はじめよう経済学　－解答編－
第 3 講　予算線と無差別曲線

第 3 講では,「効用最大化」を学ぶ上で欠かすことのできない「予算線」と「無差別曲線」を学んでいきます。本格的に効用最大化を学ぶのは第 5 講になるので，今回と次回は第 5 講を学ぶための準備という位置づけになります。

3 回の授業（第 3, 4, 5 講）にまたがって効用最大化に関する内容を扱いますので，今一体何の勉強をしているのか？と自分の立ち位置を見失ってしまうかもしれません。そのため，今回の最初に「1. 効用最大化（概要）」という節を設けています。この節で学ぶことが「3 回に渡って学ぶことの概要なんだ」と理解しておいてください。

今回の第 3 講とこれまでの第 1, 2 講との大きな違いは，前回までは 1 種類の財しか扱っていませんでしたが，今回は 2 種類の財（X 財と Y 財）を扱うことになります。第 1 講の**＜補足２＞**で学んだように，需要曲線や供給曲線では，1 種類の財しか扱っていませんでした。今回から学ぶ効用最大化では「X 財の買う量を減らす代わりに，Y 財を多く買いたい」などといった消費行動も考えていきたいので, 2 種類（以上）の財を扱うことになるのです。

＜第 3 講のノーテーション＞

x：X 財の数量（**消費量**，購入量，需要量）　y：Y 財の数量（**消費量**，購入量，需要量）

P_x：X 財の価格　P_y：Y 財の価格　I：所得　U：効用

E_x：X 財への支出額　E_y：Y 財への支出額

［注意１］グラフは，横軸を「X 財の数量 x」，縦軸を「Y 財の数量 y」とする。

［注意２］所得 I は使い切るものとする。（つまり，買い物をするときにお金を余らさない）

［注意３］好きな財とは，消費をしても効用が下がらない財のことであるとする。

目次

＜補足一覧＞

1. 効用最大化(概要)

授業の復習をしていくことにしよう。

効用最大化問題とは,

「消費者が効用(満足度)を最大化するように財の消費量を決定する」

ことである。もう少し簡単に言うと,「私たちが,満足度が最も高くなるようにどの商品を何個買うかを決める」ことである。

授業と同様に,議論を単純化するために(議論の本質をつかむために),次のようなストーリーを考える。

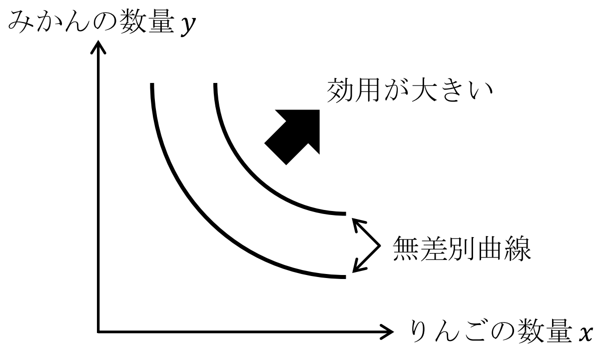
「あなたが八百屋にいったら,りんご(X財)とみかん(Y財)しか売っていなかった。そこで,あなたは手持ちのお金をすべて使って,りんごとみかんを買うことにした」

さて,あなたはりんごとみかんを何個ずつ買うだろうか?

このような問いに答えるためにミクロ経済学では,「無差別曲線」と「予算線」を使って考える。まずは,無差別曲線の特徴からおさらいしていこう。

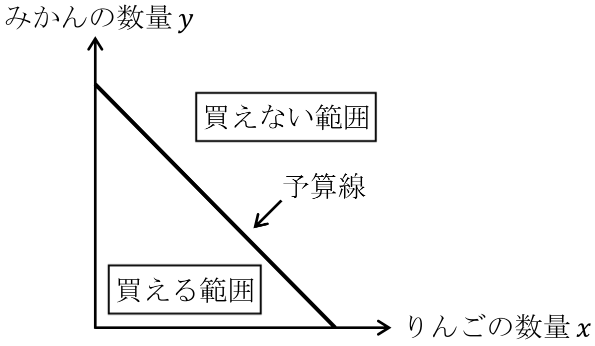
私たち消費者は,財に対して好み(**選好**)をもっているが,それを表すのが**無差別曲線**である。無差別曲線は「**同じ効用**を実現する点の集まり」であるが,これはグラフで書けば,例えば下図のように書くことができる。

＊ 直線や曲線も点の集まりと考えることができる。



X財,Y財ともに好きな財であれば,右上に位置する無差別曲線上ほど,得られる効用が大きくなる。(図では,横軸を「りんごの数量x」,縦軸を「みかんの数量y」としている)

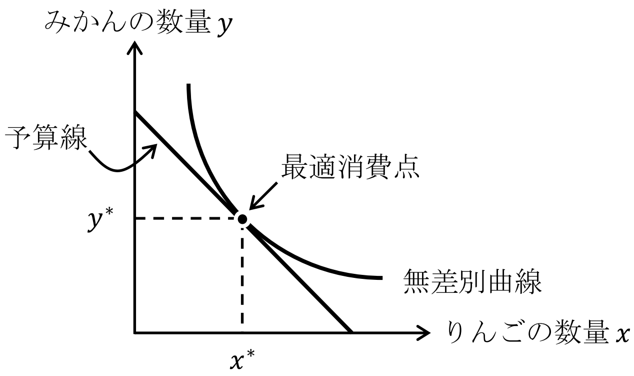
次に,消費者が持っている所得(予算)で「買うことができる範囲」と「買うことができない範囲」の境界線が**予算線**である。予算線は次図のように表すことができるが,予算線の左下の領域は「買える範囲」,右上の領域は「買えない範囲」を表し,**予算線上では所得を使い切る**という特徴がある。



下図のように，無差別曲線と予算線の両方を 1 つのグラフに書き入れたとき，無差別曲線と予算線がちょうど接する点（**接点**）を**最適消費点**という。この点が，

「所得を使い切り，効用が最大になるような財の消費量を表す点」

である。下図では，りんごを x^* 個，みかんを y^* 個購入することが，ある消費者の効用を最大化しているということになるのである。



【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 経済学では，満足度のことを（　効用　）といい，消費者はこれを最大化するように，財の（　消費量　）を決定する。　消費量は「購入量」，「需要量」でも可
2. （　無差別曲線　）とは，同じ効用が得られる点を集めた曲線であり，一般的には，（　右上がり　/〇右下がり　）の曲線で表すことができる。また，（〇右上　/　左下　）に位置する曲線ほど，その曲線上で実現する効用は大きい。
3. 買える範囲と買えない範囲の境界線であり，その線上では，所得を使い切るような線を（　予算線　）という。これは（　右上がり　/〇右下がり　）の直線で表すことができる。
4. 標準的な無差別曲線と予算線の接点を（　最適消費点　）といい，この点においては消費者の効用最大化が実現している。

