はじめよう経済学　ー解答編ー
第 0 講　経済数学入門

経済学で使う数学を最も効率よく学ぶ

第 0 講では，経済学で使う数学（**経済数学**）を学んでいきます。なぜ，第 0 講としているかというと，中学や高校で学ぶ数学にある程度自信がある人は，第 1 講からスタートして良いからです。第 0 講は「数学は苦手だな」と思っている人にぜひ取り組んでもらいたいと思います。

やはり，経済学をちゃんと理解するためには「数学」は欠かせない道具。ちなみに，経済学の内容には，数学ができなくても感覚的に理解できることがたくさんあります。しかし，感覚ばかりに頼っていては，説得力のない怪しい議論しかできません。経済学を学ぶ上である程度の数学力は必要です。

経済学の基礎を学ぶ上で，最低限必要な数学力を身につけるために，学習効率が良いと思われる問題をまとめました。ページをめくっていただくと，中学や高校の数学の復習のように見えますが，どの内容も後の経済学でよく登場するものばかりです。問題によっては，どうしてこんな面倒な作業をさせるのだろうか？と感じる箇所もあるかもしれませんが，そこにもちゃんと作問の意図があります。その都度，作問の意図までは書いていませんので，「あとで大切になることなのだろうな」と思って解き進めてください。

また，第 0 講の問題を解いていて，「難しいな」とか「少しひっかかるな」というところがあれば，その箇所を繰り返し解くことがベストだと思います。…が，第 1 講以降でも再登場する数学の知識ばかりですので，とりあえず飛ばしていただいて，また出てきたときに学び直すというやり方でも良いと思います。準備運動（数学の勉強）ばかりして，経済学に入る前に疲れてしまっていては本末転倒ですから。

第 0 講の問題がすらすら解ければ, 第 1 講以降の内容がとても頭に入りやすくなります。ちなみに，国家公務員一般職試験（大卒程度試験）で出題される「ミクロ経済学」や「マクロ経済学」のレベルであっても，第 0 講の計算問題が解ければ数学で苦労することはほとんどなくなるので，公務員試験や資格試験の経済学に苦戦している人にとっても有益な問題集になるかと思います。

また，**＜補足＞**が各所に登場しますが，飛ばしていただいても構いません。この補足を作成した理由は，読んでいる人の気分転換になればという気持ちもありますが，それ以上に，この教材がさらに高いレベルの経済学を学ぶための橋渡しになることを狙いとしているためです。

それでは，第 0 講の問題を解き進めていきましょう。この問題集は「はじめよう経済学」の動画授業と対応していますので，先に第 0 講の動画を見てから問題を解き始められることをおすすめします。しかし，第 0 講は，動画を見ていなくても問題が解けるように，第 1 講以降よりも例題や解説を多く記載しています。また，解答編は，様々なレベルの人に解いていただくことを想定して，これでもかというくらい計算過程を丁寧に書いています。計算過程は各自の数学レベルに応じて，適宜飛ばしながら見ていってください。

目次

次回の第 1 講では，「6. 図形」「7. グラフ」「8. 連立方程式」の知識を使います。また，第 2 講では「1. 分数」「4. 変化率」「9. 微分」，第 4 講で「5. 指数」「10. 偏微分」の知識を使います。「12. 数列」は第 10 講で登場し，「2. 逆数」「3. 両辺に～」「11. 関数」は数学を使う上で知っておいた方がよい知識です。

第 0 講の内容は，経済学を学ぶ上でどれも大切ではありますが，最重要なテーマを強いて挙げるとすれば，「5. 指数」と「9. 微分」になります。これら 2 つの分野を諦めずに取り組んでいただければ，後の経済学の学習がとても楽になります。また，「11. 関数」「12. 数列」「13. 総合問題（経済学での計算例）」は余力があれば取り組んでいただければと思います。

＜補足一覧＞

1. 分数

次の式を見てほしい。

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4$$

これより分数は，

$$\frac{\text{分子}}{\text{分母}} = \text{分子} \div \text{分母}$$

のように，「割り算の形」に変形できることがわかる。この考え方を用いれば，次の例題を簡単に解くことができる。(別解のように分子と分母に同じ数字をかけて解いてもよい)

【例題】次の計算をしなさい。

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \underline{\frac{2}{3}}$$

(別解) $$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{2} \times 4}{\frac{3}{4} \times 4} = \underline{\frac{2}{3}}$$

経済学では，このように分数の中に分数が入った計算や，分数の分子や分母の中に複雑な式が入ってくることが（ものすごく）多い。

【問題】次の計算をしなさい。

1. $$\frac{\frac{9}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{9}{10} \div \frac{3}{5} = \frac{9}{10} \times \frac{5}{3} = \frac{3}{2} (= 1.5)$$

(別解) $$\frac{\frac{9}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{\frac{9}{10} \times 10}{\frac{3}{5} \times 10} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

2. $$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}} = \frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{1} = 4$$

(別解) $$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}} = \frac{\frac{2}{3} \times 6}{\frac{1}{6} \times 6} = \frac{4}{1} = 4$$

3. $$\frac{2}{\frac{2}{3}} = 2 \div \frac{2}{3} = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

(別解) $$\frac{2}{\frac{2}{3}} = \frac{2 \times 3}{\frac{2}{3} \times 3} = \frac{6}{2} = 3$$

4. $$\frac{0.5}{\frac{1}{4}} = 0.5 \div \frac{1}{4} = \frac{5}{10} \times \frac{4}{1} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = 2$$

(別解) $$\frac{0.5}{\frac{1}{4}} = \frac{0.5 \times 4}{\frac{1}{4} \times 4} = \frac{2}{1} = 2$$

5. $$\frac{\frac{3}{4}}{3} = \frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4} (= 0.25)$$

(別解) $$\frac{\frac{3}{4}}{3} = \frac{\frac{3}{4} \times 4}{3 \times 4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

6. $$\frac{\frac{1}{5}}{0.1} = \frac{1}{5} \div 0.1 = \frac{1}{5} \div \frac{1}{10} = \frac{1}{5} \times \frac{10}{1} = 2$$

(別解) $$\frac{\frac{1}{5}}{0.1} = \frac{\frac{1}{5} \times 10}{0.1 \times 10} = \frac{2}{1} = 2$$

2. 逆数

経済学では，計算のテクニックとして**逆数をとる**という作業をすることがある。

【例題】次の空所に適切な値，もしくは式を入れなさい。

(1)　5 の逆数は（ $\frac{1}{5}$ ）である。　　(2)　$-\frac{3}{4}$の逆数は（ $-\frac{4}{3}$ ）である。

(3)　$\frac{1}{x}=\frac{2}{3}$ の両辺の逆数をとると（ $x=\frac{3}{2}$ ）となる。

(4)　$\frac{1}{x}>\frac{2}{5}$ の両辺の逆数をとると（ $x<\frac{5}{2}$ ）となる。

例題(4)は次を確認すれば明らかであろう。

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_{=0.5} > \underbrace{\frac{2}{5}}_{=0.4} \quad \rightarrow \quad 2 < \underbrace{\frac{5}{2}}_{=2.5}$$

（注意）

この問題集では，計算の手順（流れ）を示す際に，上のように矢印「→」を使って書くことが多い。これは数学の同値記号「⇔」などではなく，単に計算の流れを示しているに過ぎないので注意してほしい。

【問題】次の空所に適切な値を入れなさい。ただし，問題 7, 8.は正しい不等号に○を書きなさい。

1.　2 の逆数は（ $\frac{1}{2}$ ）である。　　2.　-10 の逆数は（ $-\frac{1}{10}$ ）である。

3.　$\frac{4}{5}$の逆数は（ $\frac{5}{4}$ ）である。　　4.　$\frac{1}{3}$の逆数は（ 3 ）である。

5.　$\frac{1}{x}=-\frac{9}{10}$ について，両辺の逆数をとると $x=$（ $-\frac{10}{9}$ ）となる。

6.　$\frac{1}{x}=6$ について，両辺の逆数をとると $x=$（ $\frac{1}{6}$ ）となる。

7.　$\frac{1}{x}<3$（$x>0$）について，両辺の逆数をとると x（ $<$, ○$>$ ）$\frac{1}{3}$ となる。

8.　$\frac{1}{x}>\frac{5}{4}$ について，両辺の逆数をとると x（○$<$, $>$ ）$\frac{4}{5}$ となる。

問題 5.から 8.は次節で再び取り上げるが，「両辺に～をかける」といった方法でも解くことができる。（問題 7.に $x>0$ がある理由は，例えば $x=-2$ のときは次のようになるため）

$$\frac{1}{-2}<3 \quad \rightarrow \quad -2<\frac{1}{3}$$

＜補足１＞ 分母が０（ゼロ）になる分数

5 の逆数は$\frac{1}{5}$であった。実は，元の数(5)とその逆数$\left(\frac{1}{5}\right)$をかけ算すると 1 となる。これが逆数の特徴（むしろ，逆数の定義）である。

では，「0」には逆数があるのだろうか？0 の逆数は$\frac{1}{0}$だろうか？

実は，0 には逆数がない。それもそのはずで，0 には何をかけても 0 になってしまうので，「かけたら 1 になる数」が存在しないのである。ところで，分母に 0 がくる分数，例えば，$\frac{1}{0}$ という数は「数学の世界ではタブー」のような存在である。その理由を議論することは数学的に奥の深い話となり，この授業の趣旨ではないので避けることにする。

ともあれ，「0 で割ってはいけない」ことは肝に銘じてほしい。私も経済学上の問題について計算をしていて，分数の分母が 0 になったときは，「あれ，どこかで計算を間違ったかな」「問題に誤りはないかな」などと考える。ちなみに，分子が 0 の場合は，値は 0 になり数学的にも問題はない。

$$\frac{0}{1} = 0, \qquad \frac{1}{0} = (\text{解なし})$$

3. 両辺に～

例えば，「$2 = 2$」という式に対して，両辺を 2 乗しても（$2^2 = 2^2 \ \rightarrow\ 4 = 4$），両辺に 10 を足しても（$2 + 10 = 2 + 10 \ \rightarrow\ 12 = 12$），両辺に 3 をかけても（$2 \times 3 = 2 \times 3 \ \rightarrow\ 6 = 6$），何ら問題ないであろう（もちろん，両辺に逆数をとっても構わない）。

このことは「$x = y$」のように，式の中に文字が入っていても同じように考えることができる。「$x = y$」は，x の値と y の値が（例えば「$2 = 2$」のように）等しいため，「$x = y$」の両辺を 2 乗などしても問題ないのである。

【例題】次の方程式を解きなさい。

(1)　$x + 5 = 8$　　（解答）$x + 5\ \boxed{-5} = 8\ \boxed{-5} \quad \rightarrow \quad x = 8 - 5 = \underline{3}$

(2)　$3x = 9$　　（解答）$3x\ \boxed{\div 3} = 9\ \boxed{\div 3} \quad \rightarrow \quad x = 9 \div 3 = \underline{3}$

(3)　$\frac{1}{2}x = 4$　　（解答）$\frac{1}{2}x\ \boxed{\times 2} = 4\ \boxed{\times 2} \quad \rightarrow \quad x = 4 \times 2 = \underline{8}$

例題(1)を解くとき，次のように解いた人はいないだろうか。

「5 を右辺にもっていけば，プラスがマイナスになるから，$8 - 5 = 3$ だ！」

この解き方でも答えは合うが，正しい考え方は「両辺から 5 を引く」ということである。この正しい考え方は肝に銘じておいた方が良い。

＜補足２＞ 数学は苦手？

補足というか余談になってしまうが，「プラスの数字を右辺にもっていけばマイナスの数字になる」というように，理屈を考えずに解き方だけを覚えている人に，数学が苦手だと感じている人が多いのではないだろうかと思う。

このような解き方の暗記を積み重ねていった結果，「そもそもこの理屈って何だっけ…」と立ち止まったときに，「あれ？わからないぞ。どこから学び直せばいいんだ…」と途方に暮れて，「数学は苦手だなぁ」と感じるのではないだろうか。

第 0 講の目的は，「数学を好きになる」というものではなく，「経済学を学ぶ際に，数学でつまずかないようになる」ことである。そのため，数学の細かい理屈なんて無視していいのでないか？と思うかもしれない。しかし，経済学で使う数学の知識は，理屈まで理解できていた方が経済学が学びやすくなるのである。数学が苦手だと思う人は，ここは踏ん張って，数学の細かい理屈の話にもお付き合いいただければと思う。

【問題】例を参考にして，次の空所に適切な値を入れなさい。

例 1.　$x-1=3$　両辺に（ ＋1 ）して，$x=$（ 4 ）となる。

例 2.　$2x=6$　両辺に÷（ 2 ）して，$x=$（ 3 ）となる。

（別解）両辺に×（ $\frac{1}{2}$ ）して，$x=$（ 3 ）となる。

1.　$x+2=6$　両辺に（ －2 ）して，$x=$（ 4 ）となる。

2.　$x+4=-2$　両辺に（ －4 ）して，$x=$（ －6 ）となる。

3.　$x-2=5$　両辺に（ ＋2 ）して，$x=$（ 7 ）となる。

4.　$x-1=-9$　両辺に（ ＋1 ）して，$x=$（ －8 ）となる。

5.　$4x=12$　両辺に÷（ 4 ）して，$x=$（ 3 ）となる。

（別解）両辺に×（ $\frac{1}{4}$ ）して，$x=$（ 3 ）となる。

6.　$-5x=10$　両辺に÷（ (-5) ）して，$x=$（ －2 ）となる。

（別解）両辺に×（ $\left(-\frac{1}{5}\right)$ ）して，$x=$（ －2 ）となる。

7.　$\frac{1}{3}x=8$　両辺に×（ 3 ）して，$x=$（ 24 ）となる。

（別解）両辺に÷（ $\frac{1}{3}$ ）して，$x=$（ 24 ）となる。

8.　$-\frac{2}{3}x=-12$　両辺に×（ $\left(-\frac{3}{2}\right)$ ）して，$x=$（ 18 ）となる。$-12\times\left(-\frac{3}{2}\right)=18$

（別解）両辺に÷（ $\left(-\frac{2}{3}\right)$ ）して，$x=$（ 18 ）となる。

9.　$2x+1=5$　まず，両辺に（ －1 ）して，$2x=4$ とし，
次に，両辺に÷（ 2 ）して，$x=$（ 2 ）となる。

10. $-\frac{1}{4}x-2=7$　　まず，両辺に（　$+2$　）して，$-\frac{1}{4}x=9$ とし，

次に，両辺に×（　(-4)　）して，$x=$（　-36　）となる。

11. $\frac{1}{x}=-\frac{9}{10}$　　まず，両辺に×（　x　）して，$1=-\frac{9}{10}x$ とし，左辺と右辺を反転させ，

$-\frac{9}{10}x=1$ とし，両辺に×（　$\left(-\frac{10}{9}\right)$　）して，$x=$（　$-\frac{10}{9}$　）となる。

（別解）両辺の逆数をとって，$x=$（　$-\frac{10}{9}$　）となる。（前節の問題 5.）

12. $\frac{1}{x}=6$　　両辺の逆数をとって，$x=$（　$\frac{1}{6}$　）となる。（前節の問題 6.）

13. $\frac{1}{x}<3$　　両辺の逆数をとって，x（　<　,〇>　）$\frac{1}{3}$ となる。（前節の問題 7.）

14. $\frac{1}{x}>\frac{5}{4}$　　両辺の逆数をとって，x（〇<　,　>　）$\frac{4}{5}$ となる。（前節の問題 8.）

＜補足３＞ 方程式と関数の違い

上記の問題 12.までの 14 本の式（2 つの例を含む）はすべて**方程式**である（ちなみに，問題 13.と 14.は**不等式**である）。それに対して，

$$y=2x+1 \qquad y=x^2$$

といった式は**関数**と考えればよい。（$y=2x+1$ は**一次関数**，$y=x^2$ は**二次関数**であるが，関数の考え方については第 11 節で詳しく解説する）。

方程式と関数のわかりやすい判別方法としては，

「この式を解けば，x の値がわかるぞ！」といった場合は方程式であり，

「この式から横軸を x，縦軸を y とするグラフが書けるな！」といった場合は関数と考えておけばよい。より正確な説明は次の通り。

方程式　：**変数**（いろいろな値をとる文字）の特定の値についてだけ，
両辺が等しくなる等式

関数　　：x の値が決まると，y の値が 1 つに決まる関係

ちなみに，不等号に関して，高校までは「≦（小なりイコール)」や「≧（大なりイコール)」という（等号付き）不等号が登場したが，大学数学では「≤」や「≥」がよく使われる（記号の意味は「≦」や「≧」と同じ）ため，この資料でも「≤」や「≥」を用いるものとする。

