である。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。

1. （ **供給の価格弾力性** ）とは、価格が1%上昇（下落）したときの供給量の増加率（減少率）のことであり、 ε_S と表記することが多い。
2. $\varepsilon_S = 2$ のとき、価格が1%上昇したときの供給量の（ **増加** ）率は2%である。
3. $\varepsilon_S = 3$ のとき、価格が1%下落したときの供給量の減少率は（ **3** ）%である。
4. 供給量が5個から7個に増加したとき、供給量の変化率 $\Delta x/x$ は（ **40** ）%となる。

$$\text{(解答)} \quad \frac{\Delta x}{x} = \frac{7-5}{5} = \frac{2}{5} = 0.4 : 40\% \uparrow$$

(2) 次の各問いに答えなさい。

1. 価格が100円から110円に上昇し、供給量が15個から18個に増加したときの ε_S を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\frac{18-15}{15}}{\frac{110-100}{100}} = \frac{\frac{3}{15}}{\frac{10}{100}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{5} \div \frac{1}{10} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\varepsilon_S = \underline{\underline{2}}$$

2. 価格が4500円から3000円に下落し、供給量が250個から200個に減少したときの ε_S を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\frac{200-250}{250}}{\frac{3000-4500}{4500}} = \frac{\frac{-50}{250}}{\frac{-1500}{4500}} = \frac{\frac{-1}{5}}{\frac{-1}{3}} = \frac{1}{5} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{5} (= 0.6)$$

$$\varepsilon_S = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

3. 供給関数が $x = 2P + 3$ であるとき、価格 $P = 2$ における ε_S を求めなさい。

$$x = 2P + 3 = 2 \cdot 2 + 3 = 7 \text{ より,}$$

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 2 \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$$

$$\varepsilon_S = \frac{4}{7}$$

4. 供給関数が $x = 5P$ であるとき、価格 $P = 10$ における ε_S を求めなさい。

$$x = 5P = 5 \cdot 10 = 50 \text{ より,}$$

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 5 \cdot \frac{10}{50} = 5 \cdot \frac{1}{5} = 1$$

$$\varepsilon_S = 1$$

5. 逆供給関数が $P = 2x - 10$ であるとき、価格 $P = 4$ における ε_S を求めなさい。

$$P = 2x - 10 \rightarrow -2x = -P - 10 \rightarrow x = \frac{1}{2}P + 5 = \frac{1}{2} \cdot 4 + 5 = 2 + 5 = 7 \text{ より,}$$

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$$

$$\varepsilon_S = \frac{2}{7}$$

(3) 供給関数を $x = 2P$ とするとき、次の各問いに答えなさい。

1. $P = 1$ における ε_S の値を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 1} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\varepsilon_S = 1$$

2. $P = 2$ における ε_S の値を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 2 \cdot \frac{2}{2 \cdot 2} = 2 \cdot \frac{2}{4} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\varepsilon_S = 1$$

3. $P = 3$ における ε_S の値を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 2 \cdot \frac{3}{2 \cdot 3} = 2 \cdot \frac{3}{6} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\varepsilon_S = 1$$

(4) 供給関数を $x = 3P - 1$ とするとき、次の各問いに答えなさい。

1. $P = 1$ における ε_S の値を求めよ。

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 3 \cdot \frac{1}{3 \cdot 1 - 1} = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\varepsilon_S = \frac{3}{2}$$

2. $P = 2$ における ε_S の値を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 3 \cdot \frac{2}{3 \cdot 2 - 1} = 3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{5} (= 1.2)$$

$$\varepsilon_S = \frac{6}{5}$$

3. $P = 3$ における ε_S の値を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 3 \cdot \frac{3}{3 \cdot 3 - 1} = 3 \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{8} (= 1.125)$$

$$\varepsilon_S = \frac{9}{8}$$

<補足 8> 原点を通る直線の供給曲線上の ε_S

上記の問題(3)からわかるように、供給曲線が原点を通る右上がりの直線であれば、その直線上では常に供給の価格弾力性 $\varepsilon_S = 1$ となるのである。