(2)　次の英単語を 3 回ずつ書きなさい。

効用 U　　　Utility：効用

（ Utility ），（ Utility ），（ Utility ）

所得 I　　　Income：所得

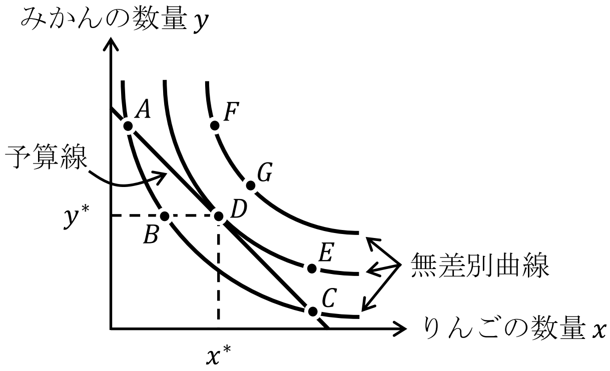
（ Income ），（ Income ），（ Income ）

支出額 E　　　Expenditure：支出（エクスペンディチャー）

（ Expenditure ），（ Expenditure ）

（ Expenditure ）

(3)　以下のグラフに関して，次の各問いに記号 A～G の中から答えなさい。



1.　効用が最も高い点をすべて答えなさい。　（ F，G ）
2.　効用が最も低い点をすべて答えなさい。　（ A，B，C ）
3.　点 B と効用が同じ点をすべて答えなさい。　（ A，C ）
4.　所得をちょうど使い切る点をすべて答えなさい。　（ A，C，D ）
5.　購入できない点をすべて答えなさい。　（ E，F，G ）
6.　所得の範囲内で効用を最大化する点を答えなさい。　（ D ）

＜補足 1＞ 2 財は平面，3 財は立体？

ここまで，X 財と Y 財の 2 種類の財を考えてきた。横軸を「X 財の数量」，縦軸を「Y 財の数量」としたわけであるが，X 財と Y 財と Z 財の 3 種類の財を考えるとグラフはどうなるのだろうか。実は，簡単に拡張することができて，x 軸，y 軸，z 軸をもつ 3 次元の曲面が描けるグラフになるのである。

つまり，2 種類の財（2 財）を考えると 2 次元，3 財を考えると 3 次元，4 財を考えると 4 次元，そして，n 種類の財（n 財）を考えると，n 次元で考えることになる。3 次元までならグラフを書くことができるが，4 次元以上になるとグラフを書くことができない。このように，たった 4 種類の財になっただけでグラフでは 4 次元空間を考えることになり，予算線や無差別曲線を書くことは不可能になるのである。経済学で 4 次元空間や n 次元空間という言葉が登場することに驚いた人もいるかもしれないが，経済学の応用分野では財の種類は n 種類で考えることがあり，このとき「財空間は n 次元」となるのである。

2. 予算線の性質

2 財モデル（X 財と Y 財）を考え，X 財の消費量を x，Y 財の消費量を y，X 財の価格を P_x，Y 財の価格を P_y，所得を I，所得 I は使い切るとすると，**予算制約式**は，

$$\underbrace{\underbrace{P_x \cdot x}_{X\text{財への支出額}E_x} + \underbrace{P_y \cdot y}_{Y\text{財への支出額}E_y}}_{\text{支出額}E\text{（全体）}} = \underbrace{I}_{\text{所得}} \quad \text{：予算制約式（書き方①）}$$

と表すことができる。この式から縦軸を y とするグラフを書くために，「$y = \cdots$」の式に直すと，

$$P_x \cdot x + P_y \cdot y = I$$

$$P_y \cdot y = -P_x \cdot x + I$$

よって，

$$\boxed{y = -\frac{P_x}{P_y} \cdot x + \frac{I}{P_y}} \quad \text{：予算制約式（書き方②）}$$

となり，予算線は傾きが $-\dfrac{P_x}{P_y}$，切片が $\dfrac{I}{P_y}$ となる**右下がりの直線**だとわかるのである。また，$\dfrac{P_x}{P_y}$ は**価格比**，もしくは**相対価格**とも言う。文章中では P_x/P_y と表記してもよい。

ちなみに，予算線を式で書いたものが予算制約式であり，予算制約式をグラフで書いたものが予算線である。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 予算線の傾き（の絶対値）である P_x/P_y を（ 価格比 ）という。 「相対価格」も可
2. $P_x = 20$，$P_y = 5$ のとき，P_x/P_y は（ 4 ）である。これは，もし仮に X 財の購入を 1 個分やめたときに，それによって余る 20 円を，Y 財の購入に回せば，Y 財を（ 4 ）個だけ買えると解釈することができる。 $P_x/P_y = 20/5 = 20 \div 5 = 4$
3. $P_x = 100$，$x = 4$，$P_y = 50$，$y = 12$ のとき，この消費者の X 財への支出額は（ 400 ）であり，Y 財への支出額は（ 600 ）である。 （前半）100×4 （後半）50×12
4. $P_x = 20$，$x = 5$，$P_y = 30$，$y = 2$，$I = 160$ のとき，もし仮に所得 I の全額を X 財の購入に使ったのなら，X 財を（ 8 ）個購入することができる。 $I \div P_x = I/P_x = 160/20$
5. 予算線の y 切片である I/P_y は，所得 I の全額を（ X 財 /〇Y 財 ）の購入に使った場合に，いくつの財が買えるかを表している。
6. 予算線の x 切片である I/P_x は，所得 I の全額を（〇X 財 / Y 財 ）の購入に使った場合に，いくつの財が買えるかを表している。

問題(1)の 2.で見た価格比 P_x/P_y の解釈も理解しておくとよい。要するに，価格比は「***X* 財を 1 個買うのをやめたときに，*Y* 財が何個買えるか**」を意味するのである。

(2)　次の各問いに答えなさい。ただし，X 財の数量（購入量）を x，Y 財の数量（購入量）を y，X 財の価格を $P_x = 10$，Y 財の価格を $P_y = 20$，所得を $I = 200$ とする。

1.　予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$10x + 20y = 200 \ \rightarrow\ 20y = -10x + 200 \ \rightarrow\ y = -\frac{10}{20}x + \frac{200}{20} = -\frac{1}{2}x + 10$