4. 変化率

　ある商品の価格が 100 円から 120 円に値上がりしたとき，価格は 20%だけ値上がりしたと暗算することは簡単である。実は，この「20%」を求める式がある。それが，

$$\frac{120-100}{100}=\frac{20}{100}=0.2\text{（20\%）}$$

である。確かに，この計算結果から 0.2 が得られ，これを 100 倍すれば 20%が求められる。
　同じように考えると，価格が 120 円から 150 円に値上がりしたときは，

$$\frac{150-120}{120}=\frac{30}{120}=\frac{1}{4}=0.25\text{（25\%）}$$

より，「価格は 25%だけ値上がりした」と求めることができるのである。
　ここで，

$$\frac{150-120}{120}$$

この分母は，値上がり前（変化**前**）の価格であり，分子は，値上がり分（**変化分**）である。そのため，変化前の価格（Price）を P，価格の変化**分**を ΔP とすると，

$$\frac{150-120}{120}=\frac{\Delta P}{P}$$

と書くことができる。ちなみに，Δ は「デルタ」と読むので，ΔP は「デルタピー」と読めばよい。ΔP が「$\Delta P=$ 変化**後**の価格 $-$ 変化**前**の価格」と書けることは覚えておくこと。
　したかって，価格の変化**率**を求める式は，

$$\text{価格の変化率}=\frac{\Delta P}{P}$$

と書けるのである。分母の P は「変化**前**の価格」となっていることにも注意である。

＊ マクロ経済学では，$\dfrac{\Delta P}{P}$ を「物価上昇率」や「インフレ率」と言ったりする。

＜補足４＞ P と書いて変化「前」の価格？

　価格の変化率を考えるときに，P としか書いていないのに，変化「前」の価格と覚えましょう！ということに，納得がいかない人もいるかもしれない。そのような人は，次のように考えればよい。
　変化前の価格を P_0，変化後の価格を P_1 とすると，変化率は，

$$\text{価格の変化率}=\frac{P_1-P_0}{P_0}=\frac{\Delta P}{P_0}$$

と書ける。つまり，
$\dfrac{\Delta P}{P_0}$ と書くのが正確だけれど，面倒なので $\dfrac{\Delta P}{P}$ と書いていると考えればよいのである。

ちなみに，価格の変化率を求める式は，

$$\text{価格の変化率} = \frac{\Delta P}{P} \times 100$$

このように表すべきだと思った人もいるかもしれない。間違いではないが，経済学では，20%の変化率を「変化率は 0.2」と表すことも多いのである。

【例題】次の価格変化における価格の変化率 $\Delta P/P$ を求めなさい。

(1)　価格：150 円 → 200 円

（解答）　$\frac{\Delta P}{P} = \frac{200-150}{150} = \frac{50}{150} = \underline{\ \frac{1}{3}\ }$

(2)　価格：100 円 → 80 円

（解答）　$\frac{\Delta P}{P} = \frac{80-100}{100} = \frac{-20}{100} = -\frac{1}{5} = \underline{\ -0.2\ }$

(3)　価格：120 円 → 300 円

（解答）　$\frac{\Delta P}{P} = \frac{300-120}{120} = \frac{180}{120} = \frac{3}{2} = \underline{\ 1.5\ }$（150%）

例題(2)のように価格が下がる場合は，変化率はマイナスの値をとる。また，例題(3)のように価格が 2 倍を超える場合は，変化率は 1（100%）を上回る。ちなみに，価格が 3 倍になるときの変化率は 2（200%）である。一応確認しておくと，価格が100 円 → 300 円のとき，

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{300-100}{100} = \frac{200}{100} = 2$$

となる。同様に考えれば，価格が 4 倍になるときの変化率は 3（300%）である。

経済学では解答を書く際に，分数で書いても，小数で書いてもどちらでもよい。ただ，分数はできる限り約分$\left(\text{例}\ \frac{26}{65} = \frac{2}{5}\right)$し，帯分数は仮分数$\left(\text{例}\ 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}\right)$にしておくこと。

ちなみに，問題文に「価格の変化率 $\Delta P/P$ 」と書いているが，もちろん，

$$\Delta P/P = \frac{\Delta P}{P} \qquad \left(\text{分子}/\text{分母} = \frac{\text{分子}}{\text{分母}}\right)$$

である。以前，『らんま1/2』という高橋留美子先生のマンガがあったが，このように「/」（スラッシュ）を使えば，分数を 1 行で書くことができる。

【問題】次の価格変化における価格の変化率 $\Delta P/P$ を求めなさい。

1. 価格：100 円 → 150 円

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{150-100}{100}=\frac{50}{100}=\frac{1}{2}=0.5 \qquad \frac{\Delta P}{P}=\quad 0.5$$

2. 価格：120 円 → 100 円

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{100-120}{120}=\frac{-20}{120}=-\frac{1}{6} \qquad \frac{\Delta P}{P}=\quad -\frac{1}{6}$$

3. 価格：1200 円 → 1250 円

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{1250-1200}{1200}=\frac{50}{1200}=\frac{5}{120}=\frac{1}{24} \qquad \frac{\Delta P}{P}=\quad \frac{1}{24}$$

4. 価格：1000 円 → 100 円

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{100-1000}{1000}=\frac{-900}{1000}=-\frac{9}{10}=-0.9 \qquad \frac{\Delta P}{P}=\quad -0.9$$

5. 価格：100 円 → 360 円

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{360-100}{100}=\frac{260}{100}=2.6 \qquad \frac{\Delta P}{P}=\quad 2.6$$

問題 4.から，価格の変化率が-1（-100%）を下回ることがないことがわかる。例えば，価格が1 億円 → 1 円のとき，価格の変化率は次のように計算できる。

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{1-1000000000}{1000000000}=\frac{-999999999}{1000000000}=-0.999999999\fallingdotseq-1$$

ただし，仮にマイナスの価格まで下がることを認めれば，変化率は-1 を下回る。

5. 指数

指数とは，例えば「2^5」の 5 のことである。経済学では，指数の計算が（ものすごく）多く登場する。経済学の計算問題に慣れることは，指数の計算に慣れることと言っても過言ではない。まずは，指数の計算に必要な知識をまとめておく。

［基本］

$$x^0=1 \qquad x^1=x \qquad x^2=x\times x \qquad x^{-1}=\frac{1}{x} \qquad x^{-a}=\frac{1}{x^a} \qquad x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$$

√￣（ルート，平方根）の計算方法を忘れている人は，以下の計算例で確認してほしい。

1. $\sqrt{4}=\sqrt{2\times2}=2$
2. $\sqrt{9}=\sqrt{3\times3}=3$
3. $\sqrt{12}=\sqrt{2\times2\times3}=2\sqrt{3}$
4. $\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$
5. $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$
6. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\times$ （これ以上計算不可）
7. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$
8. $2\sqrt{2}\times4\sqrt{3}=8\sqrt{6}$
9. $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

［指数法則］以下の 5 つのルールを**指数法則**という。

1. $x^a \times x^b = x^{a+b}$
2. $x^a \div x^b = x^{a-b}$
3. $(x^a)^b = x^{ab}$
4. $(xy)^a = x^a y^a$
5. $\left(\dfrac{x}{y}\right)^a = \dfrac{x^a}{y^a}$

上記の 1, 2, 3 は特によく使うが，これを覚えるには次の計算例をよく理解してほしい。

1'. $x^3 \times x^4 = (x \cdot x \cdot x) \times (x \cdot x \cdot x \cdot x) = x^7$

2'. $x^5 \div x^3 = \dfrac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x} = x^2$

3'. $(x^3)^2 = (x \cdot x \cdot x)^2 = (x \cdot x \cdot x) \times (x \cdot x \cdot x) = x^6$

これで指数法則を忘れてしまっても，計算例を再現することで計算のルールを思い出すことができるだろう。（これ以降，かけ算の記号である「×」と「・」は特に区別せず，見やすさを優先して用いていくこととする）

【問題】次の計算をしなさい。

1. $2^0 = 1$
2. $\left(\dfrac{1}{5}\right)^0 = 1$
3. $(-1)^0 = 1$
4. $x^0 = 1$
5. $2^1 = 2$
6. $(-2)^1 = -2$
7. $x^1 = x$
8. $3^2 = 9$
9. $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$
10. $-3^2 = -3 \times 3 = -9$
11. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \left(= \dfrac{2^3}{3^3}\right) = \dfrac{8}{27}$
12. $\left(-\dfrac{3}{5}\right)^2 = \left(-\dfrac{3}{5}\right) \times \left(-\dfrac{3}{5}\right) = \dfrac{9}{25}$
13. $(2x)^3 = 2x \cdot 2x \cdot 2x = 8x^3$
14. $-\left(\dfrac{1}{3x}\right)^2 = -\dfrac{1}{3x} \cdot \dfrac{1}{3x} = -\dfrac{1}{9x^2}$
15. $5^{-1} = \dfrac{1}{5}$
16. $(-2)^{-1} = \dfrac{1}{-2} = -\dfrac{1}{2}$
17. $(-1)^{-1} = \dfrac{1}{-1} = -1$
18. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1} = \dfrac{1}{\frac{2}{3}} = 1 \div \dfrac{2}{3} = \dfrac{3}{2}$

19. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = 1 \div \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$

20. $\left(\frac{1}{5x}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{5x}} = 1 \div \frac{1}{5x} = 5x$

21. $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

22. $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

23. $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

24. $-3^{-2} = -\frac{1}{3^2} = -\frac{1}{9}$

25. $-(-3)^{-3} = -\frac{1}{(-3)^3} = -\frac{1}{-27} = \frac{1}{27}$

26. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = 1 \div \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 \div \frac{1}{4^2} = 4^2 = 16$

27. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 125$

28. $-\left(\frac{1}{10}\right)^{-3} = -10^3 = -1000$

29. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

30. $\left(-\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{4}\right)^3 = -\frac{125}{64}$

31. $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = \sqrt{3 \times 3} = 3$

32. $25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$

33. $100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100} = 10$

34. $10000^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10000} = \sqrt{100 \times 100} = 100$

35. $8^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2} = 2\sqrt{2}$

36. $27^{\frac{1}{2}} = \sqrt{27} = \sqrt{3 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{3}$

37. $12^{\frac{1}{2}} = \sqrt{12} = \sqrt{2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{3}$

38. $18^{\frac{1}{2}} = \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{2}$

39. $-20^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{2 \times 2 \times 5} = -2\sqrt{5}$

40. $-50^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{2 \times 5 \times 5} = -5\sqrt{2}$

41. $1000^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10 \times 10 \times 10} = 10\sqrt{10}$

42. $2000^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5 \times 20 \times 20} = 20\sqrt{5}$

43. $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

44. $\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

45. $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

46. $2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

47. $4\sqrt{2} + 3\sqrt{8} = 4\sqrt{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

48. $6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

49. $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{2\times 2}=\sqrt{4}=2$

50. $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\sqrt{3\times 3}=\sqrt{9}=3$

51. $\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{15}$

52. $2\sqrt{3}\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{6}$

53. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\underbrace{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}_{\text{有理化}}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

54. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

55. $\dfrac{1}{\sqrt{8}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2\cdot 2}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

56. $\dfrac{4}{\sqrt{20}}=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

57. $\sqrt{6}\div\sqrt{2}=\sqrt{6\div 2}=\sqrt{3}$

58. $8\sqrt{6}\div 2\sqrt{3}=4\sqrt{2}$

59. $\sqrt{3}\div\sqrt{2}=\sqrt{\dfrac{3}{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

60. $\sqrt{5}\div\sqrt{3}=\sqrt{\dfrac{5}{3}}\left(=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{15}}{3}\right)$

＊ $\sqrt{5/3}$で止めてしまってもよい。

61. $4^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{4^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{4}}=\dfrac{1}{2}$

62. $8^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{8^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\left(=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$

63. $18^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{18^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{18}}=\dfrac{1}{3\sqrt{2}}\left(=\dfrac{\sqrt{2}}{6}\right)$

64. $25^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{25^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{1}{5}$

問題 15.から 20.までは，逆数を求めることと同じである。つまり，「-1 乗する」ということは「逆数をとる」ことを意味している。

問題 53.から 60.までは，分母にルートを残さないようにする**有理化**の計算方法について確認したが，経済学では（そもそも大学では）有理化をしないケースが多い。

また，経済学では計算結果にルートを使わず，指数が入った形で解答するケースも多い。例えば，問題 59.を例にとると，

$$\sqrt{3}\div\sqrt{2}=3^{\frac{1}{2}}\div 2^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{1}{2}}\times\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}=3^{\frac{1}{2}}\times 2^{-\frac{1}{2}}=2^{-\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

＊ $2^{-\frac{1}{2}}3^{\frac{1}{2}}$ と答えてもいいが，読みにくいと感じる場合は「・」を付けた方が良い。

と解答したり，

$$\sqrt{3}\div\sqrt{2}=\frac{3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

と解答したりするケースも多いのである。この 2 通りの方法を参考に，練習問題として問題 60.を用いて答えの中にルートが入らない形まで変形してみよう。（次ページ）

(1)　$\sqrt{5} \div \sqrt{3} = 5^{\frac{1}{2}} \div 3^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} = 5^{\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{1}{2}} = 3^{-\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$

＊ $5^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{2}}$ と答えてもよいが，底（5 や 3 のこと）は小さい順にすることが多い。

(2)　$\sqrt{5} \div \sqrt{3} = \frac{5^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$

次に，3 乗根$\sqrt[3]{\ }$（立方根）などの計算方法についても確認しておいた方がいいであろう。次の例題を見てみよう。

【例題】次の計算をしなさい。ただし，問題(5)はやや難である。

(1)　$8^{\frac{1}{3}}(= \sqrt[3]{8}) = (\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3\text{つ}})^{\frac{1}{3}} = 2$

(2)　$24^{\frac{1}{3}} = (\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3\text{つ}} \times 3)^{\frac{1}{3}} = 2 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$

(3)　$24^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{24^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{2 \cdot 3^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{2} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}\left(= 2^{-1} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}\right)$

(4)　$81^{\frac{1}{4}}(= \sqrt[4]{81}) = (\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4\text{つ}})^{\frac{1}{4}} = 3$

(5)　$144^{\frac{1}{4}} = (\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4\text{つ}} \times 3 \times 3)^{\frac{1}{4}} = 2 \cdot (3^2)^{\frac{1}{4}} = 2 \cdot 3^{2 \times \frac{1}{4}} = 2 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$

上の例題を見てわかるように，3 乗根の計算は，数字が 3 つ揃ったらカッコの外に出て，4 乗根の計算は，数字が 4 つ揃ったらカッコの外に出るといったルールである。

例題(5)は指数法則を利用しているので，難しいと感じる場合は 2 ページ後からの指数法則の計算に慣れてから再びチャレンジすると良い。

【問題】次の計算をしなさい。

1.　$27^{\frac{1}{3}} = (3 \times 3 \times 3)^{\frac{1}{3}} = 3$

2.　$8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{(2 \times 2 \times 2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{2}$

3.　$54^{\frac{1}{3}} = (2 \times 3 \times 3 \times 3)^{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$

4.　$54^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{54^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3 \cdot 2^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}\left(= 3^{-1} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}\right)$

5.　$\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}$

6.　$\left(\frac{64}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$

7.　$16^{\frac{1}{4}} = (2 \times 2 \times 2 \times 2)^{\frac{1}{4}} = 2$

8.　$48^{\frac{1}{4}} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3)^{\frac{1}{4}} = 2 \cdot 3^{\frac{1}{4}}$

＜補足５＞ $\sqrt{2}$などの語呂合わせ

経済学では，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$ の値を暗記していると，便利なことがある。

$$\sqrt{2} = \underline{1.4}1421356\cdots \text{（一夜一夜に人見ごろ）}$$
$$\sqrt{3} = \underline{1.7}320508\cdots \text{（人並みにおごれや）}$$
$$\sqrt{5} = \underline{2.2}360679\cdots \text{（富士山麓オーム鳴く）}$$

これらを暗記していれば，ルートを含む様々な計算結果に対して，おおよその値の見当がつくのである。上記の下線部（小数点第 1 位まで）を用いれば，例えば，

$$\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \fallingdotseq 1.4 \times 1.7 = 2.38 \text{（正確には約 2.45）}$$
$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \fallingdotseq 2 \times 1.4 = 2.8 \text{（正確には約 2.83）}$$
$$\sqrt{10} = \sqrt{2} \times \sqrt{5} \fallingdotseq 1.4 \times 2.2 = 3.08 \text{（正確には約 3.16）}$$
$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3} \fallingdotseq 2 \times 1.7 = 3.4 \text{（正確には約 3.46）}$$

となる。

＜補足５＞を参考にして，次の数の概算値を求めてみよう。

(1)　$\sqrt{20} = 2\sqrt{5} \fallingdotseq 2 \times 2.2 = 4.4$（正確には約 4.47）

(2)　$\sqrt{30} = \sqrt{5} \times \sqrt{6} = \sqrt{5} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \fallingdotseq 2.2 \times 1.4 \times 1.7 = 5.236$（正確には約 5.48）

＜補足６＞ 大きな金額

経済学では大きな金額を扱うことが多い。例えば，日本の名目 GDP（国内総生産）は約 550 兆円といったようである。ここで，大きな数の表記方法を確認しておこう。

1,000,000 円，　100 万円，　10^6円，　1,000 千円

例えば，上記の金額はどれも 100 万円を表している。100 万円を 1000000 円と書くと，0 の数を数えるのが大変なので，3 ケタごとに「,（コンマ）」を書くことが多い。

また，1,000,000 には 0 が 6 つあるが，これは10^6と等しい。つまり，0 の数と指数の値が一致している。これを覚えていれば何かと便利であろう。また，例えば 200 万円であれば，

$$2 \times 10^6 \text{円}$$

となる。

さらに，100 万円を表記する場合に，単位を「千円」とすれば，100 万円は 1,000 千円と表記できる。経済関連の統計資料を見る際には，単位が「千円」であったり「十億円」であったりするので注意が必要であろう（ちなみに，1 兆円は 1,000 十億円である）。

次の早見表を覚えておくと，大きな金額に惑わされたり，0 の数で混乱することが少なくなる。

［早見表］

1 千円	1,000 円	10^3円	thousand
1 万円	10,000 円	10^4円	10 thousand
100 万円	**1,000,000 円**	**10^6円**	million
1 億円	100,000,000 円	10^8円	100 million
10 億円	**1,000,000,000 円**	**10^9円**	billion
1 兆円	**1,000,000,000,000 円**	**10^{12}円**	trillion
100 兆円	100,000,000,000,000 円	10^{15}円	100 trillion