それでは、本当に「常に $\varepsilon_S = 1$ になる」か示してみよう。

供給関数を $x = aP$ ($a > 0$) とするとき、

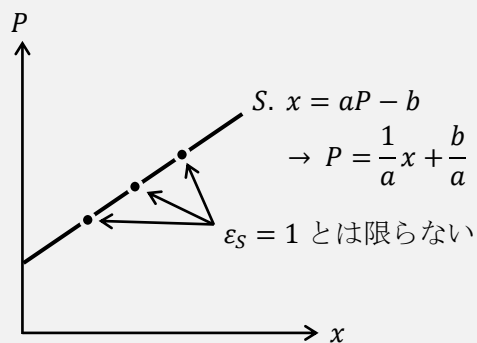
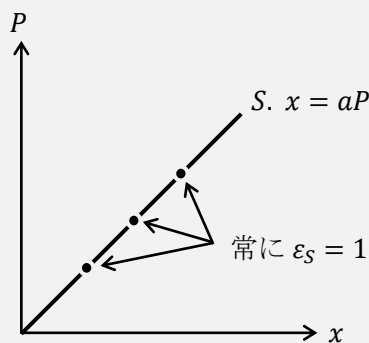
$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = a \cdot \frac{P}{aP} = 1$$

となり、 $\varepsilon_S = 1$ が得られる。ここでも注意すべきことは、価格 P に何らかの値を代入しなくても、式から P が消去されているということである。したがって、原点を通る直線の供給曲線上では価格 P の値によらず「常に $\varepsilon_S = 1$ になる」のである。

(これを直観的に考えると次の通りである。原点を通る直線は「比例のグラフ」であるため、横軸の値が2倍(100%↑)になれば、横軸の値も2倍(100%↑)となる。これより、 $\varepsilon_S = 1$ (価格が1%上昇したときの供給量の増加率は1%)となる)

ただし、問題(4)からわかるように、供給曲線が原点を通らない右上がりの直線であれば、その直線上で常に $\varepsilon_S = 1$ になるわけではないということにも注意をしておいた方がよいだろう。

これらのことを図で書いておくと次のようになる。



【例題】 需要関数が $x = -3P + 9$ ，供給関数が $x = 2P - 1$ であるとき，市場均衡における ε_D と ε_S を求めなさい。

(解答)

まず，市場均衡における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求める。

$$-3P + 9 = 2P - 1 \rightarrow -5P = -10 \rightarrow P^* = 2$$

これを需要関数（もしくは，供給関数）に代入すると，

$$x^* = -3 \cdot 2 + 9 = 3 \quad (x^* = 2 \cdot 2 - 1 = 3)$$

となる。

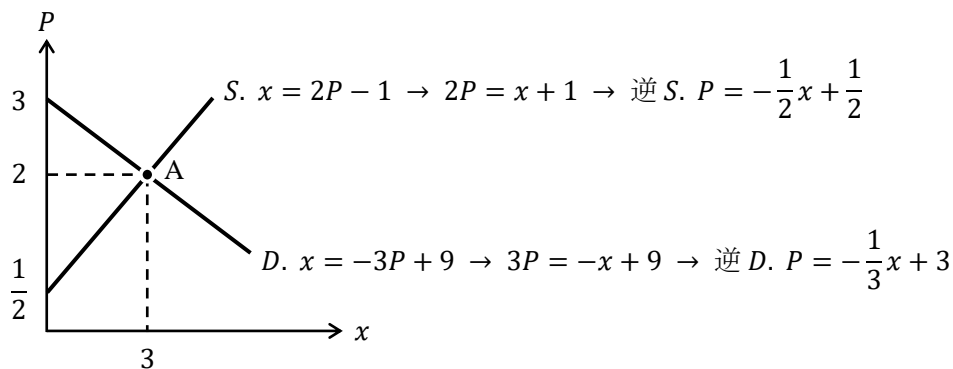
したがって，市場均衡 ($P^* = 2, x^* = 3$) における ε_D と ε_S は次のように求まる。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-3) \cdot \frac{2}{3} = \underline{2} \quad \leftarrow \varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P^*}{x^*} \text{として計算する。}$$