＊ まれに，$y = -\frac{10}{20}x + \frac{200}{20}$ と答える人がいるが，約分した形で答えるのが通常である。

$y = \quad -\frac{1}{2}x + 10$

2.　価格比 P_x/P_y を求めなさい。

$\frac{P_x}{P_y} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

$\frac{P_x}{P_y} = \quad \frac{1}{2}$

3.　X 財を購入しないとき（$x = 0$），Y 財の購入量 y を求めなさい。

$10 \cdot 0 + 20y = 200 \ \rightarrow\ 20y = 200 \ \rightarrow\ y = 10$

$y = \quad 10$

4.　X 財を 6 個購入するとき（$x = 6$），Y 財の購入量 y を求めなさい。

$10 \cdot 6 + 20y = 200 \ \rightarrow\ 20y = 200 - 60 = 140 \ \rightarrow\ y = 7$

$y = \quad 7$

5.　Y 財を購入しないとき（$y = 0$），X 財の購入量 x の値を求めなさい。

$10x + 20 \cdot 0 = 200 \ \rightarrow\ 10x = 200 \ \rightarrow\ x = 20$

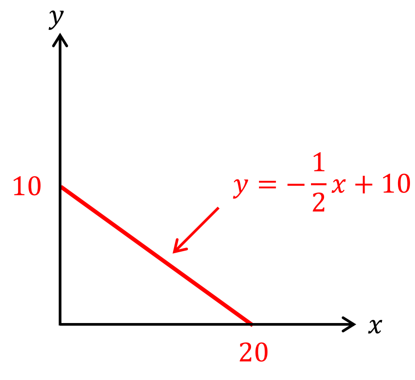
$x = \quad 20$

6.　Y 財を 7 個購入するとき（$y = 7$），X 財の購入量 x の値を求めなさい。

$10x + 20 \cdot 7 = 200 \ \rightarrow\ 10x = 200 - 140 = 60 \ \rightarrow\ x = 6$

$x = \quad 6$

7.　予算線のグラフを書きなさい。ただし，x 切片，y 切片の値をグラフ中に明記すること。



8.　X 財を 5 個購入するとき，X 財への支出額 E_x と Y 財への支出額 E_y を求めなさい。

$E_x = P_x x = 10 \cdot 5 = 50 \qquad E_x + E_y = 200 \ \rightarrow\ 50 + E_y = 200 \ \rightarrow\ E_y = 200 - 50 = 150$

［補足］$y = 7$ であり $E_y = 140$ と考えた人もいるかもしれない。正しい答えは，$y = 7.5$ であり $E_y = 150$ である。所得は使い切り，通常，財の個数に小数は許すのである。

$E_x = \quad 50 \qquad , E_y = \quad 150$

(3)　次の各問いに答えなさい。ただし，X 財の数量（購入量）を x，Y 財の数量（購入量）を y，X 財の価格を P_x，Y 財の価格を P_y，所得を I とする。

1.　予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$P_x x + P_y y = I \ \rightarrow\ P_y y = -P_x x + I \ \rightarrow\ y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{I}{P_y}$

$y = \quad -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{I}{P_y}$

2.　$x = 0$ であるときの y の式を書きなさい。

$y = -\frac{P_x}{P_y}\cdot 0 + \frac{I}{P_y} = \frac{I}{P_y}$

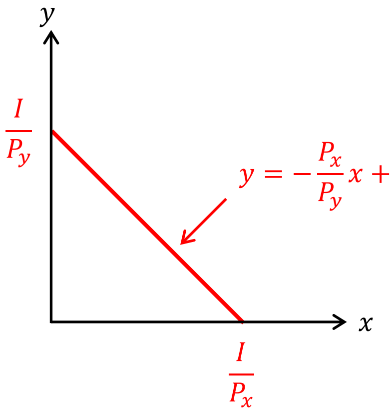
$y = \quad \frac{I}{P_y}$

3.　$y = 0$ であるときの x の式を書きなさい。

$P_x x + P_y \cdot 0 = I \ \rightarrow\ P_x x = I \ \rightarrow\ x = \frac{I}{P_x}$

$x = \quad \frac{I}{P_x}$

4.　予算線のグラフを書きなさい。ただし，x 切片，y 切片の値（式）をグラフ中に明記すること。



5.　Y 財への支出額 E_y の式を書きなさい。

価格 P_y である Y 財を y だけ購入したので，Y 財への支出額 E_y は $P_y \times y = P_y y$ である。

$E_y = \quad P_y y$

（別解）

X 財への支出額 E_x は $P_x \times x = P_x x$ であるので，

$E_x + E_y = I \ \rightarrow\ P_x x + E_y = I \ \rightarrow\ E_y = I - P_x x$

と解答してもよい。

$E_y = \quad I - P_x x$

＜補足２＞ りんご 2「個」と 2「単位」

この授業ではわかりやすさを優先するため，X 財（例えば，りんご）の数量を 2 個や 3 個といったように，数量の単位を「個」で表している。ただ，単位を「個」とすると，りんご 2 個が，2 玉のことなのか，2 切れのことなのか，段ボール 2 箱分のことなのか不明確である。経済学では，単位が 2「玉」なのか 2「切れ」なのかといった本質的ではない議論を避けるために，単位をそのまま「単位」と呼んでしまい，りんごの数量を 2 単位，3 単位と数えることが多いのである。

(4) 次の各問いに答えなさい。ただし，X 財の数量（購入量）を x，Y 財の数量（購入量）を y，変化前の X 財の価格を $P_x = 20$，Y 財の価格を $P_y = 4$，所得を $I = 100$ とする。

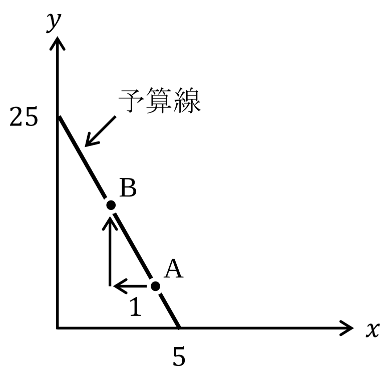
1. 予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$20x + 4y = 100 \rightarrow 4y = -20x + 100 \rightarrow y = -5x + 25$

$y =$ $-5x + 25$

2. 1.の予算線のグラフに関する次の文章について，括弧内に入る適切な数値を書きなさい。

価格比 P_x/P_y は（ 5 ）であるため，下図において，点 A から左に 1 だけ進んだとき，再び予算線上に戻るためには上に（ 5 ）だけ進めば，点 B に辿り着くことになる。これは，X 財を 1 単位買うのをやめたとき，Y 財を追加的に（ 5 ）単位買うことができることを意味している。 $P_x/P_y = 20/4 = 5$