表の一番右端を見ると，英語では「,（コンマ）」ごとに単語が変わっていくことがわかるだろう（太字は，暗記しておくと経済関連の統計資料を読む上で便利な箇所である）。

それでは，指数法則を用いた計算問題を解いていこう。ページをまたいだのでもう一度，指数法則を示しておく。

［指数法則］（再掲）

1. $x^a \times x^b = x^{a+b}$
2. $x^a \div x^b = x^{a-b}$
3. $(x^a)^b = x^{ab}$
4. $(xy)^a = x^a y^a$
5. $\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$

【問題】次の計算をしなさい。

1. $x^2 \times x^2 = (x \cdot x) \times (x \cdot x) = x^{2+2} = x^4$
2. $x^3 \times x^4 = x^{3+4} = x^7$
3. $x^{-2} \times x^4 = x^{-2+4} = x^2$
4. $x^{0.5} \times x^{1.5} = x^{0.5+1.5} = x^2$
5. $x^{\frac{1}{2}} \times x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{6}}$
6. $x \times x^{\frac{1}{2}} = x^1 \times x^{\frac{1}{2}} = x^{1+\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}} (= x\sqrt{x})$
7. $x^3 \times x^{-\frac{1}{3}} = x^{3-\frac{1}{3}} = x^{\frac{9}{3}-\frac{1}{3}} = x^{\frac{8}{3}}$
8. $4x^2 \times 2x^2 = 4 \cdot 2x^{2+2} = 8x^4$
9. $4x^2 + 2x^2 = 6x^2$
10. $x^a \times x^b = x^{a+b}$
11. $x^a \times x^a = x^{a+a} = x^{2a}$
12. $x^a + x^a = 2x^a$
13. $x^4 \div x^2 = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x} = x^{4-2} = x^2$
14. $x^6 \div x^5 = x^{6-5} = x$

15. $x^2 \div x^{-3} = x^{2-(-3)} = x^5$

16. $x^{0.5} \div x^{1.5} = x^{0.5-1.5} = x^{-1}\left(= \frac{1}{x}\right)$

17. $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6}}$

18. $x^2 \div x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{4}{2}-\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}(= x\sqrt{x})$

19. $x^3 \div x^{-\frac{1}{3}} = x^{\frac{9}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)} = x^{\frac{10}{3}}$

20. $x^5 \div 2x^3 = \frac{x^5}{2x^3} = \frac{x^{5-3}}{2} = \frac{x^2}{2}\left(= \frac{1}{2}x^2\right)$

21. $8x^2 \div 2x^{\frac{1}{2}} = \frac{8x^2}{2x^{\frac{1}{2}}} = 4x^{2-\frac{1}{2}} = 4x^{\frac{3}{2}}$

22. $\frac{4}{3}x^{-\frac{1}{4}} \div \frac{1}{2}x^2 = \frac{4}{3} \times \frac{2}{1}x^{-\frac{1}{4}-2} = \frac{8}{3}x^{-\frac{9}{4}}$

23. $x^a \div x^b = x^{a-b}$

24. $2x^a \div x^a = 2x^{a-a} = 2x^0 = 2$

25. $2x^a - x^a = x^a$

26. $ax^b \div cx^d = \frac{a}{c}x^{b-d}$

27. $(x^2)^3 = x^2 \times x^2 \times x^2 = x^{2\times3} = x^6$

28. $(x^3)^5 = x^{3\times5} = x^{15}$

29. $(x^2)^{-2} = x^{2\times(-2)} = x^{-4}$

30. $(x^{-0.5})^{0.5} = x^{-0.5\times0.5} = x^{-0.25}\left(= x^{-\frac{1}{4}}\right)$

31. $\left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{3}\right)} = x^{\frac{1}{6}}$

32. $(x^a)^b = x^{ab}$

33. $(x^a)^a = x^{a^2}$

34. $(4x^3)^2 = 4x^3 \times 4x^3 = 4^2x^{3\times2} = 16x^6$

35. $(ax^b)^c = a^cx^{bc}$

36. $(-2x^3)^2 = (-2)^2x^{3\times2} = 4x^6$

37. $(2^2)^2 = 2^{2\times2} = 2^4 = 16$

（別解） $(2^2)^2 = 4^2 = 16$

38. $(4^3)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^{2\times\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$

（別解） $(4^3)^{\frac{1}{2}} = 64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = 8$

39. $8^{\frac{1}{3}} = (2 \times 2 \times 2)^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{3\times\frac{1}{3}} = 2$

40. $72^{\frac{1}{3}} = (2^3 \cdot 3^2)^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} \cdot (3^2)^{\frac{1}{3}} = 2 \cdot 3^{\frac{2}{3}}$

41. $108^{\frac{1}{3}} = (2^2 \cdot 3^3)^{\frac{1}{3}} = (2^2)^{\frac{1}{3}} \cdot 3 = 3 \cdot 2^{\frac{2}{3}}$

42. $32^{\frac{1}{3}} = (2^5)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{5}{3}}$

43. $32^{\frac{1}{4}} = (2^5)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{5}{4}}$

44. $8^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} \left(8^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\right)$

45. $4^{\frac{3}{2}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^{2\times\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$

46. $8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3\times\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$

（別解） $8^{\frac{2}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}} = 64^{\frac{1}{3}} = (4\times4\times4)^{\frac{1}{3}} = 4$

47. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

48. $\left(\frac{2x}{3y}\right)^2 = \frac{2x}{3y}\times\frac{2x}{3y} = \frac{(2x)^2}{(3y)^2} = \frac{4x^2}{9y^2}$

49. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{4^3}{3^3} = \frac{64}{27}$

50. $\left(\frac{4x}{5y}\right)^{-2} = \left(\frac{5y}{4x}\right)^2 = \frac{(5y)^2}{(4x)^2} = \frac{25y^2}{16x^2}$

51. $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{4^{\frac{1}{2}}}{9^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

52. $\left(\frac{x^6}{y^3}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{x^{6\times\frac{1}{3}}}{y^{3\times\frac{1}{3}}} = \frac{x^2}{y}$

53. $\left(\frac{9x^2}{16y^4}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{(9x^2)^{\frac{1}{2}}}{(16y^4)^{\frac{1}{2}}} = \frac{9^{\frac{1}{2}}\cdot x^{2\times\frac{1}{2}}}{16^{\frac{1}{2}}\cdot y^{4\times\frac{1}{2}}} = \frac{3x}{4y^2}$

54. $\left(\frac{2x^2}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{y^2}{2x^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{y^{2\times\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}\cdot x^{2\times\frac{1}{2}}} = \frac{y}{\sqrt{2}x}$

55. $\left(\frac{x^2y^3}{2z}\right)^2 \div \left(\frac{2x^3y}{z}\right)^3 = \frac{x^4y^6}{4z^2} \div \frac{8x^9y^3}{z^3} = \frac{x^4y^6}{4z^2}\times\frac{z^3}{8x^9y^3} = \frac{y^{6-3}z^{3-2}}{32x^{9-4}} = \frac{y^3z}{32x^5}$

56. $\frac{x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}} = \frac{y}{x}$

57. $\frac{\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{1}{3}y^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}\times3}{\frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{2}{3}}\times3} = \frac{y^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}}{2x^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}} = \frac{y}{2x}$

58. $\frac{0.5x^{-0.5}y^{0.5}}{0.5x^{0.5}y^{-0.5}} = \frac{y^{0.5}y^{0.5}}{x^{0.5}x^{0.5}} = \frac{y^{0.5+0.5}}{x^{0.5+0.5}} = \frac{y}{x}$

59. $\frac{0.2x^{-0.8}y^{0.8}}{0.8x^{0.2}y^{-0.2}} = \frac{y^{0.8}y^{0.2}}{4x^{0.2}x^{0.8}} = \frac{y}{4x}$

60. $\frac{\frac{2}{5}x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{2}}}{\frac{5}{3}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{3}}} = \frac{2}{5}\div\frac{5}{3}\cdot x^{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}\cdot y^{\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{2}{5}\times\frac{3}{5}\cdot x^{\frac{4}{6}-\frac{3}{6}}\cdot y^{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}} = \frac{6}{25}x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{5}{6}}$

次のような指数を含む方程式を解くことも経済学では多いので注意をしておこう。

- $x^{\frac{1}{3}} = 5$

  両辺を 3 乗して，$(x^{\frac{1}{3}})^3 = 5^3 \rightarrow x^{\frac{1}{3}\times3} = 5^3 \rightarrow x = 5^3 = 5\cdot5\cdot5 = 125$

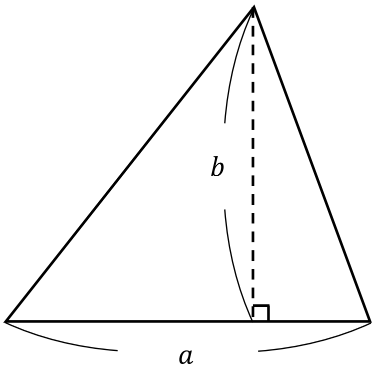
- $x^{-\frac{2}{3}} = 4$

  両辺を $-\frac{3}{2}$ 乗して，$(x^{-\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{2}} = 4^{-\frac{3}{2}} \rightarrow x^{-\frac{2}{3}\left(-\frac{3}{2}\right)} = (2^2)^{-\frac{3}{2}} \rightarrow x = 2^{2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

6. 図形

ここでは，ミクロ経済学（の余剰分析）で登場する三角形や台形などの面積の求め方を確認しておく。授業をしていると台形の面積の公式を忘れている人をたまに見かけることがあるので，念のために確認をするわけであるが，簡単だと思う人は飛ばしてもらって構わない。

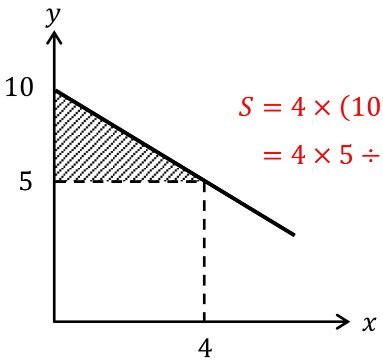
（1）三角形の面積



$$\boxed{\text{三角形の面積} = \text{底辺}a \times \text{高さ}b \div 2}$$

【問題】次の斜線部分の面積 S を求めなさい。

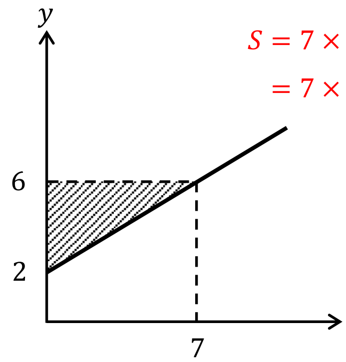
1.



$S = 4 \times (10 - 5) \div 2$
$= 4 \times 5 \div 2 = 10$

$S =$ 10

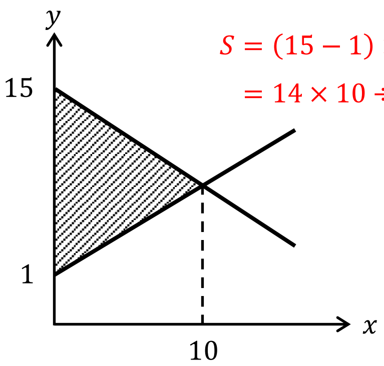
2.



$S = 7 \times (6 - 2) \div 2$
$= 7 \times 4 \div 2 = 14$

$S =$ 14

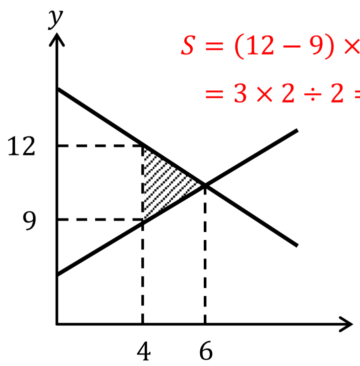
3.



$S = (15 - 1) \times 10 \div 2$
$= 14 \times 10 \div 2 = 70$

$S =$ 70

4.



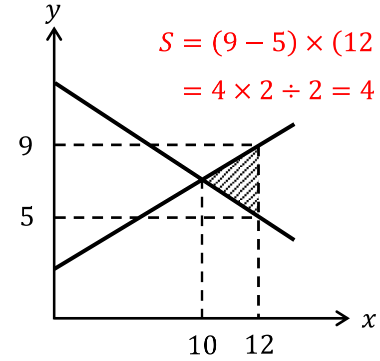
$S = (12 - 9) \times (6 - 4) \div 2$
$= 3 \times 2 \div 2 = 3$

$S =$ 3

5.

$S = (9-5)\times(12-10)\div 2$

$= 4\times 2\div 2 = 4$

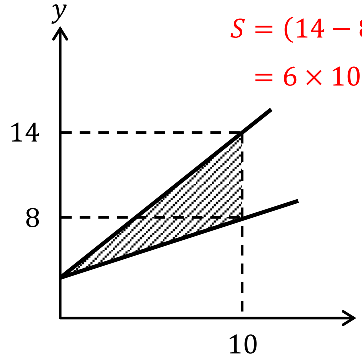


$S =$ 4

6.

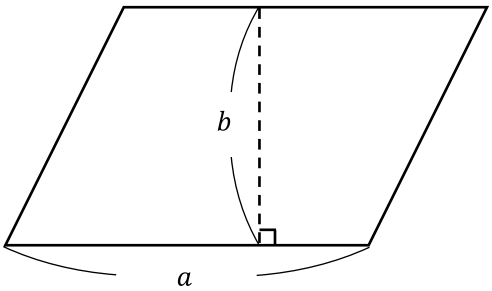
$S = (14-8)\times 10\div 2$

$= 6\times 10\div 2 = 30$



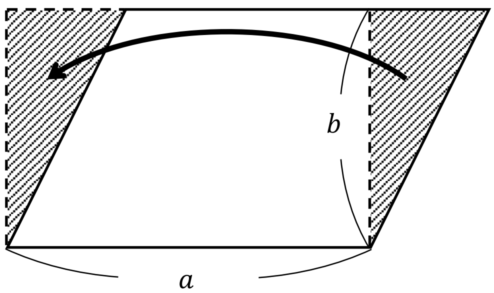
$S =$ 30

（２）長方形・平行四辺形の面積



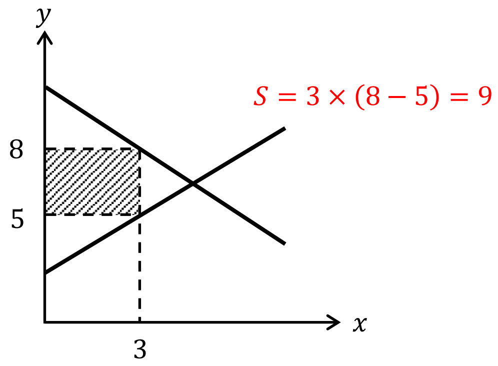
平行四辺形の面積 ＝ 底辺$a\times$高さb

ちなみに，下図のように右端の直角三角形が，左端のスペースにぴったり入るので，平行四辺形の面積は長方形の面積（$S = a\times b$）と等しいことがわかる。



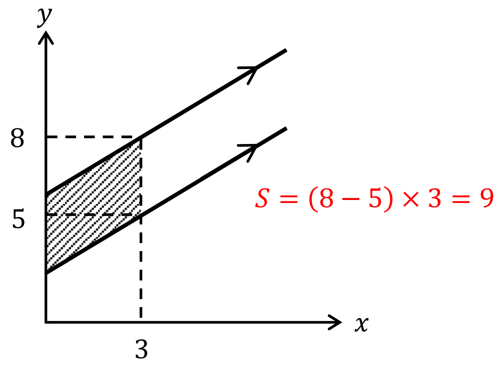
【問題】次の斜線部分の面積 S を求めなさい。

1.



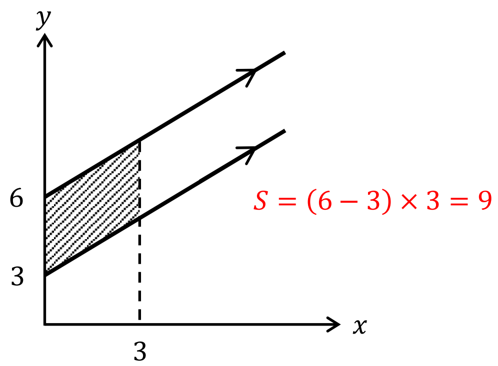
$S =$ 9

2.



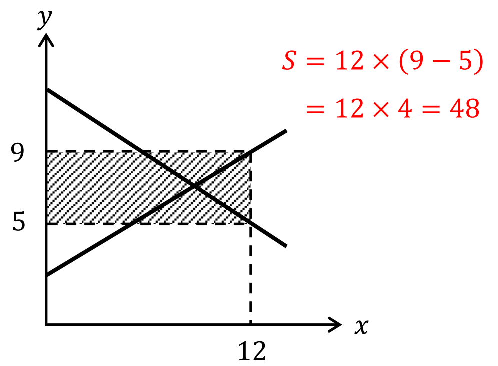
$S =$ 9

3.



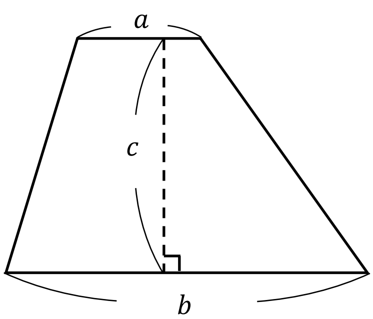
$S =$ 9

4.