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 2 \cdot \frac{2}{3} = \underline{\frac{4}{3}} \quad \leftarrow \varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P^*}{x^*} \text{として計算する。}$$

$$\underline{\varepsilon_D = 2, \varepsilon_S = \frac{4}{3}}$$

グラフを使って考えると，下図の点 A における ε_D と ε_S を求めたということになる。



【問題】

1. 需要関数が $x = -2P + 12$ ，供給関数が $x = P$ であるとき，市場均衡における ε_D と ε_S を求めなさい。

まず，市場均衡における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求める。

$$-2P + 12 = P \rightarrow -3P = -12 \rightarrow P^* = 4$$

これを需要関数（もしくは，供給関数）に代入すると，

$$x^* = -2 \cdot 4 + 12 = -8 + 12 = 4 \quad (x^* = 4)$$

となる。したがって，市場均衡 ($P^* = 4, x^* = 4$) における ε_D と ε_S は，

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{4}{4} = 2$$

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 1 \cdot \frac{4}{4} = 1 \quad (\text{供給曲線が原点を通る右上がりの直線より } \varepsilon_S = 1 : \text{ <補足 8 >})$$

となる。

$$\underline{\varepsilon_D = 2, \varepsilon_S = 1}$$

2. 需要関数が $x = -P + 12$, 供給関数が $x = 2P - 3$ であるとき, 市場均衡における ε_D と ε_S を求めなさい。

まず, 市場均衡における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求める。

$$-P + 12 = 2P - 3 \rightarrow -3P = -15 \rightarrow P^* = 5$$

これを需要関数 (もしくは, 供給関数) に代入すると,

$$x^* = -5 + 12 = 7 \quad (x^* = 2 \cdot 5 - 3 = 7)$$

となる。したがって, 市場均衡 ($P^* = 5, x^* = 7$) における ε_D と ε_S は,

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 2 \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{7}$$

となる。

$$\varepsilon_D = \frac{5}{7}, \quad \varepsilon_S = \frac{10}{7}$$

3. 逆需要関数が $P = -3x + 16$, 逆供給関数が $P = x + 8$ であるとき, 市場均衡における ε_D と ε_S を求めなさい。

まず, 市場均衡における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求める。

$$-3x + 16 = x + 8 \rightarrow -4x = -8 \rightarrow x^* = 2$$

これを逆需要関数 (もしくは, 逆供給関数) に代入すると,

$$P^* = -3 \cdot 2 + 16 = -6 + 16 = 10 \quad (P^* = 2 + 8 = 10)$$

となる。また,

$$D. P = -3x + 16 \rightarrow 3x = -P + 16 \rightarrow x = -\frac{1}{3}P + \frac{16}{3} \rightarrow \frac{dx}{dP} = -\frac{1}{3}$$

$$S. P = x + 8 \rightarrow -x = -P + 8 \rightarrow x = P - 8 \rightarrow \frac{dx}{dP} = 1$$

より, 市場均衡 ($P^* = 10, x^* = 2$) における ε_D と ε_S は,

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{10}{2} = \frac{1}{3} \cdot 5 = \frac{5}{3}$$

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 1 \cdot \frac{10}{2} = 5$$

となる。

$$\varepsilon_D = \frac{5}{3}, \quad \varepsilon_S = 5$$

4. 逆需要関数が $P = \frac{4}{x}$, 逆供給関数が $P = x$ であるとき, 市場均衡における ε_D と ε_S を求めなさい。(ヒント) <補足6>と<補足8>

まず, 市場均衡における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求める。

$$\frac{4}{x} = x \rightarrow 4 = x^2 = 4 \rightarrow x > 0 \text{ より, } x^* = 2$$

これを逆需要関数 (もしくは, 逆供給関数) に代入すると,

$$P^* = \frac{4}{2} = 2 \quad (P^* = 2)$$

となる。また,

$$D. P = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4}{P} = 4P^{-1} \rightarrow \frac{dx}{dP} = -1 \cdot 4P^{-1-1} = -4P^{-2} = -\frac{4}{P^2}$$

$$S. P = x \rightarrow x = P \rightarrow \frac{dx}{dP} = 1$$

より, 市場均衡 ($P^* = 2, x^* = 2$) における ε_D と ε_S は,

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -\left(-\frac{4}{2^2}\right) \cdot \frac{2}{2} = \frac{4}{4} \cdot 1 = 1 \quad (\text{<補足6>より } \varepsilon_D = 1)$$

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 1 \cdot \frac{2}{2} = 1 \quad (\text{供給曲線が原点を通る右上がりの直線より } \varepsilon_S = 1 : \text{<補足8>})$$

となる。

$$\underline{\varepsilon_D = 1, \varepsilon_S = 1}$$