3. X 財の消費を 3 単位あきらめたとき，Y 財は追加的に何単位消費できるか求めなさい。

$3 \times 5 = 15$

15 単位

4. X 財の消費を 1 単位増加させたとき，Y 財の消費を何単位あきらめなければならないか求めなさい。

上図で考えると点 B から右に 1 だけ進めば，下に 5 だけさがらなければならない。

5 単位

5. X 財の消費を 2 単位増加させたとき，Y 財の消費を何単位あきらめなければならないか求めなさい。

$2 \times 5 = 10$

10 単位

(5)　次の各問いに答えなさい。ただし，X 財の数量（購入量）を x，Y 財の数量（購入量）を y，変化前の X 財の価格を $P_x = 12$，Y 財の価格を $P_y = 10$，所得を $I = 120$ とする。

1.　予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$12x + 10y = 120 \ \rightarrow\ 10y = -12x + 120 \ \rightarrow\ y = -\frac{6}{5}x + 12$

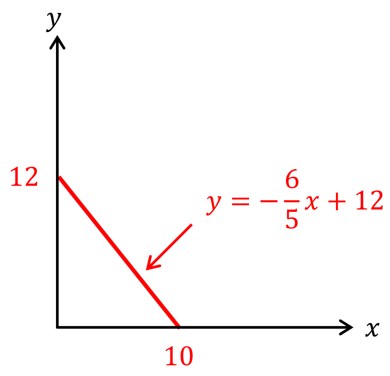
$y = \quad -\frac{6}{5}x + 12$

2.　Y 財を購入しないとき（$y = 0$），X 財の購入量 x の値を求めなさい。

$12x + 10 \cdot 0 = 120 \ \rightarrow\ 12x = 120 \ \rightarrow\ x = 10$

$x = \quad 10$

3.　予算線のグラフを書きなさい。ただし, x 切片, y 切片の値をグラフ中に明記すること。

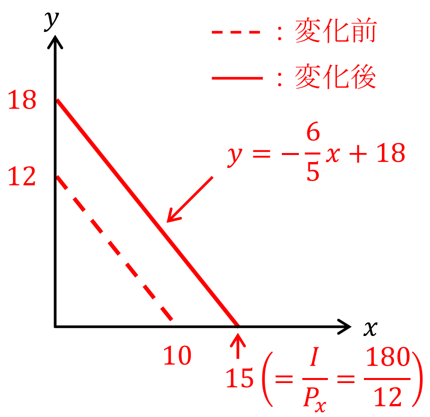


4.　所得のみが $I = 180$ に増加したとき，予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$12x + 10y = 180 \ \rightarrow\ 10y = -12x + 180 \ \rightarrow\ y = -\frac{6}{5}x + 18$

$y = \quad -\frac{6}{5}x + 18$

5.　所得のみが $I = 180$ に増加したときの予算線のグラフを書きなさい。ただし，所得の変化前の予算線のグラフも合わせて書き，それぞれのグラフの x 切片，y 切片の値も明記すること。

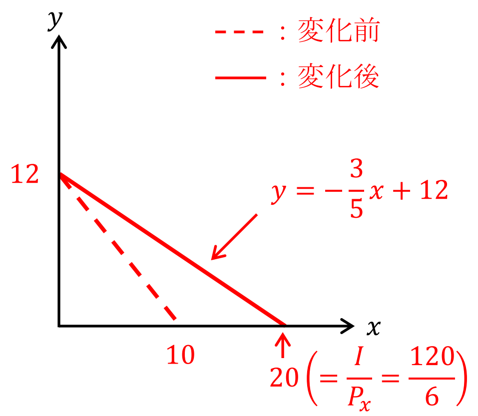


6. X 財の価格のみが $P_x = 6$ に下落したとき，予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$6x + 10y = 120 \rightarrow 10y = -6x + 120 \rightarrow y = -\frac{3}{5}x + 12$

$y =$ $-\frac{3}{5}x + 12$

7. X 財の価格のみが $P_x = 6$ に下落したときの予算線のグラフを書きなさい。ただし，価格の変化前の予算線のグラフも合わせて書き，それぞれのグラフの x 切片，y 切片の値も明記すること。

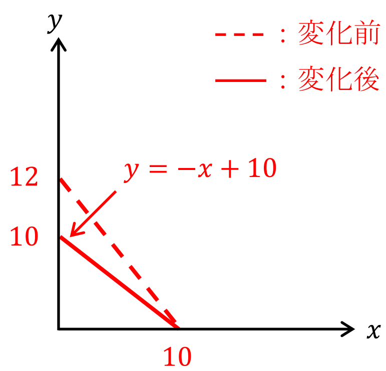


8. Y 財の価格のみが $P_y = 12$ に上昇したとき，予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書け。

$12x + 12y = 120 \rightarrow 12y = -12x + 120 \rightarrow y = -x + 10$

$y =$ $-x + 10$

9. Y 財の価格のみが $P_y = 12$ に上昇したときの予算線のグラフを書きなさい。ただし，価格の変化前の予算線のグラフも合わせて書き，それぞれのグラフの x 切片，y 切片の値も明記すること。



10. 所得 $I = 120$，X 財の価格 $P_x = 12$，Y 財の価格 $P_y = 10$ がすべて 2 倍になったとき，予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$24x + 20y = 240 \rightarrow 20y = -24x + 240 \rightarrow y = -\frac{6}{5}x + 12$（1.と同じ解答になる）

$y =$ $-\frac{6}{5}x + 12$

＜補足３＞ 所得，価格がすべて n 倍

問題(5)の 10.で見たように，所得 I，X 財の価格 P_x，Y 財の価格 P_y がすべて 2 倍になった場合，予算線は変化しない（もちろん，予算線が変化しないと最適消費点も変化しない）。

これは直観的にも明らかであろう。例えば，給料が 2 倍になったとしても，世の中の商品の値段がすべて 2 倍になれば買える量は変わらないという訳である。もちろん，所得と価格がすべて 3 倍や 10 倍になった場合でも予算線は変化しない。このことから，世の中の賃金が上昇していても物価が上昇したら，果たしてそこに意味はあるのか？という疑問が生まれてくるのも当然なのである。（**物価**とは，マクロ経済学で登場する用語であるが，ここでは「世の中の商品の平均的な価格」と理解しておけばよい）