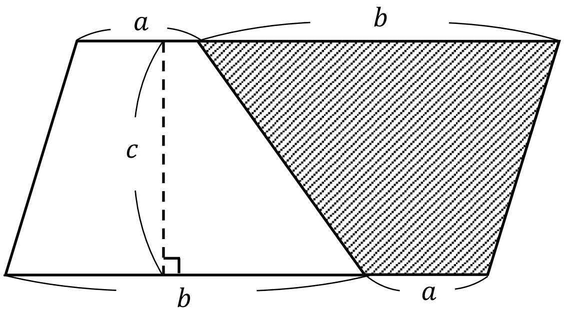
$S =$ 48

（3）台形の面積



$$\text{台形の面積} = \left(\text{上底}a + \text{下底}b\right) \times \text{高さ}c \div 2$$

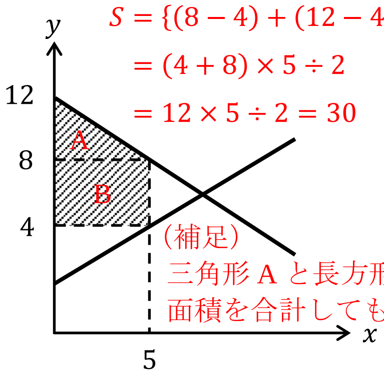
次ページの図は，白い台形を反転させて，右側からくっつけた図を表しており，全体としては平行四辺形（面積 $S = (a + b) \times c$）となっている。この半分（$\div 2$）の面積が白い台形の面積である。（授業動画とは説明の仕方を変えてみました）



【問題】次の斜線部分の面積 S を求めなさい。

1.

$$S = \{(8-4)+(12-4)\} \times 5 \div 2$$
$$= (4+8) \times 5 \div 2$$
$$= 12 \times 5 \div 2 = 30$$

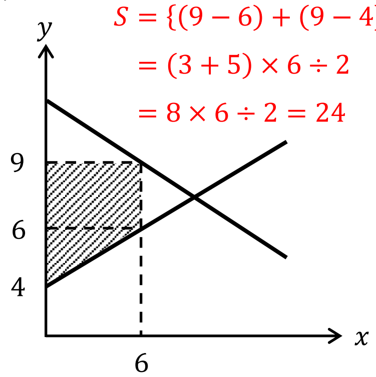


（補足）
三角形 A と長方形 B の
面積を合計しても良い。

$S =$ 30

2.

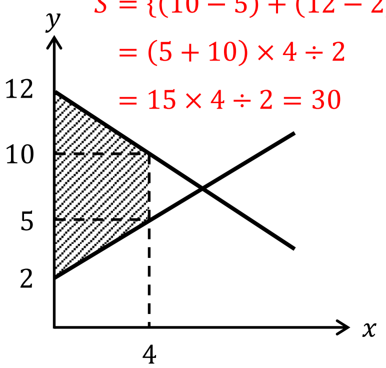
$$S = \{(9-6)+(9-4)\} \times 6 \div 2$$
$$= (3+5) \times 6 \div 2$$
$$= 8 \times 6 \div 2 = 24$$



$S =$ 24

3.

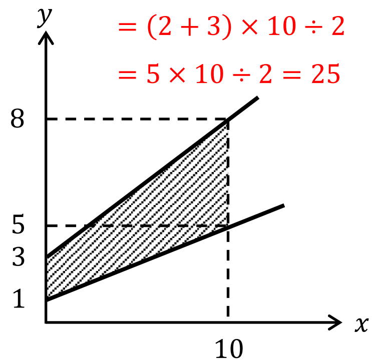
$$S = \{(10-5)+(12-2)\} \times 4 \div 2$$
$$= (5+10) \times 4 \div 2$$
$$= 15 \times 4 \div 2 = 30$$



$S =$ 30

4.

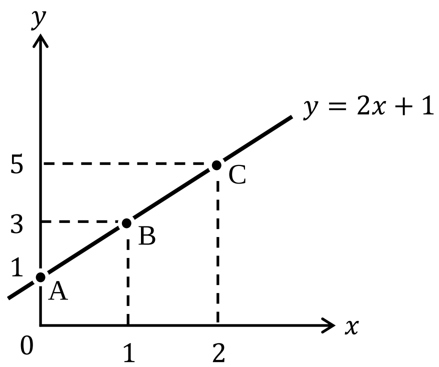
$$S = \{(3-1)+(8-5)\} \times 10 \div 2$$
$$= (2+3) \times 10 \div 2$$
$$= 5 \times 10 \div 2 = 25$$



$S =$ 25

7. グラフ

$y=2x+1$ のグラフは，次のように書くことができる。



ところで，$y=2x+1$ の「2」が**傾き**であり，「1」が**切片**である。図中の点 A（の y 座標）が切片に相当する訳であるが，次のように丸暗記している人はいないだろうか？

「$y=2x+1$ の切片は 1 だから，直線は縦軸上の 1 を通る」

これはもちろん間違いではないが，次のことをしっかり意識しているだろうか。

「点 A は，直線 $\boldsymbol{y=2x+1}$ が $\boldsymbol{x=0}$ のときに通る点だから，$\boldsymbol{y=2x+1}$ の式に $\boldsymbol{x=0}$ を代入すれば，切片である $\boldsymbol{y=2x+1=2\cdot 0+1=1}$ が得られるんだ！」

このことを意識していないと，理屈を考えずにグラフの書き方だけを覚えているということになる。もう一度繰り返すが,

「点 A とは，直線 $y=2x+1$ が $x=0$ のときに通る点である」

だから， $y=2x+1$ に $x=0$ を代入すれば，$y=2x+1=2\cdot 0+1=1$ となり，点 A の y 座標である 1 が得られる。これをしっかりと理解していれば，点 B と点 C に関しても同様に考えることができる。

「点 B とは，直線 $y=2x+1$ が $x=1$ のときに通る点である」

だから， $y=2x+1$ に $x=1$ を代入すれば，$y=2x+1=2\cdot 1+1=3$ となり，点 B の y 座標である 3 が得られる。

「点 C とは，直線 $y=2x+1$ が $x=2$ のときに通る点である」

だから， $y=2x+1$ に $x=2$ を代入すれば，$y=2x+2=2\cdot 2+1=5$ となり，点 C の y 座標である 5 が得られる。

次に， $y=2x+1$ の傾きについて考えていく。この直線の傾きは 2 であるわけだが，もちろん，この 2 という数値は直線の角度が「2°」であることを表しているわけではない。

傾きが 2 とは,

「右に 1 進んだとき，上に 2 あがる」

を意味しているのである。確かに，図中の点 A → 点 B → 点 C へと目を移していけば,右に 1 進んだときに上に 2 ずつあがっていくことが確認できるであろう。つまり,

「傾きとは，右に 1 進んだとき，上にいくつあがるか」

である。

経済学において，この傾きの意味を意識することは（非常に！）重要である。経済学の中核の分野である「ミクロ経済学」「マクロ経済学」「計量経済学」，これらいずれの分野においても，傾きは重要な役割を果たしている。

＜補足７＞ 計量経済学という分野

計量経済学という分野を初めて聞いた人も多いかもしれないが，これは統計学の方法を用いて経済理論が正しいかどうかを検証する分野である（人によっては，因果関係（原因と結果の関係）を明らかにすることを目的とする分野だという人もいるかもしれない）。

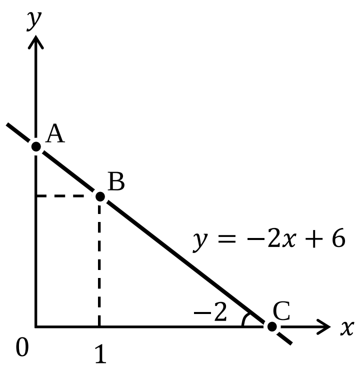
例えば，ミクロ経済学で「りんごの価格が上がれば，人々のりんごに対する需要は低下する」と主張されても，それが本当に正しいかどうかは検証しなければならない。そのためには，現実のデータを集めてきた上で，そのデータに対して統計学の方法を使って分析することで，りんごの価格が上がったときに，人々のりんごに対する需要が低下することを証明できるのである。このような分析をする分野が「計量経済学」なのである。

ミクロ経済学，マクロ経済学は**理論**分野であり，計量経済学は**実証**分野であることから，経済学者の世界では，「あなたの専門はミクロ？マクロ？計量？」と聞いたり，「あなたは理論をやってるの？実証をやってるの？」と聞いたりする。

ちなみに，資格試験などで計量経済学が必要となることはほとんどなく，国家公務員総合職試験（官僚になるための試験），大学院受験，学部編入学試験で出題を見かける程度である。

【問題】

(1)　$y = -2x + 6$ のグラフに関する次の文章中の空所に適切な値を入れなさい。

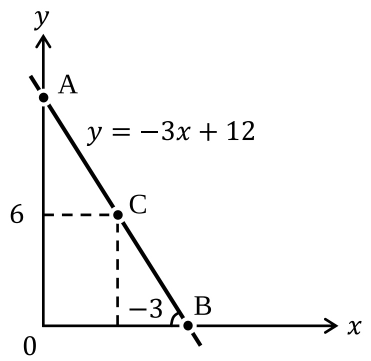


1.　$y = -2x + 6$ の切片の値は（　6　）であり，これは図中における点 A の y 座標に相当する。この点においては，$x =$（　0　）であるので，これを $y = -2x + 6$ に代入すると，切片である $y =$（　6　）が得られる。ちなみに，この切片を y 切片（縦軸切片）と呼ぶこともある。

2. $y = -2x + 6$ の傾きは（ -2 ）であり，この意味は右に 1 だけ進んだとき，上に（ -2 ）だけ上がる，言い換えれば，下に（ 2 ）だけ下がるということである。
3. 点 B は，$x = 1$ であるので，これを $y = -2x + 6$ に代入することで，点 B の y 座標である $y =$ （ 4 ）が得られる。点 A の y 座標（切片）が（ 6 ）であったので，点 A から点 B へは，右に（ 1 ）だけ進んで，下に（ 2 ）だけ下がっていることから，直線の傾きが -2 であることが確認できる。
4. 点 C は，$y = 0$ であるので，これを $y = -2x + 6$ に代入することで，点 C の x 座標である $x =$ （ 3 ）が得られる。これを x 切片（横軸切片）と呼ぶこともある。

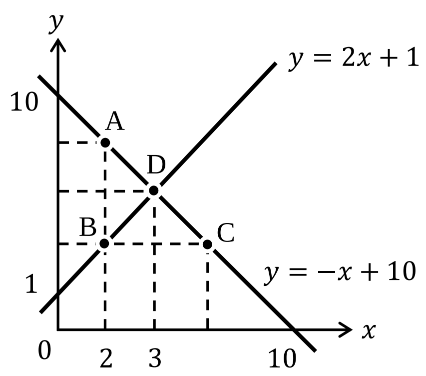
$0 = -2x + 6 \ \rightarrow\ 2x = 6 \ \rightarrow\ x = 3$

(2) $y = -3x + 12$ のグラフに関する次の文章中の空所に適切な値を入れなさい。



1. $y = -3x + 12$ の切片の値は（ 12 ）であり，傾きの値は（ -3 ）である。
2. 点 A の x 座標は（ 0 ）であり，y 座標は（ 12 ）である。
3. 点 B の y 座標は 0 であるので，x 座標は（ 4 ）である。 $0 = -3x + 12 \ \rightarrow\ x = 4$
4. 点 C の y 座標は 6 であるので，x 座標は（ 2 ）である。 $6 = -3x + 12 \ \rightarrow\ x = 2$
5. $y = -3x + 12$ の x 切片の値は（ 4 ）であり，y 切片の値は（ 12 ）である。

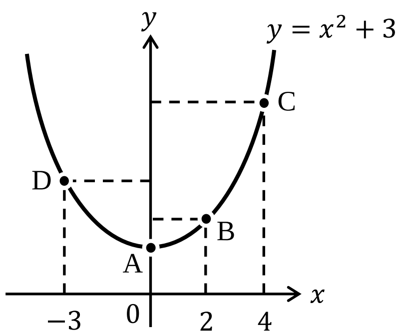
(3) $y = 2x + 1$ と $y = -x + 10$ のグラフに関する次の文章中の空所に適切な値を入れなさい。



1. 点 A の x 座標は 2 であるので，y 座標は（ 8 ）である。 $y = -2 + 10 = 8$
2. 点 B の x 座標は 2 であるので，y 座標は（ 5 ）である。 $y = 2 \cdot 2 + 1 = 5$
3. 点 C の y 座標は点 B の y 座標と等しく（ 5 ）であるので，x 座標は（ 5 ）である。 $5 = -x + 10 \rightarrow x = 5$
4. 点 D の x 座標は 3 であるので，y 座標を求めるには $y = 2x + 1$ に $x = 3$ を代入するか，$y = -x + 10$ に $x = 3$ を代入すればよい。これより，点 D の y 座標は（ 7 ）と求まる。$y = 2 \cdot 3 + 1 = 7$，もしくは $y = -3 + 10 = 7$

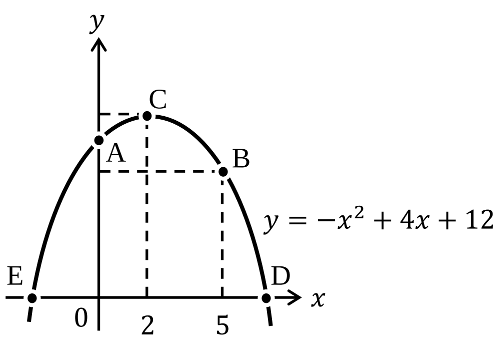
問題 4.の「点 D は 2 本の直線の**交点**であるので，どちらの直線の式に $x = 3$ を代入しても同じ y の値が求まる」ということは次節の連立方程式の分野で重要になってくる。

(4) $y = x^2 + 3$ のグラフに関する次の文章中の空所に適切な値を入れなさい。



1. 点 A のx座標は 0 であるので，$y = x^2 + 3$ の切片である点 A の y 座標は（ 3 ）である。 $y = 0^2 + 3 = 0 + 3 = 3$
2. 点 B の x 座標は 2 であるので，点 B の y 座標は（ 7 ）である。 $y = 2^2 + 3 = 7$
3. 点 C の x 座標は 4 であるので，点 C の y 座標は（ 19 ）である。 $y = 4^2 + 3 = 19$
4. 点 D の x 座標は -3 であるので，点 D の y 座標は（ 12 ）である。
$y = (-3)^2 + 3 = 9 + 3 = 12$

(5) $y = -x^2 + 4x + 12$ のグラフに関する次の文章中の空所に適切な値を入れなさい。



1. 点 A の x 座標は 0 であるので，$y=-x^2+4x+12$ に $x=0$ を代入することで，点 A の y 座標は（　12　）と求まる。 $y=-0^2+4\cdot 0+12=0+0+12=12$
2. 点 B の x 座標は 5 であるので，$y=-x^2+4x+12$ に $x=5$ を代入することで，点 B の y 座標は（　7　）と求まる。$y=-5^2+4\cdot 5+12=-25+20+12=7$
3. 点 C の x 座標は 2 であるので，$y=-x^2+4x+12$ に $x=2$ を代入することで，点 B の y 座標は（　16　）と求まる。$y=-2^2+4\cdot 2+12=-4+8+12=16$
4. 点 D と点 E の y 座標は 0 であるので，$y=-x^2+4x+12$ に $y=0$ を代入して式を展開していくと，

$$
\begin{aligned}
&0=-x^2+4x+12\\
&-x^2+4x+12=0\\
&x^2-4x-12=0\\
&(x-6)(x+2)=0
\end{aligned}
$$

となり，この方程式の答えは $x=6$ と $x=-2$ であるので，点 D の x 座標が（　6　）であり，点 E の x 座標が（　-2　）である。

この問題に書かれているグラフは，上に膨らんだ形（「**上に凸**」という）の放物線になっている。このような形の放物線になるためには，この問題の曲線

$$y=\underbrace{-x^2}_{2\text{ 次の項}}+4x+12$$

のように，2 次の項の符号がマイナスであれば，上に凸の放物線になるのである。つまり，$y=-x^2$，$y=-2x^2+3$，$y=-5x^2+10x$，$y=-x^2+4x+5$ はどれも上に凸の放物線になるということである。

次に，問題 3.で登場した点 C はグラフの**頂点**であるが，これは後の節「9. 微分」で重要になってくる。

また，問題 4.で，次の方程式 $(x-6)(x+2)=0$ の解（答え）が，$x=6,-2$ となったが，ここで一歩立ち止まって，なぜそのような解が得られるのか考えていこう。

まず，$x=6$ を $(x-6)(x+2)=0$ に代入してみる。

$$
\begin{aligned}
&(6-6)(6+2)=0\\
&0\cdot 8=0\\
&0=0
\end{aligned}
$$

これより，確かに等式が成り立っていることが確認できるので，$x=6$ は方程式 $(x-6)(x+2)=0$ の解である。

次に，$x=-2$ を $(x-6)(x+2)=0$ に代入してみる。

$$
\begin{aligned}
&(-2-6)(-2+2)=0\\
&-8\cdot 0=0\\
&0=0
\end{aligned}
$$

これより，確かに等式が成り立っていることが確認できるので，$x=-2$ も方程式 $(x-6)(x+2)=0$ の解であることがわかるのである。

問題 4.では**因数分解**が登場しているが，経済学でも（たまに）因数分解が登場することがある。ちなみに，問題 4.で登場した

$$x^2-4x-12=0 \quad \rightarrow \quad (x-6)(x+2)=0$$

このような式変形が因数分解である。

因数分解は中学校で学ぶ内容であるが，（みなさんもたすき掛けを必死に練習した記憶があるかもしれないが）因数分解は多くの計算問題を解かないとなかなか慣れない。本来であればこの問題集でも新たな節を設けて，因数分解の練習問題をたくさん用意したいところであるが，因数分解の練習に疲れてしまって先に進めなくなるのも困るので（しかも，経済学では因数分解がそこまで頻出ではないため），**＜補足８＞**で手短に因数分解の説明をし，次ページの練習問題を解く程度にして先に進むこととする。

＜補足８＞ 因数分解

次の計算をしてみよう。

$$(1+2)(3+4)$$

これは，もちろん

$$(1+2)(3+4)=3\times 7=21$$

と解いてもいいが，次のように解いても同じ答えを得る。

$$(1+2)(3+4)=1\cdot 3+1\cdot 4+2\cdot 3+2\cdot 4=3+4+6+8=21$$

これは，次の分配法則を使った解き方である。

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

ここで，a,b,c,d を次のように変更した式を考える。（$a=x, b=2, c=x, d=3$）

$$\underbrace{(x+2)(x+3)}_{①}=x^2+3x+2x+6=\underbrace{x^2+5x+6}_{②}$$

①から②への変形は「式の展開」であるが，②から①への変形が「因数分解」である。

つまり，

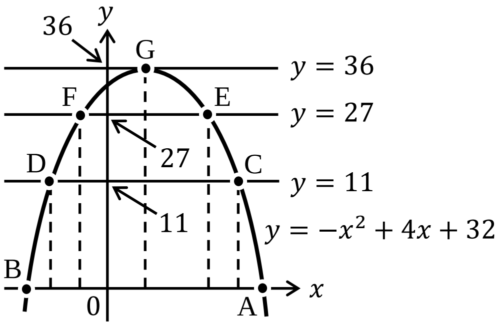
$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

この作業が因数分解である。

因数分解の例をいくつか挙げておく。（1.～12.まではすらすらと出来た方がよい）

1. $x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$
2. $x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$
3. $x^2+8x+12=(x+2)(x+6)$
4. $x^2+6x+9=(x+3)^2$
5. $x^2+8x+16=(x+4)^2$
6. $x^2-9x+20=(x-4)(x-5)$
7. $x^2-12x+20=(x-2)(x-10)$
8. $x^2-10x+25=(x-5)^2$
9. $x^2+x-12=(x+4)(x-3)$
10. $x^2+4x-12=(x+6)(x-2)$
11. $x^2-4x-12=(x-6)(x+2)$
12. $x^2-11x-12=(x-12)(x+1)$
13. $2x^2+10x+12=(x+3)(2x+4)$
14. $3x^2-16x+5=(x-5)(3x-1)$
15. $4x^2+2x-6=(2x+3)(2x-2)$
16. $12x^2-11x-5=(3x+1)(4x-5)$

【問題】$y=-x^2+4x+32$ のグラフに関する次の文章中の空所に適切な値や式を入れなさい。



1. 点 A と点 B の y 座標は 0 であるので，$y=-x^2+4x+32$ に $y=0$ を代入し，因数分解をすると，

$$0=-x^2+4x+32$$
$$-x^2+4x+32=0$$
$$x^2-4x-32=0$$
$$(x+（\ 4\ ）)(x-（\ 8\ ）)=0$$

となることから，点 A の x 座標は（ 8 ），点 B の x 座標は（ -4 ）と求まる。

2. 点 C と点 D の y 座標は 11 であるので，$y=-x^2+4x+32$ に $y=11$ を代入し，因数分解をすると，

$$11=-x^2+4x+32$$
$$-x^2+4x+32=11$$
$$-x^2+4x+21=0$$
$$x^2-4x-21=0$$
$$（\ (x+3)(x-7)\ ）=0$$

となることから，点 C の x 座標は（ 7 ），点 D の x 座標は（ -3 ）と求まる。

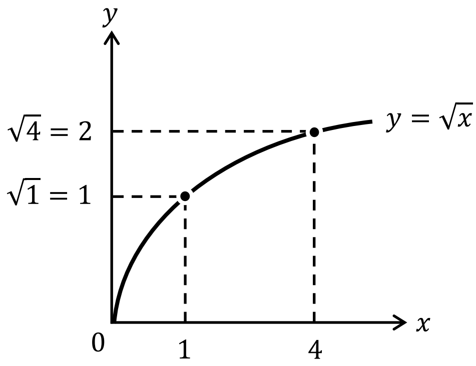
3. 点 E と点 F の y 座標は 27 であるので，点 E の x 座標は（ 5 ），点 F の x 座標は（ -1 ）である。 $-x^2+4x+32=27 \ \rightarrow\ x^2-4x-5=(x+1)(x-5)=0$

4. 点 G の y 座標は 36 であるので，$y=-x^2+4x+32$ に $y=36$ を代入し，因数分解をすると，

$$36=-x^2+4x+32$$
$$-x^2+4x+32=36$$
$$-x^2+4x-4=0$$
$$x^2-4x+4=0$$
$$（\ (x-2)^2\ ）=0$$

となることから，点 G の x 座標は（ 2 ）と求まる。

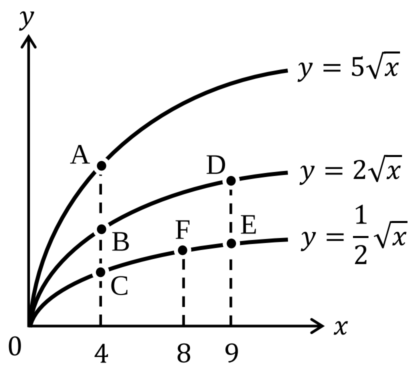
本節の最後に，ルートのグラフについても確認しておこう。



ルートのグラフが上図のような形状になることは覚えておいた方がよい。特にミクロ経済学ではルートのグラフがよく登場する。

それでは，ルートのグラフに慣れるために問題を解いておこう。

【問題】次の文章中の空所に適切な値を入れなさい。



1. 点 A の y 座標は（ 10 ）である。 $y = 5\sqrt{4} = 5 \cdot 2 = 10$
2. 点 B の y 座標は（ 4 ）である。 $y = 2\sqrt{4} = 2 \cdot 2 = 4$
3. 点 C の y 座標は（ 1 ）である。 $y = \frac{1}{2}\sqrt{4} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$
4. 点 D の y 座標は（ 6 ）である。 $y = 2\sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$
5. 点 E の y 座標は（ $\frac{3}{2}$ ）である。 $y = \frac{1}{2}\sqrt{9} = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$
6. 点 F の y 座標は（ $\sqrt{2}$ ）である。 $y = \frac{1}{2}\sqrt{8} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

8. 連立方程式

「なぜ今更，連立方程式！？」と思うかもしれないが，ミクロ経済学でもマクロ経済学でも連立方程式はよく登場するし，最先端の経済理論であっても，結局は連立方程式を（パソコンで）解いて，経済政策が日本の景気に与える影響を計算していることが多い。

それでは，中学校で習った連立方程式の解き方（**加減法**）をおさらいしておこう。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 14 & \cdots ① \\ x - y = -2 & \cdots ② \end{cases}$$

これを解くには，例えば，②式の両辺を 2 倍して，

$$\begin{cases} 3x + 2y = 14 & : ① \\ 2x - 2y = -4 & : ② \times 2 \end{cases}$$

この 2 本の式の両辺をたし算して，

$$\begin{array}{rl} 3x + 2y = 14 & : ① \\ +)\ \underline{2x - 2y = -4} & : ② \times 2 \\ 5x \qquad = 10 & \\ x = 2 & \end{array}$$

$x = 2$ を得ることができる。（連立方程式を解くには，このように一方の変数がうまく消えるように工夫をして計算するのでした）

次に，$x = 2$ を①式，もしくは②式に代入することで，y の値を得ることができる。まず，$x = 2$ を①式に代入すると，

$$\begin{aligned} &3x + 2y = 14 \quad : ① \\ &3 \cdot 2 + 2y = 14 \\ &6 + 2y = 14 \\ &2y = 8 \\ &y = 4 \end{aligned}$$

よって，$y = 4$ が得られた。したがって，連立方程式の解は，$x = 2, y = 4$ である。

すでに答えは得られているが，$x = 2$ を②式に代入してみる。

$$\begin{aligned} &x - y = -2 \quad : ② \\ &2 - y = -2 \\ &-y = -4 \\ &y = 4 \end{aligned}$$

このように，②式を用いても同じ $y = 4$ を得ることができる。

なぜ，①式，②式のどちらに $x = 2$ を代入しても同じ y の値を得ることができたのだろうか。これを理解するには，連立方程式を解くということがそもそも何をしている作業なのかを理解する必要がある。結論から言うと，

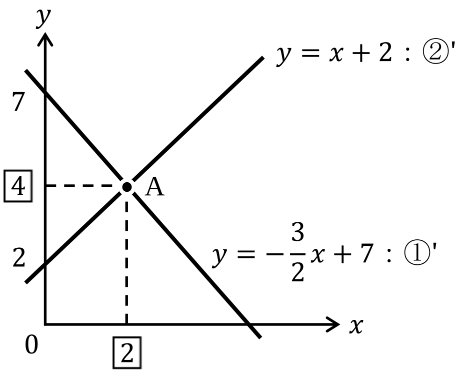
「連立方程式を解くことは，グラフの交点の座標を求めること」

なのである。どういうことなのか確認していこう。

まず，先程の①式と②式を「$y = \cdots$」の形に変形する。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 14 \quad \rightarrow \quad 2y = -3x + 14 \quad \rightarrow \quad y = -\dfrac{3}{2}x + 7 \quad : ①' \\ x - y = -2 \quad \rightarrow \quad -y = -x - 2 \quad \rightarrow \quad y = x + 2 \quad : ②' \end{cases}$$

これをグラフに書くと次のようになる。



このグラフで注目してもらいたいのは交点 A である。この交点 A の座標は，

$$x = 2, y = 4 \text{（もしくは，} (x, y) = (2, 4) \text{ と書くこともある）}$$

となっており，これは前ページで得られた連立方程式の解になっているのである。

これこそ，「連立方程式を解くことは，グラフの交点の座標を求めること」を意味しているのである。

また，①式，②式のどちらに $x = 2$ を代入しても同じ y の値を得ることができた理由についても，このグラフを見ればわかる。つまり，交点 A はグラフ①'の上に乗っており，グラフ②'の上にも乗っているので，$x = 2$ のときの高さ（つまり，交点 A の y 座標）は，グラフ①'で見ても，グラフ②'で見ても当然等しいのである。このことは，前節の問題(3)の 4.（p.26）でも触れたことである。

よって，連立方程式を解いたときに，一方の変数の値が得られたら，その値を元の連立方程式のどちらの式に代入しても，同じ答えが得られるのである。

＜補足９＞ 連立方程式が解ける条件

ここまで見てきた連立方程式は，式が 2 本，変数が 2 種類（x と y）であった。このように，連立方程式は，式の本数と変数の数がそろっていないと（基本的に）解くことができない。つまり，変数が 3 つ（例えば，x, y, z）あれば，連立方程式に含まれる式の数も 3 本ないと連立方程式が解けないということである。しかし，2 直線が平行であれば，式が 2 本，変数が 2 種類であっても，連立方程式が解けない（言い換えると，交点がない）という特殊な例もあることには注意する必要がある。例えば，次の連立方程式を解こうとしても，x と y の値が求まらないことがわかる。2 直線は平行なので，交点が存在するはずがないのである。（もし，2 直線がぴったり重なっていたら，交点は無数にあることになる）

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 2x + 5 \end{cases} \quad \text{：2 直線が平行であるケース}$$

ここまで，中学校で学んだ連立方程式の解き方を復習してきたが，経済学の問題を解いていて，連立方程式を先程のような解き方を用いることは少ない。実際によく使う連立方程式の解き方は次の 2 つである。

［方法①］右辺どうしをくっつける方法　← 正確には，代入法という

次のような連立方程式を考える。

$$\begin{cases} y = 2x + 1 & \cdots ① \\ y = -x + 10 & \cdots ② \end{cases}$$

これを簡単に解くには，①式と右辺と，②式の右辺に注目し，

$$\begin{cases} y = \boxed{2x + 1} & \cdots ① \\ y = \boxed{-x + 10} & \cdots ② \end{cases}$$

これら右辺どうしをイコールでくっつけてみる。

$$2x + 1 = -x + 10$$

これを解けば x が求まる。

$$2x + x = 10 - 1$$
$$3x = 9$$
$$x = 3$$

どうだろか。いとも簡単に連立方程式の解である x の値が求まった。（y の値は，$x = 3$ を①式，もしくは②式に代入すれば $y = 7$ と求まる）

この右辺どうしをくっつける方法を用いることができる理由は次の通りである。

下の①式と②式の左辺はどちらも y で等しいので，

$$\begin{cases} \boxed{y} = 2x + 1 & \cdots ① \\ \boxed{y} = -x + 10 & \cdots ② \end{cases}$$

右辺どうしも等しいというわけである。（より正確には，交点においては①式も②式も同じ y の値になるので，右辺どうしも等しくなると考える）

ところで，この方法で簡単に解けたというが，そもそも問題自体が「$y = \cdots$」の形になっていて，右辺どうしをくっつけることができる形になっているから，簡単に解けただけじゃないか！？と思った人もいるかもしれない。しかし，経済学の計算問題を解いていると，このような右辺どうしをくっつければ解けるという形の連立方程式が登場することが多いのである。そのため，この［方法①］を知っていれば，連立方程式がいとも簡単に解けてしまうというわけである。

ところで，この［方法①］は正確には**代入法**というが，なぜそのような名前がついているのかと言うと，例えば，①式の $y = 2x + 1$ を，②式の y に**代入**することで，右辺どうしをくっつけた形である

$$2x + 1 = -x + 10$$

が得られているからである。

［方法②］代入法

次のような連立方程式を考える。

$$\begin{cases} y = 2x + 6 & \cdots ① \\ x = y - 5 & \cdots ② \end{cases}$$

これも解き方は簡単で，②式を①式の中の x に代入すればよいのである。代入してみると，

$$y = 2x + 6$$
$$y = 2(y - 5) + 6$$
$$y = 2y - 10 + 6$$
$$-y = -4$$
$$y = 4$$

そして，この $y = 4$ を①式，もしくは②式に代入すれば，$x = -1$ が得られる。

この連立方程式の形も，問題自体が簡単なので，簡単に解けて当然だと思うかもしれないが，この連立方程式の形はマクロ経済学の 45 度線分析や IS－LM 分析という分野でよく出てくる形なのである。（p.65 の問題 12.を参照）

このように，経済学では連立方程式をよく用いるが，計算問題で連立方程式を解く作業自体はそれほど難しくないのである。

【問題】次の連立方程式を解きなさい。

1.

$$\begin{cases} 2x + y = 6 & \cdots ① \\ -x + 2y = 2 & \cdots ② \end{cases}$$

②を 2 倍すると，

$-2x + 4y = 4 \quad \cdots ③$

①＋③より，$5y = 10 \rightarrow y = 2$

これを②に代入すると，

$-x + 2 \cdot 2 = 2 \rightarrow -x = -2 \rightarrow x = 2$

$x =$ 2 ,$y =$ 2

2.

$$\begin{cases} 5x - 3y = -5 & \cdots ① \\ 3x + 2y = 16 & \cdots ② \end{cases}$$

①を 2 倍すると，$10x - 6y = -10 \cdots ③$

②を 3 倍すると，$9x + 6y = 48 \quad \cdots ④$

③＋④より，$19x = 38 \rightarrow x = 2$

これを②に代入すると，

$3 \cdot 2 + 2y = 16 \rightarrow 2y = 10 \rightarrow y = 5$

$x =$ 2 ,$y =$ 5

3.

$$\begin{cases} y = -x + 4 & \cdots ① \\ y = x + 2 & \cdots ② \end{cases}$$

右辺どうしをくっつけると，

$-x + 4 = x + 2 \rightarrow -2x = -2 \rightarrow x = 1$

これを②に代入すると，$y = 1 + 2 = 3$

$x =$ 1 ,$y =$ 3

4.

$$\begin{cases} y = x + 12 & \cdots ① \\ y = -2x + 30 & \cdots ② \end{cases}$$

右辺どうしをくっつけると，

$x + 12 = -2x + 30 \rightarrow 3x = 18 \rightarrow x = 6$

これを①に代入すると，$y = 6 + 12 = 18$

$x =$ 6 ,$y =$ 18

5.（本節の最初に紹介した数値例）

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 7 & \cdots ① \\ y = x + 2 & \cdots ② \end{cases}$$

右辺どうしをくっつけると，

$-\frac{3}{2}x + 7 = x + 2 \ \to\ -\frac{3}{2}x - \frac{2}{2}x = -5$

$\to\ -\frac{5}{2}x = -5 \ \to\ x = 5 \times \frac{2}{5} = 2$

これを②に代入すると，$y = 2 + 2 = 4$

$x =$ 2　，$y =$ 4

6.

$$\begin{cases} y = \frac{5}{6}x - \frac{3}{2} & \cdots ① \\ y = \frac{2}{3}x - 1 & \cdots ② \end{cases}$$

右辺どうしをくっつけると，

$\frac{5}{6}x - \frac{3}{2} = \frac{2}{3}x - 1 \ \to\ \frac{5}{6}x - \frac{2}{3}x = -1 + \frac{3}{2}$

$\to\ \frac{1}{6}x = \frac{1}{2} \ \to\ x = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

これを②に代入すると，

$y = \frac{2}{3} \cdot 3 - 1 = 2 - 1 = 1$

$x =$ 3　，$y =$ 1

7.