＜補足４＞ 「所得 2 倍」と「全品半額」

問題(5)の設定（$P_x = 12$，$P_y = 10$，$I = 120$）を例にして，予算制約式を書くと，

$$P_x x + P_y y = I$$

$$12x + 10y = 120 \quad \cdots ①$$

である。ここで，「所得を 2 倍」にすると，

$$12x + 10y = 240 \quad \cdots ②$$

となる。ここで，②式の両辺を 2 で割ると，

$$6x + 5y = 120 \quad \cdots ③$$

となり，もちろん，②式と③式は（実質的には）同じ予算線である。（**＜補足３＞**より）

ここで，①式と②式を比べてみると，②式は，①式の所得を 2 倍にしたものである。次に①式と③式を比べてみると，③式は，①式のすべての価格を半額にしたものである。そして，②式と③式が（実質的に）同じ予算線であったことから，次の 2 つの状況の変化は（実質的に）同じ変化なのである。

所得 2 倍： ① $P_x = 12, P_y = 10, I = 120 \quad \rightarrow \quad$ ② $P_x = 12, P_y = 10, I = \boxed{240}$

全品半額： ① $P_x = 12, P_y = 10, I = 120 \quad \rightarrow \quad$ ③ $P_x = \boxed{6}, P_y = \boxed{5}, I = 120$

つまり，「給料を 2 倍にすること」と「世の中のすべての商品が半額になること」ではどちらも同じということである。

元の予算制約式 $P_x x + P_y y = I$ から「所得 2 倍」と「全品半額」が同じ変化であることを，より一般的に書いておくと，

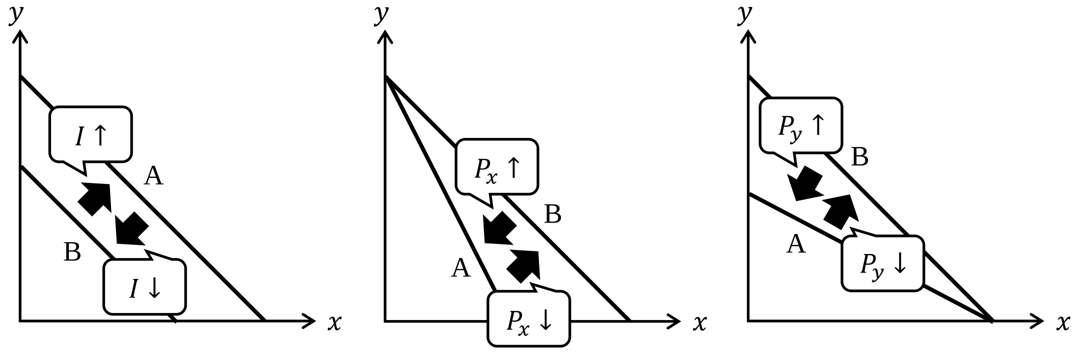
$$P_x x + P_y y = 2I \underset{\text{同じ}}{\leftrightarrow} \frac{P_x}{2}x + \frac{P_y}{2}y = I$$

となる。

3. 予算線のシフト

前節の問題(5)で，予算線がシフトする様子を見たが，ここに予算のシフトについてまとめておこう。

［所得 I の変化］　　［X 財の価格 P_x の変化］　　［Y 財の価格 P_y の変化］



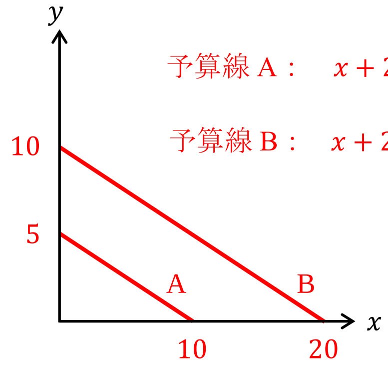
【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る正しい語句に〇を書きなさい。

1. I が増加した場合，予算線は（〇平行に右上　/　平行に左下　/　時計回り　/　反時計回り　）にシフトする。
2. I が減少した場合，予算線は（　平行に右上　/〇平行に左下　/　時計回り　/　反時計回り　）にシフトする。
3. P_x が上昇した場合，予算線は（　平行に右上　/　平行に左下　/〇時計回り　/　反時計回り　）にシフトする。　y 切片を中心に時計回り
4. P_x が下落した場合，予算線は（　平行に右上　/　平行に左下　/　時計回り　/　〇反時計回り　）にシフトする。　y 切片を中心に反時計回り
5. P_y が上昇した場合，予算線は（　平行に右上　/　平行に左下　/　時計回り　/　〇反時計回り　）にシフトする。　x 切片を中心に反時計回り
6. P_y が下落した場合，予算線は（　平行に右上　/　平行に左下　/〇時計回り　/　反時計回り　）にシフトする。　x 切片を中心に時計回り
7. I が増加した場合，価格比 P_x/P_y は（　増加する　/　減少する　/〇不変である　）。
8. P_x が上昇した場合，価格比 P_x/P_y は（〇増加する　/　減少する　/　不変である　）。
9. P_y が下落した場合，価格比 P_x/P_y は（〇増加する　/　減少する　/　不変である　）。
10. I が減少した場合，所得のすべてを使って購入できる X 財の数量は，（　増加する　/　〇減少する　/　不変である　）。　$I\downarrow/P_x$：減少
11. P_x が下落した場合，所得のすべてを使って購入できる Y 財の数量は，（　増加する　/　減少する　/〇不変である　）。　I/P_y：不変
12. P_y が上昇した場合，所得のすべてを使って購入できる Y 財の数量は，（　増加する　/　〇減少する　/　不変である　）。　$I/(P_y\uparrow)$：減少

(2) 次の各予算線のグラフを書きなさい。ただし，1 つの図に 2 つの予算線のグラフを書き，x 切片，y 切片の値もグラフ中に明記すること。また，（前ページで図示したように）グラフが区別できるように記号 A, B をグラフ中に書き込むこと。

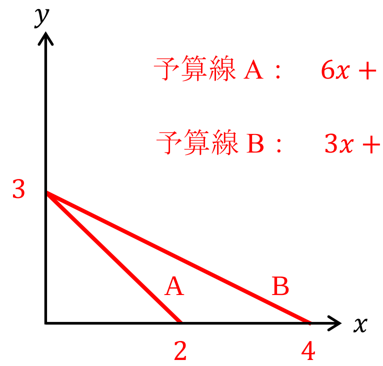
1. 予算線 A：$P_x = 1$，$P_y = 2$，$I = 10$　　　予算線 B：$P_x = 1$，$P_y = 2$，$I = 20$