$$\begin{cases} y = x + 1 & \cdots ① \\ y = ax + 3 & \cdots ② \end{cases}$$

右辺どうしをくっつけると，

$x + 1 = ax + 3 \ \to\ x - ax = 2$

$\to\ (1 - a)x = 2 \ \to\ x = \frac{2}{1 - a}$

これを①に代入すると，

$$y = \frac{2}{1 - a} + 1 = \frac{2}{1 - a} + \frac{1 - a}{1 - a} = \frac{2 + 1 - a}{1 - a} = \frac{3 - a}{1 - a}$$

$x = \frac{2}{1 - a}$　，$y = \frac{3 - a}{1 - a}$

8.

$$\begin{cases} y = x - a & \cdots ① \\ y = bx + 2 & \cdots ② \end{cases}$$

右辺どうしをくっつけると，

$x - a = bx + 2 \ \to\ x - bx = 2 + a$

$\to\ (1 - b)x = 2 + a \ \to\ x = \frac{2 + a}{1 - b}$

これを①に代入すると，

$$\begin{aligned} y &= \frac{2 + a}{1 - b} - a = \frac{2 + a}{1 - b} - \frac{a(1 - b)}{1 - b} \\ &= \frac{2 + a}{1 - b} - \frac{a - ab}{1 - b} = \frac{2 + a - (a - ab)}{1 - b} \\ &= \frac{2 + a - a + ab}{1 - b} = \frac{2 + ab}{1 - b} \end{aligned}$$

$x = \frac{2 + a}{1 - b}$　，$y = \frac{2 + ab}{1 - b}$

9.

$$\begin{cases} 5x - 2y = 7 & \cdots ① \\ y = 3x - 4 & \cdots ② \end{cases}$$

②を①に代入すると，

$5x - 2(3x - 4) = 7 \ \to\ 5x - 6x + 8 = 7$

$\to\ -x = -1 \ \to\ x = 1$

これを②に代入すると，

$y = 3 \cdot 1 - 4 = -1$

$x =$ 1　，$y =$ −1

10.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}y + \frac{3}{2} & \cdots ① \\ y = \frac{1}{2}x - 2 & \cdots ② \end{cases}$$

②を①に代入すると，

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}x - 2\right) + \frac{3}{2} = \frac{1}{6}x - \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{1}{6}x - \frac{4}{6} + \frac{9}{6} = \frac{1}{6}x + \frac{5}{6} \ \to\ x - \frac{1}{6}x = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

$\to\ \frac{5}{6}x = \frac{5}{6} \ \to\ x = 1$

これを②に代入すると，

$y = \frac{1}{2} \cdot 1 - 2 = \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{3}{2}$

$x =$ 1　，$y = -\frac{3}{2}$

＜補足１０＞ 内生変数と外生変数

経済学を勉強していると，内生変数と外生変数という言葉が登場して，

内生変数：モデル**内**で決まる変数

外生変数：モデルの**外**で決まる変数

といったような説明はあるが，さっぱり意味がわからないという状況に陥る（私自身がそうであった。ここは丁寧に書かないとなかなか伝わらないとこであると思うので，長文になることをご容赦いただきたい）。

まず，おおまかに説明してしまうと，次のような連立方程式を考えたときに，

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = cx + d \end{cases}$$

横軸や縦軸に相当する x, y が内生変数であり，a, b, c, d が外生変数であると考えればわかりやすい（後で説明するように，a, b, c, d のどれかは外生変数ではなく定数かもしれない）。

しかし，これでは正確な説明ではないので，まずはそもそも「モデル」とは何かを考えていく。（以下，第 1 講で学ぶ需要曲線と供給曲線の内容を含むので，需要曲線と供給曲線の内容を学んでから，読んだ方がいいだろう）

モデルとは「模型」のことであり，実物を再現したものを意味する。例えば，プラモデルというと，プラスチックで実物を再現した模型のことである。では，経済学でモデルというと何を意味するのだろうか？もちろん，経済にはそもそも実体がないので，プラモデルを作るなんてことは不可能である。

今，りんごの需要関数が，（詳細は第 1 講へ）

$$x = 12 - P \qquad （x：りんごの需要量（個），P：りんごの価格（円））$$

であるとする。

この需要関数より，りんごの価格が $P = 10$ 円であれば，りんごを $x = 12 - 10 = 2$ 個だけ欲しいということが読み取れる。つまり，りんごの需要関数 $x = 12 - P$ は，人々のりんごに対する「需要」と「価格」の関係が数式によって表された模型（モデル）になっているのである。ということで，りんごの需要関数 $x = 12 - P$ はモデル（**経済モデル**，もしくは**数理モデル**）なのである。

次に，以下の連立方程式（りんごに対する**需**要と**供**給の関係を表したモデル。ここではこの連立方程式を需給モデルと呼んでおく）を解くと，

$$\begin{cases} x = 12 - P & ：需要関数 \\ x = 2P & ：供給関数 \end{cases}$$

均衡価格 $P^* = 4$，均衡数量 $x^* = 8$ が得られる。このように連立方程式（需給モデル）を解くことで P と x が得られたので，P と x は縦軸と横軸に相当し，モデル内で決まる変数である内生変数だということがわかる。

次に，需要関数を $x = 12 - P + a$ に修正したとする。この a は政府が買い取るりんごの量（政府のりんごに対する需要量）だとしよう。これより，連立方程式は次のように修正される。

$$\begin{cases} x = 12 - P + a & ：（政府の需要を含む）需要関数 \\ x = 2P & ：供給関数 \end{cases}$$

解くのが少し面倒になったが，この連立方程式を解くと，

$$P^* = 4 + \frac{1}{3}a, \quad x^* = 8 + \frac{2}{3}a$$

と得られる。a は政府が買い取るりんごの量であり，この値は政策的に変更できるとすると，政府が $a = 3$ 個だけりんごを買い取れば，

$$P^* = 4 + \frac{1}{3} \cdot 3 = 5, \quad x^* = 8 + \frac{2}{3} \cdot 3 = 10$$

というように，均衡価格と均衡数量が決定する。

仮に，政府が $a = 6$ 個だけりんごを買い取れば，

$$P^* = 4 + \frac{1}{3} \cdot 6 = 6, \quad x^* = 8 + \frac{2}{3} \cdot 6 = 12$$

というように，新しい均衡価格と均衡数量が決定する。

このように考えれば，政府が買い取るりんごの量 a は，政策的に決定される値となり，モデルの外で決定される外生変数となるのである。つまり，a は政策的に決定された後に，連立方程式（需給モデル）が解かれて P^* と x^* が求まるので，a は変数ではあるが，（需給）モデルの外で決められていることになるのである。

次に，需要関数を $x = 12 - P + a + b$ に修正したとする。a は先程と同じ政府が買い取るりんごの量であるが，b は海外に輸出するりんごの量（外国人にとっては日本産のりんごに対する需要量）であり，決まった量（一定量）だけ輸出すると仮定する。これより，連立方程式は次のように修正される。

$$\begin{cases} x = 12 - P + a + b & ：（政府と海外の需要を含む）需要関数 \\ x = 2P & ：供給関数 \end{cases}$$

この連立方程式を解くと，

$$P^* = 4 + \frac{1}{3}(a + b), \quad x^* = 8 + \frac{2}{3}(a + b)$$

というように，均衡価格と均衡数量が決定する。

ところで，b は海外に輸出するりんごの量で，決まった量だけ輸出すると仮定されているので，モデルの外で決まる値ではあるが**定数**である。つまり，b は外生変数ではなく定数であることに注意しなければならない。

ここまでの内容をまとめると，以下の需給モデルにおいて，

$$\begin{cases} x = 12 - P + a + b & ：需要関数 \\ x = 2P & ：供給関数 \end{cases}$$

（x：りんごの数量，P：りんごの価格，
a：政府が買い取るりんごの量，b：海外に輸出するりんごの量）

x, P は内生変数，a は外生変数，b は定数ということになるのである。

（これでも外生変数と定数の違いに混乱している人もいるかもしれないので追記しておくが，外生変数と定数の違いは，値を変化「させる」のが外生変数，値が変化「しない」のが定数，と理解しておけばよい）

9. 微分

ミクロ経済学では「微分」が（ものすごく）頻繁に登場する。ミクロ経済学を理解するために微分の知識は必要不可欠である。

しかし，「微分」と聞くと難しいイメージがあって，「自分には理解できるはずがない…」と逃げたくなる人もいるかもしれない。でも大丈夫！微分はとても簡単なのだ。

次の例題を見て欲しい。

【例題】次の式を x で微分しなさい。

(1) $y = 5x$ （解答）$y' = 5$

(2) $y = 10x$ （解答）$y' = 10$

(3) $y = x$ （解答）$y' = 1$

(4) $y = -2x$ （解答）$y' = -2$

(5) $y = -ax$ （解答）$y' = -a$ ← aは定数とする

(6) $y = 3$ （解答）$y' = 0$

(7) $y = 9$ （解答）$y' = 0$

(8) $y = b$ （解答）$y' = 0$ ← bは定数とする

(9) $y = -4$ （解答）$y' = 0$

(10) $y = -1$ （解答）$y' = 0$

(11) $y = 2x + 1$ （解答）$y' = 2 + 0 = 2$

(12) $y = 5x + 10$ （解答）$y' = 5 + 0 = 5$

(13) $y = -2x + 5$ （解答）$y' = -2 + 0 = -2$

(14) $y = -x - 3$ （解答）$y' = -1 + 0 = -1$

(15) $y = ax + b$ （解答）$y' = a + 0 = a$

＊ 「定数とする」: 値の決まった数字として扱うこと

この例題から微分には法則があることがわかるだろう。この例題からは 2 つの法則（**① x にかけ算されている数字は残る，②数字だけなら 0 になる**）に気付くはずだ。

ここで，微分をする上でもう一つ覚えてもらいたい法則がある。その法則を理解するには次の手順をゆっくりと追ってほしい。

Step1 $y = 4x^3$ を x で微分する

Step2 微分を始めるので，とりあえず「$y' =$」と書く

$$y' =$$

Step3 次に，$y = 4x^3$ にある数字の 3 を，4 にかけ算する

$$y' = 4 \times 3$$

Step4 そして，3 乗の部分を「引く 1」する

$$y' = 4 \times 3x^{3-1}$$

Step5 最後に式を整理して完成！

$$y' = 12x^2$$

この法則を一般的に書くと次のようになる。

$$y = ax^b \quad \rightarrow \quad \boxed{y' = abx^{b-1}}$$

それでは，この法則に慣れるために，次の例題を上から見ていって欲しい。

【例題】次の式を x で微分しなさい。

(1) $y = 2x^3$ （解答）$y' = 2 \times 3x^{3-1} = 6x^2$

(2) $y = 10x^4$ （解答）$y' = 10 \times 4x^{4-1} = 40x^3$

(3) $y = x^3$ （解答）$y' = 1 \times 3x^{3-1} = 3x^2$ ← 元の式を$y = 1x^3$と考える

(4) $y = x^2$ （解答）$y' = 2x^{2-1} = 2x^1 = 2x$

(5) $y = -5x^3$ （解答）$y' = -5 \times 3x^{3-1} = -15x^2$

(6) $y = -x^4$ （解答）$y' = -4x^{4-1} = -4x^3$

(7) $y = -3x^2$ （解答）$y' = -3 \times 2x^{2-1} = -6x$

(8) $y = 6x^3 + 1$ （解答）$y' = 18x^2 + 0 = 18x^2$

(9) $y = x^2 + 10$ （解答）$y' = 2x + 0 = 2x$

(10) $y = x^2 + 3x + 5$ （解答）$y' = 2x + 3 + 0 = 2x + 3$

(11) $y = -3x^2 - 4x + 1$ （解答）$y' = -6x - 4 + 0 = -6x - 4$

(12) $y = -5x^3 + 2x^2$ （解答）$y' = -15x^2 + 4x$

(13) $y = x^3 - 2x - 10$ （解答）$y' = 3x^2 - 2$

(14) $y = x^2 - x - 2$ （解答）$y' = 2x - 1$

(15) $y = \frac{1}{3}x^3 - 5$ （解答）$y' = \frac{1}{3} \times 3x^2 = x^2$

ところで，$y = 4x^3$ を x で微分すると，$y' = 12x^2$ になると書いた。しかし，経済学では y' の代わりに $\frac{dy}{dx}$ と表現することの方が多い。つまり，

$$y = 4x^3 \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{dy}{dx}} = 12x^2$$

と答えた方がいいということである。

$\frac{dy}{dx}$ とは，**「$y = \cdots$」の式をxで微分する**ということを表しており，読み方は「ディーワイ・ディーエックス」（「ディーエックス分のディーワイ」とは読むのは間違い）である。

y' という記号を使う方がシンプルであるので，なぜ，$\frac{dy}{dx}$ という書き方が経済学で好まれるのかというと，経済学では変数に用いるアルファベット（A, a, B, b, …）や**ギリシャ文字**（アルファα，ベータβ，ガンマγ など）が数多く登場するので，どの変数で微分をしたのかを明らかにする必要がある。例えば，次の例を見て欲しい。

$$z = 2a + 3b + 3c \quad \rightarrow \quad z' = 3$$

これより，「$z = \cdots$」の式を b か c のどちらかで微分したのだろうと予想はつくが，b と c のどちらの文字で微分をしたのかはわからない。しかし次のように書けば，c で微分したことがわかるのである。

$$z = 2a + 3b + 3c \quad \rightarrow \quad \frac{dz}{dc} = 3$$

それでは，問題に入る前に，微分の計算法則をまとめておく。（a, b は定数とする）

微分法則① $y = ax^b \quad \rightarrow \quad \dfrac{dy}{dx} = abx^{b-1}$

微分法則② $y = ax \quad \rightarrow \quad \dfrac{dy}{dx} = a$

微分法則③ $y = a \quad \rightarrow \quad \dfrac{dy}{dx} = 0$

この 3 つを覚えておけば，基本的な微分の計算で困ることはないだろう。

【問題】次の式を x で微分しなさい。ただし，a, b, c, d は定数とする。

1. $y = 4$　　$\dfrac{dy}{dx} = 0$

2. $y = a$　　$\dfrac{dy}{dx} = 0$

3. $y = -5a$　　$\dfrac{dy}{dx} = 0$

4. $y = 2a + 1$　　$\dfrac{dy}{dx} = 0$

5. $y = a^2 + 3a - 4$　　$\dfrac{dy}{dx} = 0$

6. $y = 2x$　　$\dfrac{dy}{dx} = 2$

7. $y = -3x$　　$\dfrac{dy}{dx} = -3$

8. $y = -x$　　$\dfrac{dy}{dx} = -1$

9. $y = ax$　　$\dfrac{dy}{dx} = a$

10. $y = (a + 1)x$　　$\dfrac{dy}{dx} = a + 1$

11. $y = 2x + 3$　　$\dfrac{dy}{dx} = 2$

12. $y = -x - 5$　　$\dfrac{dy}{dx} = -1$

13. $y = \dfrac{2}{5}x + 4$　　$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2}{5}$

14. $y = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{2}{3}$　　$\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{2}$

15. $y = \dfrac{a}{b}x + \dfrac{c}{d}$　　$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{a}{b}$

16. $y = 5x^4$　　$\dfrac{dy}{dx} = 5 \times 4x^{4-1} = 20x^3$

17. $y = 3x^3$　　$\dfrac{dy}{dx} = 3 \times 3x^{3-1} = 9x^2$

18. $y = 4x^2$　　$\dfrac{dy}{dx} = 8x$

19. $y = x^2$　　$\dfrac{dy}{dx} = 2x$

20. $y = ax^2$　　$\dfrac{dy}{dx} = 2ax$

21. $y = 2x^2 + 3$　　$\dfrac{dy}{dx} = 2 \times 2x^{2-1} + 0 = 4x$

22. $y = 4x^2 - 5x + 1$　　$\dfrac{dy}{dx} = 4 \times 2x^{2-1} - 5 + 0 = 8x - 5$

23. $y = 5x^4 + 2x^2 + 5$　　$\dfrac{dy}{dx} = 20x^3 + 4x$

24. $y = -x^2 + 3x - 4$　　$\dfrac{dy}{dx} = -2x + 3$

25. $y = x^3(3x - 1) = 3x^4 - x^3$　　$\dfrac{dy}{dx} = 12x^3 - 3x^2$

26. $y = 2x(3x - 1) + 4 = 6x^2 - 2x + 4$　　$\dfrac{dy}{dx} = 12x - 2$

27. $y = ax^3 - bx^2 + cx - d$　　$\dfrac{dy}{dx} = 3ax^2 - 2bx + c$

28. $y = -3x^2 + (2a + 1)x - b$　　$\dfrac{dy}{dx} = -6x + 2a + 1$

＊ 問題 23.の解を $4x(5x^2 + 1)$，問題 25.の解を $3x^2(4x - 1)$ としてもよい。

29. $y = (4a+3)x^2 - bx + c$

$$\frac{dy}{dx} = 2(4a+3)x - b$$

30. $y = 2(x^2 - x - 1) = 2x^2 - 2x - 2$

$$\frac{dy}{dx} = 4x - 2$$

31. $y = a^3 + 4xa^2 + 3a + 5$

$$\frac{dy}{dx} = 4a^2$$

32. $y = abcdx$

$$\frac{dy}{dx} = abcd$$

ここで，ミクロ経済学で頻出する少し難しめの微分についても触れておこう。

次のルートを含む式を x で微分してもらいたい。

$$y = \sqrt{x}$$

これは一体どうすれば微分できるのだろうかと思うかもしれないが，次のように変形してみよう。

$$y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

このように変形すれば，前ページの微分法則①を用いて次のように計算できる。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \underbrace{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}_{①} = \underbrace{\frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}}}_{②} = \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{x}}}_{③} = \underbrace{\frac{1\times\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\times\sqrt{x}}}_{\text{有理化}} = \underbrace{\frac{\sqrt{x}}{2x}}_{④}$$

この式を見ると，「一体どこまで計算すればいいのか？」と思うかもしれないが，上の式の①，もしくは③で止めることが多い。（②は式の形として，分母がごちゃごちゃしていて不格好であるし，④まで有理化する必要は特にない。もちろん，②や④の形で答えても正解である）

このようにルートを含む式の微分は，はじめは難しく感じるが，何度か同じような計算をしているうちに次第に慣れてくる。それでは，問題を解いて慣れていこう。

【問題】次の式を x で微分しなさい。

1. $y = 2\sqrt{x} = 2x^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{dy}{dx} = 2\times\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = x^{-\frac{1}{2}}\left(=\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

2. $y = 3\sqrt{x} = 3x^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{dy}{dx} = 3\times\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}}\left(=\frac{3}{2\sqrt{x}}\right)$$

3. $y = 4\sqrt{x} = 4x^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{dy}{dx} = 2x^{-\frac{1}{2}}\left(=\frac{2}{\sqrt{x}}\right)$$

4. $y = 9\sqrt{x} = 9x^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9}{2}x^{-\frac{1}{2}}\left(=\frac{9}{2\sqrt{x}}\right)$$

5. $y = x^{\frac{1}{3}}$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1}=\right)\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$$

6. $y = 3x^{\frac{2}{3}}$

$$\frac{dy}{dx} = \left(3\times\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1}=\right)2x^{-\frac{1}{3}}$$

7. $y = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}=\right)\frac{1}{4}x^{-\frac{1}{2}}$$

8. $y = x\sqrt{x} = x\cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{1+\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1}=\right)\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$$

＊ 問題 7.の解答を $\frac{1}{4\sqrt{x}}$，問題 8.の解答を $\frac{3\sqrt{x}}{2}$ としてもよい。

＜補足１１＞ 経済学でよく使われるギリシャ文字一覧

経済学では，アルファベットやギリシャ文字が数多く登場するということであったが，ここでは経済学でよく使われるギリシャ文字をまとめておく。ギリシャ文字はアルファベットともある程度対応していることや，ギリシャ文字にもアルファベットと同様に大文字と小文字の区別があることも知っておくといいだろう。経済学を勉強する上で重要度の高い箇所は太字（ボールド）にしており，重要性の低い箇所は空所にしているので，気になる人は自身で検索してもらいたい。

読み方	小文字	大文字	対応する アルファベット	読み方	小文字	大文字	対応する アルファベット
アルファ	$\boldsymbol{\alpha}$	A	**a**	**パイ**	$\boldsymbol{\pi}$	Π	**p**
ベータ	$\boldsymbol{\beta}$	B	**b**	**ロー**	$\boldsymbol{\rho}$		
ガンマ	$\boldsymbol{\gamma}$	Γ	g	**シグマ**	$\boldsymbol{\sigma}$	Σ	s
デルタ	$\boldsymbol{\delta}$	**Δ**	**d**	タウ	τ		t
イプシロン	$\boldsymbol{\varepsilon}$	E	**e**	**ファイ**	$\boldsymbol{\phi}$	Φ	
イータ	η			カイ	χ		
シータ	θ			**プサイ**	$\boldsymbol{\psi}$	Ψ	
ラムダ	$\boldsymbol{\lambda}$	Λ		オメガ	ω	Ω	
ミュー	μ						

ここまで問題を解いてきた人であれば，微分の計算に慣れてきたと思うが，そもそも，微分とは何なのだろうか？微分の計算ルールを覚えて，そのルールに従って計算ができたのはいいが，微分をすることの意味とは一体何なのだろうか。

結論から言うと，

「微分とは，接線の傾きを求めること」

である。

微分初心者の人は，微分は「傾き」を求めること！と理解しておくとよい。

では，微分とは本当に傾きを求めることなのかを確認する。まず，

$$y = 2x + 1$$

この式の傾きは「2」である。ではこの式を微分してみよう。

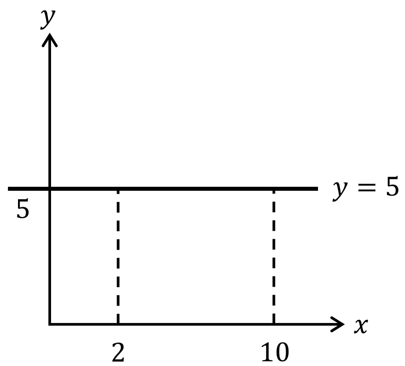
$$y = \underbrace{2}_{\text{傾き}} x + 1 \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \underbrace{2}_{\text{傾き}}$$

確かに，微分をすることで傾きである「2」が得られていることがわかる。

では，次の例だとどうだろうか。

$$y = 5$$

この $y = 5$ という式をあえてグラフに書いてみる。（$y = 5$ なんてグラフに書けるの？と思う人もいるかもしれないが下のように書くことができる）



この中に書かれている水平線が $y = 5$ のグラフである。なぜ，$y = 5$ が水平線になるのかというと，「$y = 5$」という式の中には x が見当たらない。これは，x がどのような値であっても，y の値が5になるということである。例えば，$x = 2$ のときも $y = 5$ であるし，$x = 10$ のときも $y = 5$ ということである。

ところで，このような水平線の傾きはいくつになるだろうか。結論を言ってしまうと，

「水平線の傾きは 0 である」

なぜなら，傾きとは「右に 1 進んだとき，上にいくつあがるか」であったが，水平線は，水平であるので，右に 1 進んでも上にも下にも上がったり下がったりしない。つまり，

「水平線上では，右に 1 進んだとき，上に 0 あがる」

と考えれば，水平線の傾きは 0 というわけである。

では，ここで $y = 5$ を微分してみよう。

$$y = 5 \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \underbrace{0}_{\text{傾き}}$$

やはり，微分をすると水平線の傾きが得られるのである！

これで，微分が傾きを求める作業であることがわかってきたかと思うが，次の例を見てみよう。

$$y = x^2$$

この式を微分すると，

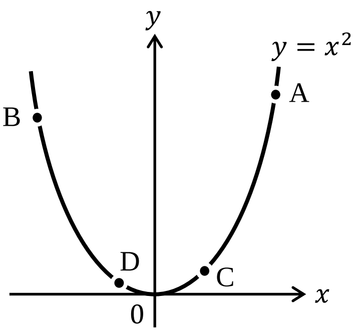
$$y = x^2 \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \underbrace{2x}_{\text{傾き？}}$$

$2x$ が得られる。これは傾きなのだろうか？先程は，

$$y = 2x + 1 \ \rightarrow \ \frac{dy}{dx} = \underbrace{2}_{\text{傾き}} \qquad y = 5 \ \rightarrow \ \frac{dy}{dx} = \underbrace{0}_{\text{傾き}}$$

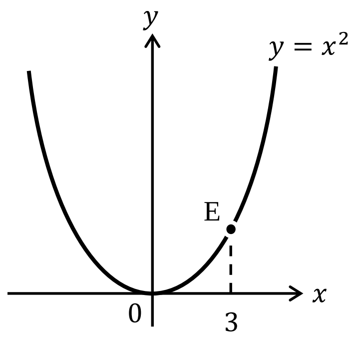
というように数値で傾きが得られていたが，今回求めた $2x$ は傾きなのだろうか？

ここで，$y = x^2$ をグラフで書いてみる。



当然ではあるが，$y = x^2$ は放物線なので曲線である。曲線は場所によって傾きが違ってくる。例えば，上図の点 A や点 B ではグラフは垂直に近く，傾きはかなり急である。しかし，点 C や点 D ではグラフは水平に近く，傾きはかなり緩やかである。

つまり，曲線の傾きはグラフ上の場所によって違ってくるのである。ここで，下図の点 E での傾きを考えてみよう。



点 E には「x 座標が 3（$x = 3$）」という情報がある。この情報だけで，点 E のグラフ上の場所が確定しているのである。ここで，$y = x^2$ を微分した結果に $x = 3$ を代入してみる。

$$y = x^2 \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = 2x = 2 \cdot \boxed{3} = 6$$

得られた 6 こそが点 E における傾きなのである！

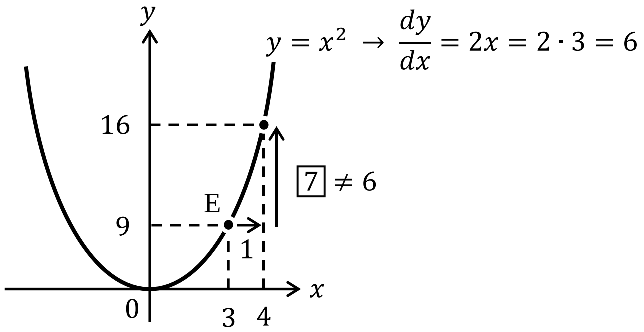
つまり，$y = x^2$ を微分することで得られた

$$y = x^2 \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = 2x$$

$2x$ とは，x に値を代入して（言い換えると，点の位置を確定して）初めて傾きの数値が確定するのである。（説明の仕方を変えると，$y = x^2$ は曲線であるから，微分しても確定した数値（傾き）が得られず，$2x$ というように x が含まれたままになっていたのである）

ここでもう少し，微分に対する理解を深めてみる。

先程，点 E では傾きが 6 と得られたわけであるが，本当に傾きが 6 なのか次の図を使って確かめてみる。

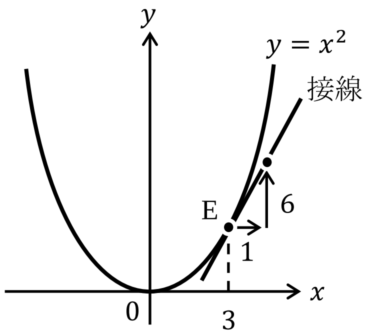


上図を見ると，点 E から右に 1 進むと，上に 7 あがるという事実が判明する。ここで，あれ！？と思うのである。なぜなら，前ページで点 E での傾きは 6 と求まっていたので，点 E から右に 1 進むと，上に 6 あがるはずなのである。

では，「微分をすれば傾きが求まる」ということが間違いであったのかといえば，そうではない。次の文章を思い出そう。

「微分とは，接線の傾きを求めること」

だったのである。そこで，接線というものを図中に加えてみる。



上図の中で接線とあるが，この**接線**とは，点 E を通り，$y = x^2$ のグラフにちょうど接するような直線である。

実は，この接線の傾きが 6 であり，微分とはこのような接線の傾きを求めていることになるのである！（ちなみに，元のグラフが直線であれば，接線と直線がぴったり重なってしまうので，微分をして得られた傾きが直線の傾きになっているのである）

初めて微分を学んだ人にとって，ここまでかなり難しい話であったのではないだろうか。一回聞いただけでは，「わかったような，わからないような…」という感覚になっているのではないかと思う。そうなっている場合は，とりあえずここは「微分とは傾きを求めることだ！」と割り切ってしまって次に進み，問題を解く中で少しずつ理解を深めていくことをおすすめする。

それでは問題を解いていこう。

＜補足１２＞ 接線は一本だけ！

以前，学生から受けた質問で印象に残っている質問がある。

「接線って，先生のさじ加減じゃないですか？」

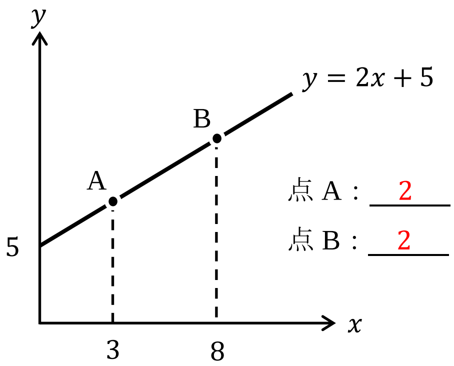
これを聞いたとき，質問の意図がわからなかった。しかし，その学生とやり取りしているうちに質問の意味がわかってきた。図で表すとこういうことだ。

左下図を見て欲しい。左下図は点 A において接線が 2 本書いてある。どちらも正しい接線に見えるので，接線は何本も書けるように思えてくる。しかしそれは間違いだ。

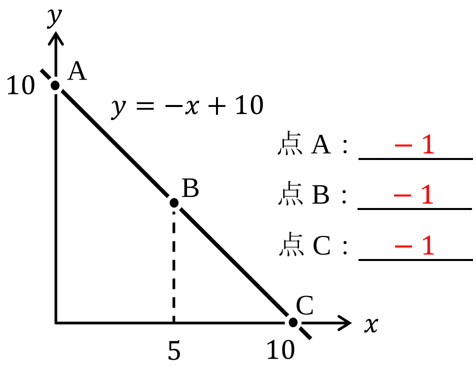
正しくは，右下図のように点 A において接線は 1 本しか書けない。なぜかを理解するために，右下図の曲線はものすごく堅い板が曲がったものだとしよう。そして，接線に相当する直線も堅い木の棒としよう。そうすると，右下図の状況は曲がった堅い板に，木の棒がピタっと点 A で接していると見なせる。ここで，木の棒の角度を少し変えてみる。そうすると接している点はすぐに点 A から離れてしまうだろう。このことから曲線上の 1 点に対して，接線は 1 本だけしか書けないことがわかるのである。

【問題】空所にグラフ上の各点における（接線の）傾きを書き入れなさい。

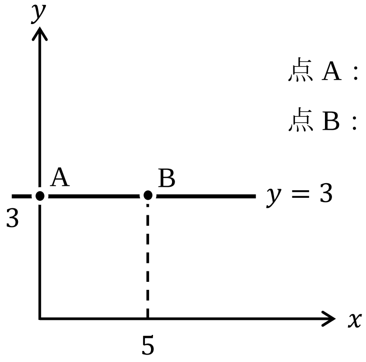
1.



2.



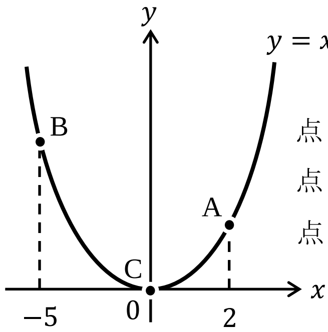
3.



点 A： 0

点 B： 0

4.



$y = x^2 \rightarrow \dfrac{dy}{dx} = 2x$

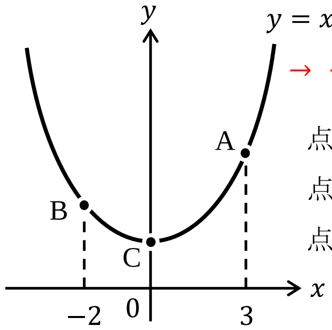
点 A： 4

点 B： − 10

点 C： 0

A：2 × 2　B：2 × (−5)　C：2 × 0

5.



$y = x^2 + 3$

$\rightarrow \dfrac{dy}{dx} = 2x$

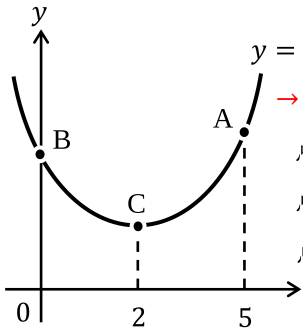
点 A： 6

点 B： − 4

点 C： 0

A：2 × 3　B：2 × (−2)　C：2 × 0

6.



$y = x^2 - 4x + 7$

$\rightarrow \dfrac{dy}{dx} = 2x - 4$

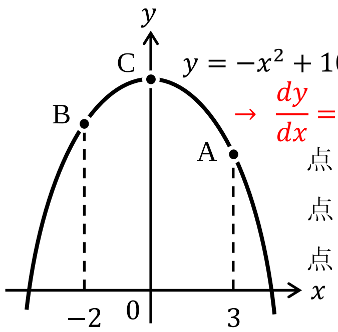
点 A： 6

点 B： − 4

点 C： 0

A：2・5 − 4　B：2・0 − 4　C：2・2 − 4

7.



$y = -x^2 + 10$

$\rightarrow \dfrac{dy}{dx} = -2x$

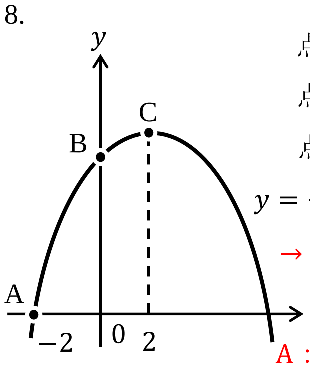
点 A： − 6

点 B： 4

点 C： 0

A： − 2・3　B： − 2・(−2)　C： − 2・0

8.



点 A： 8

点 B： 4

点 C： 0

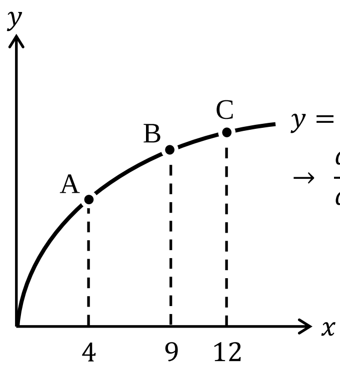
$y = -x^2 + 4x + 12$

$\rightarrow \dfrac{dy}{dx} = -2x + 4$

A： − 2・(−2) + 4

B： − 2・0 + 4　C： − 2・2 + 4

9.