予算線 A：　$x + 2y = 10 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 5$

予算線 B：　$x + 2y = 20 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 10$

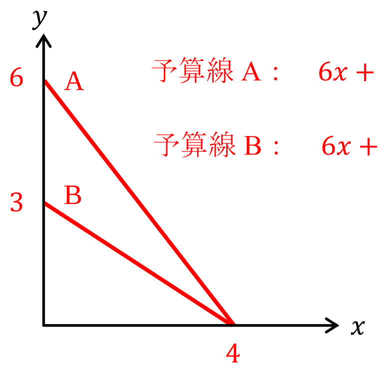
2. 予算線 A：$P_x = 6$，$P_y = 4$，$I = 12$　　　予算線 B：$P_x = 3$，$P_y = 4$，$I = 12$



予算線 A：　$6x + 4y = 12 \rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3$

予算線 B：　$3x + 4y = 12 \rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3$

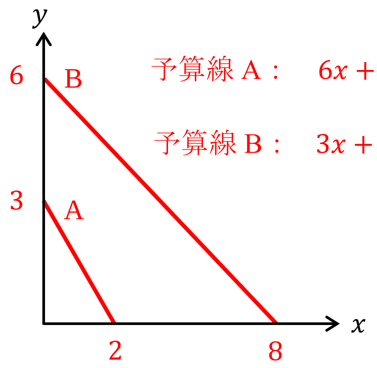
3. 予算線 A：$P_x = 6$，$P_y = 4$，$I = 24$　　　予算線 B：$P_x = 6$，$P_y = 8$，$I = 24$



予算線 A：　$6x + 4y = 24 \rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 6$

予算線 B：　$6x + 8y = 24 \rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3$

4.　予算線 A：$P_x = 6$，$P_y = 4$，$I = 12$　　　予算線 B：$P_x = 3$，$P_y = 4$，$I = 24$



予算線 A：　$6x + 4y = 12 \ \rightarrow \ y = -\dfrac{3}{2}x + 3$

予算線 B：　$3x + 4y = 24 \ \rightarrow \ y = -\dfrac{3}{4}x + 6$

＜補足５＞ 所得を使い切らないとき

所得 I を使い切らないことも考える場合は，

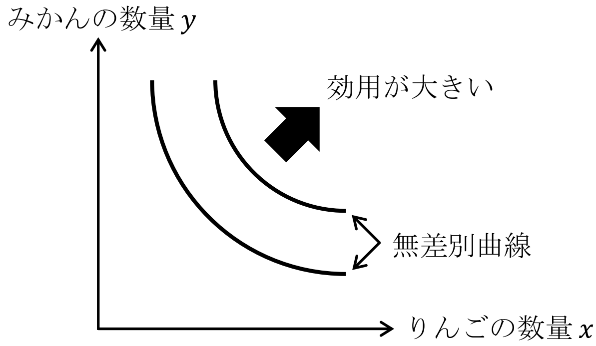
$$P_x \cdot x + P_y \cdot y \leq I$$

となり，予算制約式が「不等式」になる。上式の意味は，所得の範囲内で X 財と Y 財を買うということである。ちなみに，大学からは等号付き不等号を $\leq$（小なりイコール；高校までは≦）や $\geq$（大なりイコール；高校までは≧）と書く。

ただ，ミクロ経済学の初歩では「所得 I は使い切る」と考えるのが通常である。なぜなら，所得を使い切らない（お金を残してしまう）と，効用が最大にならないからである。これは，お金を残すより，使い切った方がたくさんの商品を買えるので効用が上がるということから理解できるであろう。

4. 無差別曲線の性質

無差別曲線は「**同じ効用**を実現する点の集まり」であり，標準的な無差別曲線は次のように書くことができた。



また，標準的な無差別曲線とは，次の 5 つの性質を満たすものとしておこう。

1. 右上ほど効用が高い

2. 右下がり

3. 無数に書ける

4. 互いに交わらない

5. 原点に対して凸

＊ 学習が進むと特殊な無差別曲線（**＜補足８＞**）も登場するが，
特殊であっても性質 3, 4 は満たす。

各性質は授業内容を確認してもらいたいが，性質 5 が意味することは少々深い内容になるので，次回の第 4 講で扱うこととする。

では, このような 5 つの性質を満たす無差別曲線を式で書くことができるのであろうか？実は，簡単に式に書くことができる。ある消費者の**効用関数**を例えば,

$$U = xy$$

と設定してみる。これは，消費者の効用を U，りんごの数量（消費量）を x，みかんの数量（消費量）を y としており，例えば，りんごを 2 個食べて（$x = 2$），みかんを 3 個食べれば（$y = 3$），効用 U の値は,

$$U = xy = 2 \cdot 3 = 6$$

というように計算できるので「この消費者の満足度は 6 だ」と結論付けることができる。

このことから，効用関数は「財の消費量」と「財の消費から得られる効用」の関係を表しているということがわかる。

ここで，効用 U の値が 6 となるような「無差別曲線の式」を求めてみる。求めるのは簡単で，効用関数に $U=6$ を代入すれば，

$$U = xy \quad \rightarrow \quad \underbrace{6 = xy}_{\text{無差別曲線の式}}$$

このように，「無差別曲線の式」が得られるのである。ちなみに無差別曲線は縦軸を y とするグラフに書くことが多いので，

$$6 = xy \quad \rightarrow \quad \underbrace{y = \frac{6}{x}}_{\text{無差別曲線の式}}$$

このように変形して得られた $y=6/x$ の式も「無差別曲線の式」である。（この式を「無差別関数」と呼びたいところですが，そのような言葉は聞いたことがありません）

ちなみに，$y=6/x$ のグラフの形は，第 2 講でも取り上げたように「反比例のグラフ（直角双曲線）」であるので，前ページの図で見たような右下がりの無差別曲線が書けるのである。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 無差別曲線は（〇同じ / 異なる ）効用を実現する点の集まりである。
2. ある無差別曲線上に点 A と点 B があるとする。点 A において消費することによる効用を 10 とすると，点 B において消費することによる効用は（ 10 ）である。
3. X 財と Y 財を共に好きな財であるとし，X 財の消費量 $x=2$，Y 財の消費量 $y=3$ という組み合わせである点 C と X 財の消費量 $x=5$，Y 財の消費量 $y=4$ という組み合わせである点 D を比べたとき，点 C の方が点 D よりも効用が（ 高 /〇低 ）くなっている。また，これらの点は同一の無差別曲線上に存在（ する /〇しない ）。
   点 C より点 D の方がグラフ中で右上にある。
4. ある消費者の効用関数を $U=xy$ としたとき，$x=2$，$y=3$ である消費点における効用の値は（ 6 ）となる。 $U = xy = 2 \cdot 3 = 6$
5. ある消費者の効用関数を $U=xy^2$ としたとき，$x=4$，$y=1$ である消費点 A と，$x=2$，$y=2$ である消費点 B では，消費点（ B ）における効用の方が高くなる。
   消費点 A：$U = xy^2 = 4 \cdot 1^2 = 4$　　消費点 B：$U = xy^2 = 2 \cdot 2^2 = 2 \cdot 4 = 8$

(2) 標準的な無差別曲線の 5 つの性質に関して，次の括弧内に入る正しい語句に〇を書きなさい。

1. （〇右上 / 右下 ）ほど効用が高い
2. 右（ 上 /〇下 ）がり
3. （ 一本しか書けない /〇無数に書ける ）
4. 互いに（ 交わる /〇交わらない ）
5. 原点に対して（〇凸 / 凹 ）

(3)　効用関数を $U = xy$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　$x = 3$，$y = 4$ のとき，効用 U の値を求めなさい。

$U = 3 \cdot 4 = 12$

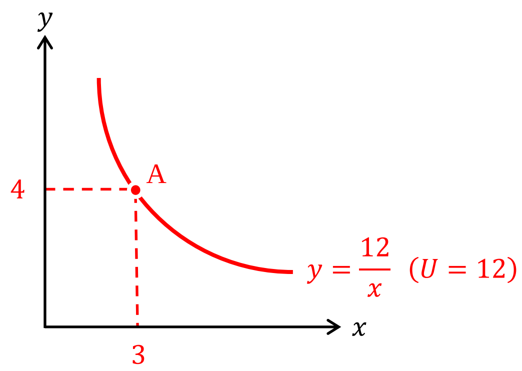
$U =$ 12

2.　効用 $U = 12$ となる無差別曲線の式を書きなさい。

$U = xy \ \rightarrow \ 12 = xy \ \rightarrow \ y = \dfrac{12}{x}$

$y = \dfrac{12}{x}$

3.　効用 $U = 12$ における無差別曲線のグラフを書きなさい。ただし，$x = 3$，$y = 4$ となる点 A もグラフ上に明記しなさい。



4.　$x = 6$，$y = 2$ のとき，効用 U の値を求めなさい。

$U = 6 \cdot 2 = 12$

$U =$ 12

5.　$U = 12$ となる x と y の組み合わせを上記の 1.と 4.の組み合わせ以外で，3 通り挙げなさい。ただし，$(x, y) = (3, 4)$ は，$x = 3$，$y = 4$ を意味しているものとする。

解答例は次の通りである。（他に，$(x, y) = (12, 1)$，$\left(\frac{1}{2}, 24\right)$，$(\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$ などでもよい）

$(x, y) = ($ 1 , 12 $)$，$($ 2 , 6 $)$，$($ 4 , 3 $)$

＜補足６＞ 消費ベクトル $(x, y) = (3, 4)$

りんご（X 財）を 3 個食べ，みかん（Y 財）を 4 個食べると，$x = 3$，$y = 4$ と書くことができるが，これは上記の問題(3)の 4.で書いたように，$(x, y) = (3, 4)$ と表記することが多い。ちなみに，(x, y) を**消費ベクトル**という。この言葉の使い方は，問題(3)の 4.を例にすると，$U = 12$ となる消費ベクトルは，例えば $(x, y) = (2, 6)$ である，といったように使う。

あまり細かいことを抜きにして言ってしまうと，「消費ベクトルとは座標のことだ」と理解しておけばいい。（ベクトルに関しては第 0 講**＜補足２１＞**を参照）

(4)　効用関数を $U = x^2 y$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　$x = 5$，$y = 4$ のとき，効用 U の値を求めなさい。

$U = 5^2 \cdot 4 = 100$

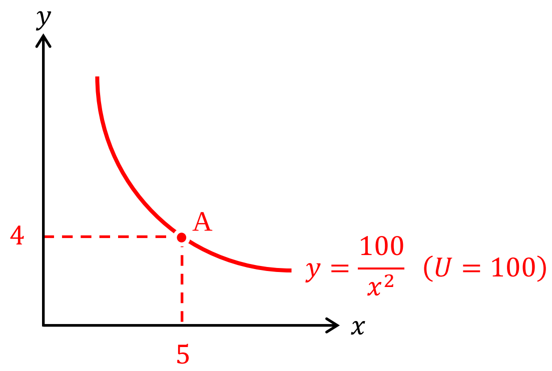
$U =$ 100

2.　効用 $U = 100$ となる無差別曲線の式を書きなさい。

$U = x^2 y \;\rightarrow\; 100 = x^2 y \;\rightarrow\; y = \dfrac{100}{x^2}$

$y = \dfrac{100}{x^2}$

3.　効用 $U = 100$ における無差別曲線のグラフを書きなさい。ただし，$x = 5$，$y = 4$ となる点 A もグラフ上に明記すること。　$y = 100/x^2$ も直角双曲線という。



4.　$U = 100$ となる x と y の組み合わせを上記の 1.の組み合わせ以外で, 2 通り挙げなさい。

解答例は次の通りである。（他に，$(x, y) = (2, 25)$，$\left(3, \dfrac{100}{9}\right)$，$(\sqrt{2}, 50)$などでもよい）

$(x, y) = ($ 1 , 100 $)$，$($ 10 , 1 $)$

＜補足 7＞ 効用関数 $U = xy$ の特徴

効用関数 $U = xy$ から標準的な無差別曲線が書けるということであったが, $U = xy$ の他の特徴を挙げておこう。以下の説明では，X 財をりんご，Y 財をみかんとしておく。

まず，$U = xy$ から，りんごを全く食べない（$x = 0$）と，みかんをどれだけたくさん食べても，効用は 0 である（$U = 0 \cdot y = 0$）。逆に，みかんを全く食べないケースも効用は 0 である。つまり，りんごとみかんの片方でも買わないと効用が 0 になってしまうため,「(お金を持っていれば) りんごとみかんの両方を絶対に買う！」というわけである。これを，専門用語を使って表現すると「**内点解**となる」もしくは「**端点解（コーナー解）**がない」という（詳細は第 5 講**＜補足 7＞**へ)。難しい言葉に思えるが，要は「りんごとみかんの両方を買う」ということを表現しているに過ぎない。

また，効用関数が $U = xy$ であれば，りんごとみかんを同じくらい好きだと判断できる。これは次の効用関数を考えるとわかりやすい。例えば，$U = x^2 y$ であれば，みかん（Y 財）よりりんご（X 財）が好きな人だとわかる。なぜなら，りんごを食べる数 x を増やしていけば，x には 2 乗がついているので，効用は早いスピードでどんどん大きくなるからである。ここで，効用関数 $U = xy (= x^1 y^1)$ に戻ると，x にも y にも同じ 1 乗がついていると考えられるので，りんごとみかんを同程度好きだと見なせるのである。

(5)　効用関数を $U = 2x + y$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　$x = 2$，$y = 4$ のとき，効用 U の値を求めなさい。

$U = 2 \cdot 2 + 4 = 8$

$U =$ 8

2.　$x = 1$，$y = 6$ のとき，効用 U の値を求めなさい。

$U = 2 \cdot 1 + 6 = 8$

$U =$ 8

3.　$U = 8$ となる組み合わせを上記の 1.と 2.の組み合わせ以外で，3 通り挙げなさい。

解答例は次の通りである。（他に，$(x, y) = \left(\frac{1}{2}, 7\right)$，$(1.5, 5)$，$(\sqrt{2}, 8 - 2\sqrt{2})$などでもよい）

$(x, y) = (\ 0\ ,\ 8\ )$，$(\ 3\ ,\ 2\ )$，$(\ 4\ ,\ 0\ )$

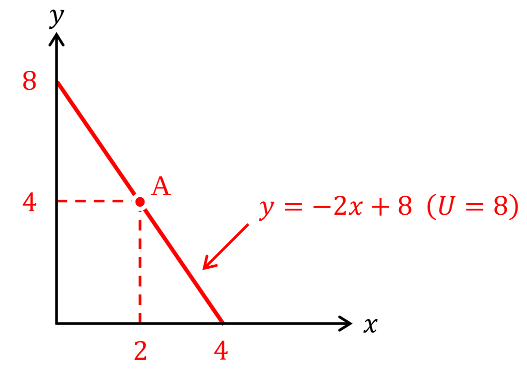
5.　効用 $U = 8$ となる無差別曲線の式を書きなさい。

$U = 2x + y \ \rightarrow\ 8 = 2x + y \ \rightarrow\ y = -2x + 8$

$y =$ $-2x + 8$

4.　効用 $U = 8$ における無差別曲線のグラフを書きなさい。ただし，$x = 2$，$y = 4$ となる点 A と無差別曲線の x 切片，y 切片の値をグラフ中に明記すること。

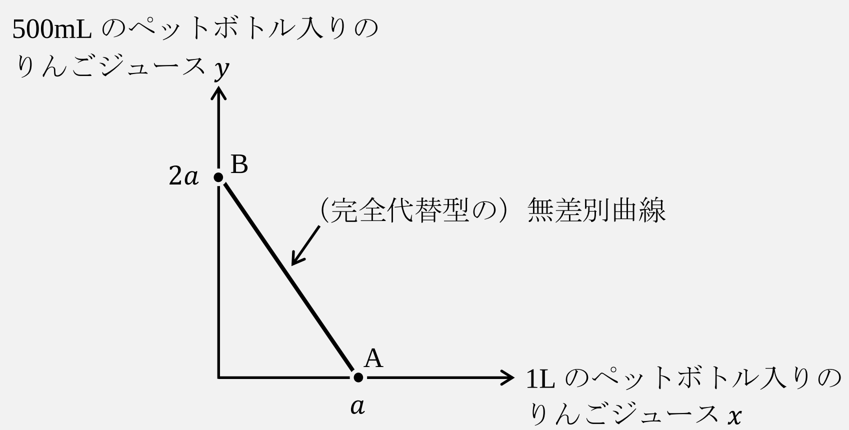
（ヒント）今回の無差別曲線は直線になる。



＜補足８＞ 特殊な無差別曲線

上記の問題(5)で見たように，実は，無差別曲線には様々な形状が存在する。例えば，問題(5)のタイプは「**完全代替型**」の無差別曲線である。

次の図を用いて，完全代替型の無差別曲線の説明をしよう。（a は正の数である）



ここで，$a = 1$とする。このとき，点Aは$x = 1$であり，1Lのりんごジュースを1杯飲むという点である。また，点Bは$y = 2$であり，500mLのりんごジュースを2杯飲むという点である。これら点Aと点Bが同じ無差別曲線上に乗っているということは，点Aも点Bも効用が同じということを意味しているのである（どちらの点も結局，1Lのりんごジュースを飲むことになるのだから当然ですね）。

このように，「1Lのペットボトル入りのりんごジュース」1本と「500mLのペットボトル入りのりんごジュース」2本は，完全に代替（代替とは，他のもので代えるという意味）できるので，右下がりの直線で表される無差別曲線を「完全代替型の無差別曲線」というのである。

＜補足９＞ 好きな財とは？

ある財を消費したときに，効用が下がればそれは「嫌いな財」だということは直観的にもわかりやすいだろう。ということは，その逆で消費をしても効用が下がらない財を「好きな財」と名付けるのは一見理解しやすいかもしれない。

しかし，消費をしても効用が下がらないということは，100 個消費をしている段階（もうお腹いっぱい）で，さらにもう 1 個消費しても以前より効用が高まる（か効用が変わらない）ということを表している。つまり，この授業で「好きな財」と呼んでいる財は，（どれだけたくさん食べている状態であっても）さらに食べれば食べるほど（わずかかもしれないが）効用を増加させることができるという特徴を持つのである。

これは現実的に考えて変ではないだろうか？りんごを考えても，3玉くらい食べればもうお腹いっぱいで，4玉目を食べたらお腹を壊して効用が下がってしまうかもしれない。

しかし，ミクロ経済学ではどれだけたくさん消費したとしても効用が下がらないという「好きな財」を前提（仮定）に分析しているのである（このような仮定を，経済学の専門用語で「**局所非飽和の仮定**」（＝食べ続けても効用が下がらない）という）。

これは非現実的な仮定のように思うかもしれないが，私たちはいつもお腹を壊す（効用が下がる）ギリギリまで消費するわけではない。そのため，お腹を壊さない（効用が下がらない）消費量の範囲内で効用最大化を考えようとすることは，そこまで無茶な仮定ではないだろう。

ところで，「好きな財」という用語は，この授業だけで使う用語である。通常，経済学では「好きな財」を「（正の）財」（Goods ; グッズ）といい，「嫌いな財」を「負の財」（Bads ; バッズ）という。負の財の例としてよく登場するのは「ゴミ」である。