$y = \sqrt{x}$

$\rightarrow \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

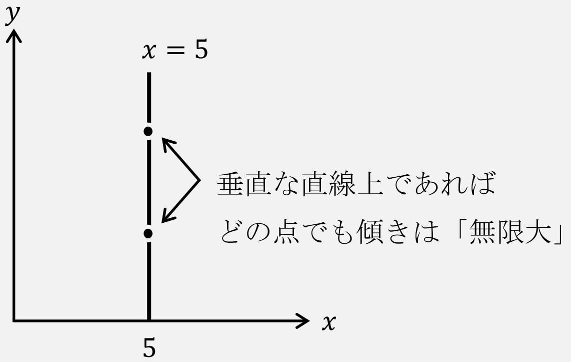
点 A： $\dfrac{1}{4}$　$\left(= \dfrac{1}{2\sqrt{4}} = \dfrac{1}{2 \cdot 2}\right)$

点 B： $\dfrac{1}{6}$　$\left(= \dfrac{1}{2\sqrt{9}} = \dfrac{1}{2 \cdot 3}\right)$

点 C： $\dfrac{1}{4\sqrt{3}}$　$\left(= \dfrac{1}{2\sqrt{12}} = \dfrac{1}{2 \cdot 2\sqrt{3}}\right)$

＜補足１３＞ 垂直な直線の傾きは？

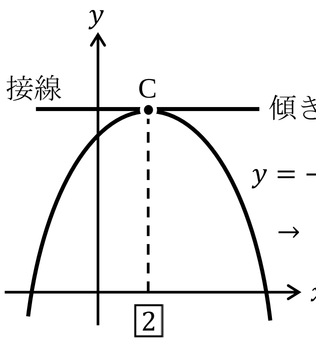
水平線であるグラフ（例えば，$y=3$）の傾きは 0 だと説明したが，下図のような垂直な直線であるグラフ（例えば，$x=5$）の傾きはいくつになるだろうか？



あえて答えるなら「無限大（∞)」である。「∞」や「−∞」と答えるより，単に無限大と言った方がよい。なぜなら，垂直な直線であるグラフの上では，右に少しでも進もうとすれば，上に∞だけ上がってしまうと考えられるし，下に∞だけ下がってしまうとも考えることができるためである（ほとんど垂直である右上がりの直線のグラフや，ほとんど垂直である右下がりの直線のグラフを考えてみればイメージがつきやすい)。

この補足の内容はミクロ経済学やマクロ経済学において弾力性の話で再び登場することとなる。

問題 8.は第 7 節「グラフ」でも登場したグラフと同じであるが，もう一度下に同じグラフを書こう。

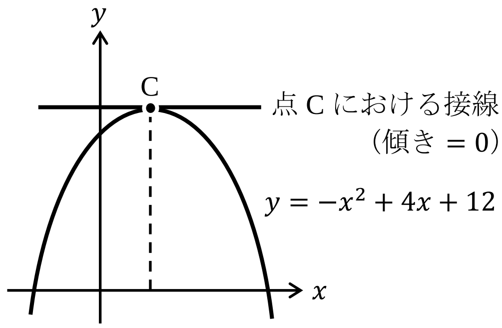


$$y=-x^2+4x+12$$
$$\rightarrow\ \frac{dy}{dx}=-2x+4$$
$$=-2\cdot\boxed{2}+4=\underbrace{0}_{\text{傾き}}$$

問題 8.でも点 C における接線の傾きが 0 であることを確認したが，点 C はグラフの頂点であるので，点 C での接線は水平線になるはずである（点 C は山のてっぺんなので，点 C では右上がりでも右下がりでもなく，平（たいら）になっている。このことから，点 C での接線は水平線になるはずなのである)。

点 C において接線の傾きが 0 になるという特徴を利用して，次の例題を考えてみよう。

【例題】次のグラフ中の点 C における x 座標の値を求めなさい。



（解答）

点 C では接線の傾きが 0 であるので，$y=-x^2+4x+12$ を微分して得られる値が 0 になる。つまり，

$$y=-x^2+4x+12 \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx}=-2x+4\ \boxed{=0}$$

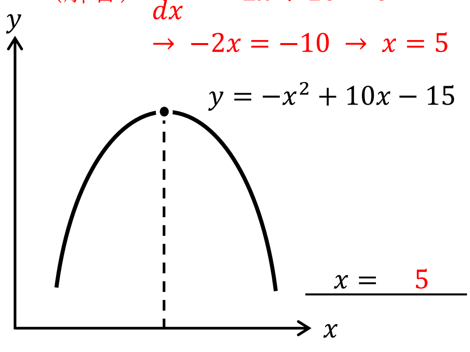
というように，微分した結果（$-2x+4$）が 0 の値をとるように書く。あとはこの方程式を次のように解けばよい。

$$-2x+4=0$$
$$-2x=-4$$
$$x=2$$

したがって，点 C の x 座標の値は <u>2</u> である。（前ページ下部のグラフを確認すること）

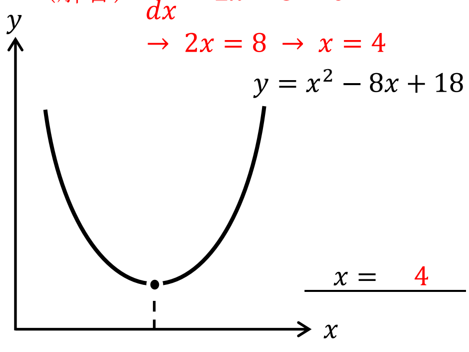
【問題】各式のグラフの頂点における x 座標の値を求めなさい。

1. （解答）$\dfrac{dy}{dx}=-2x+10=0$
$\rightarrow\ -2x=-10\ \rightarrow\ x=5$



$x=$ 5

2. （解答）$\dfrac{dy}{dx}=2x-8=0$
$\rightarrow\ 2x=8\ \rightarrow\ x=4$



$x=$ 4

3. $y=-x^2+4x$

$\dfrac{dy}{dx}=-2x+4=0\ \rightarrow\ -2x=-4\ \rightarrow\ x=2$

$x=$ 2

4. $y=x^2+3x+5$

$\dfrac{dy}{dx}=2x+3=0\ \rightarrow\ 2x=-3\ \rightarrow\ x=-\dfrac{3}{2}$

$x=$ $-\dfrac{3}{2}$

5. $y = x^2 + 4$

$\dfrac{dy}{dx} = 2x = 0 \rightarrow x = 0$

$x =$ 0

6. $y = 3x^2 - 12x - 5$

$\dfrac{dy}{dx} = 6x - 12 = 0 \rightarrow 6x = 12 \rightarrow x = 2$

$x =$ 2

7. $y = -2x^2 + 5x + 10$

$\dfrac{dy}{dx} = -4x + 5 = 0 \rightarrow -4x = -5 \rightarrow x = \dfrac{5}{4}$

$x = \dfrac{5}{4}$

8. $y = -5x^2 + 10$

$\dfrac{dy}{dx} = -10x = 0 \rightarrow x = 0$

$x =$ 0

9. $y = \dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{3}{4}x + \dfrac{1}{12}$

$\dfrac{dy}{dx} = 3x + \dfrac{3}{4} = 0$

$\rightarrow 3x = -\dfrac{3}{4} \rightarrow x = -\dfrac{3}{4} \times \dfrac{1}{3} = -\dfrac{1}{4}$

$x = -\dfrac{1}{4}$

10. $y = -0.3x^2 + 2x$

$\dfrac{dy}{dx} = -0.6x + 2 = 0$

$\rightarrow -\dfrac{3}{5}x = -2 \rightarrow x = 2 \times \dfrac{5}{3} = \dfrac{10}{3}$

$x = \dfrac{10}{3}$

＜補足１４＞ 経済学で積分は使うか？

これから経済学を学び始めるという学生から，

「経済学って，微分積分は使いますか？」

という質問を受けることがある。これに対してはいつもこう答える。

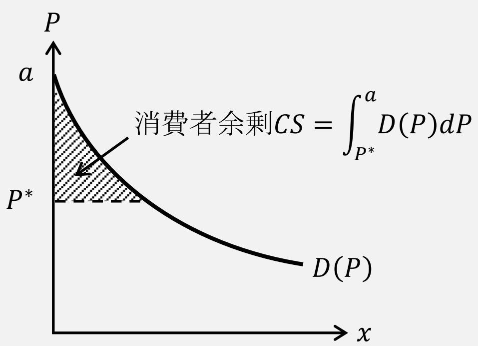
「微分は使いますけど，積分はあまり使いませんよ」

公務員試験や各種資格試験で出題される経済学の問題でも積分はほとんど見ない。

ちなみに，大学院レベルの経済学であったり，経済学者が使う経済モデルであれば，積分も頻繁に登場する。そのため，経済学では積分を使いませんとは断言できない。

ここで，積分が経済学でも登場する例を紹介する（ただし，第 1 講の内容を用いる）。下図の斜線部の面積は消費者余剰 CS である。第 1 講では需要曲線が直線であったので，三角形の面積を求めておけばよかったが，下図の斜線部は三角形ではないので，面積をそう簡単に求めることはできない。ここで使うのが積分である。詳しい説明は避けるが，高校 2 年生の数学Ⅱで習う「積分」を使うことで，曲線や直線で囲まれる部分の面積を求めることができる。この要領で下図の消費者余剰 CS を求めることができるのである。

（図中ではあえて正確に式を書いているので，式の意味を理解する必要はありません）



10. 偏微分

偏微分（へんびぶん）は高校では登場せず，大学数学の範囲であるので，手が出そうにないと思うかもしれないが，前節で微分に慣れた人であれば，偏微分の計算はもうすでに出来るようになっているも同然なのだ。では，次の問題で偏微分の計算方法を確認しよう。

次の式を x で偏微分しなさい。

$$z = x^2 + xy + y^2 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial z}{\partial x} = 2x^{2-1} + y + 0 = \underline{2x + y}$$

「変数 y が定数と見なされて」微分されていることに気が付くだろうか（例えば，y^2 は 0 に変化している）。偏微分とはこれだけのことなのだ。

ちなみに，$\frac{\partial z}{\partial x}$（ラウンドゼット・ラウンドエックスなどと読む）の意味は，

$$\frac{\partial z}{\partial x}：「z = \cdots」の式を x で偏微分する$$

ということである。

次に，先程と同じ式を，y で偏微分すると次のようになる。

$$z = x^2 + xy + y^2 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial z}{\partial \boxed{y}} = 0 + x + 2y = \underline{x + 2y}$$

この場合は，「変数 x が定数と見なされて」微分されていることがわかる。

これより，偏微分が「偏（かたよ）った微分」であることがわかる。つまり，x で偏微分しなさいと言われれば，その他の変数は定数と見なした上で x で微分するのである。

次の例題を見て，偏微分の計算のコツをつかもう。

【例題】次の式を x と y でそれぞれ偏微分しなさい。

(1)　$z = 2x + 3y$　（解答）$\frac{\partial z}{\partial x} = 2 + 0 = 2$　$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 + 3 = 3$

(2)　$z = x^2 + y + 3$　（解答）$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + 0 + 0 = 2x$　$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 + 1 + 0 = 1$

(3)　$z = x^3 + y^2$　（解答）$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 + 0 = 3x^2$　$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 + 2y = 2y$

(4)　$z = xy$　（解答）$\frac{\partial z}{\partial x} = y$　$\frac{\partial z}{\partial y} = x$

(5)　$z = 2xy + y$　（解答）$\frac{\partial z}{\partial x} = 2y + 0 = 2y$　$\frac{\partial z}{\partial y} = 2x + 1$

(6)　$z = 3x^2y$　（解答）$\frac{\partial z}{\partial x} = 3 \times 2x^{2-1}y = 6xy$　$\frac{\partial z}{\partial y} = 3x^2$

(7)　$z = x^3y^4$　（解答）$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2y^4$　$\frac{\partial z}{\partial y} = 4x^3y^3$

(8)　$z = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$　（解答）$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}y^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$　$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$

(9)　$z = 2x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$　（解答）$\frac{\partial z}{\partial x} = 2 \times \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1}y^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}$　$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{3}}$

(10) $z = \sqrt{x} + y$　（解答）$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} + 0 = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$　$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 + 1 = 1$

＜補足１５＞ 微分と偏微分の記号

微分は英語で，

derivative（デリバティブ），もしくは differentiation（ディファレンシエーション）

であるが，これらの頭文字 d が，

$$\frac{\boxed{d}y}{\boxed{d}x}$$

に相当している。それに対し，偏微分は英語で，

partial derivative，もしくは partial differentiation

＊ partial（パーシャル）：部分的な，偏った

である。ところで，偏微分は，

$$\frac{\partial z}{\partial x}$$

というように表せたが，∂ という記号は何だろうか (∂_∂ ?)

∂ は＜補足１１＞のギリシャ文字一覧にも見当たらない。実は，∂ は数学記号であり，ギリシャ文字の δ（デルタ）に対応している。∂ の読み方は数多く，「ラウンド」「ラウンドディー」「ラウンドデルタ」「ディー」「パーシャル」などである。round は丸いという意味なので，ラウンドディーは丸い d を意味する（確かに，∂ は丸まった d のように見える)。

【問題】次の式を x と y でそれぞれ偏微分しなさい。

1. $z = x + y$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 1 + 0 = 1$ $\frac{\partial z}{\partial y} = 0 + 1 = 1$

$\frac{\partial z}{\partial x} =$ 1 , $\frac{\partial z}{\partial y} =$ 1

2. $z = 5x - 4y$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 5 + 0 = 5$ $\frac{\partial z}{\partial y} = 0 - 4 = -4$

$\frac{\partial z}{\partial x} =$ 5 , $\frac{\partial z}{\partial y} =$ -4

3. $z = -3x^2 + 4x + y$

$\frac{\partial z}{\partial x} =$ $-6x + 4$, $\frac{\partial z}{\partial y} =$ 1

4. $z = x^2 + y^2$

$\frac{\partial z}{\partial x} =$ $2x$, $\frac{\partial z}{\partial y} =$ $2y$

5. $z = 3xy$

$\frac{\partial z}{\partial x} =$ $3y$, $\frac{\partial z}{\partial y} =$ $3x$

6. $z = xy + y^2$

$\frac{\partial z}{\partial x} =$ y , $\frac{\partial z}{\partial y} =$ $x + 2y$

7. $z = x^2y^2$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x^{2-1}y^2 = 2xy^2$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 2x^2y^{2-1} = 2x^2y$

$\frac{\partial z}{\partial x} =$ $2xy^2$, $\frac{\partial z}{\partial y} =$ $2x^2y$

8. $z = 5x^4y^3$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 5 \times 4x^{4-1}y^3 = 20x^3y^3$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 5 \times 3x^4y^{3-1} = 15x^4y^2$

$\frac{\partial z}{\partial x} =$ $20x^3y^3$, $\frac{\partial z}{\partial y} =$ $15x^4y^2$

9. $z = x^2y^2 + xy + 1$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x^{2-1}y^2 + y + 0 = 2xy^2 + y$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 2x^2y^{2-1} + x + 0 = 2x^2y + x$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad 2xy^2 + y \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad 2x^2y + x$

10. $z = x^2y + xy^2$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x^{2-1}y + y^2 = 2xy + y^2$

$\frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + 2xy^{2-1} = x^2 + 2xy$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad 2xy + y^2 \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad x^2 + 2xy$

11. $z = x(24 - y) = 24x - xy$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 24 - y$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 - x = -x$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad 24 - y \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad -x$

12. $z = x(24 - y)^2 = 576x - 48xy + xy^2$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 576 - 48y + y^2$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 - 48x + 2xy^{2-1} = -48x + 2xy$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad 576 - 48y + y^2 \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad -48x + 2xy$

13. $z = 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 2 \cdot \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}y^{\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}\left(= \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{y}{x}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 2 \cdot \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}-1} = x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}\left(= \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{x}{y}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$

14. $z = x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1}y^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}\left(= \frac{2}{3}\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{3}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{2}{3}}\left(= \frac{1}{3}\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{2}{3}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$

15. $z = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1}y^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$

$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}} \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$

16. $z = x^{0.5}y^{0.5}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 0.5x^{0.5-1}y^{0.5} = 0.5x^{-0.5}y^{0.5}\left(= \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 0.5x^{0.5}y^{0.5-1} = 0.5x^{0.5}y^{-0.5}\left(= \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad 0.5x^{-0.5}y^{0.5} \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad 0.5x^{0.5}y^{-0.5}$

17. $z = x^{0.4}y^{0.6}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 0.4x^{-0.6}y^{0.6}\left(= 0.4\left(\frac{y}{x}\right)^{0.6} = \frac{2}{5}\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{3}{5}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 0.6x^{0.4}y^{-0.4}\left(= 0.6\left(\frac{x}{y}\right)^{0.4} = \frac{3}{5}\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{2}{5}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad 0.4x^{-0.6}y^{0.6} \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad 0.6x^{0.4}y^{-0.4}$

18. $z = 2x^{0.4}y^{1.2}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 2 \times 0.4x^{0.4-1}y^{1.2} = 0.8x^{-0.6}y^{1.2}$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 2 \times 1.2x^{0.4}y^{1.2-1} = 2.4x^{0.4}y^{0.2}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad 0.8x^{-0.6}y^{1.2} \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad 2.4x^{0.4}y^{0.2}$

19. $z = 2\sqrt{x} + y = 2x^{\frac{1}{2}} + y$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 2 \cdot \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} + 0 = x^{-\frac{1}{2}}\left(= \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 + 1 = 1$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad x^{-\frac{1}{2}} \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad 1$

20. $z = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2x^{\frac{1}{2}} + 2y^{\frac{1}{2}}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} + 0 = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\left(= \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 + \frac{1}{2}y^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}\left(= \frac{1}{2\sqrt{y}}\right)$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \quad \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \qquad , \frac{\partial z}{\partial y} = \quad \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}$

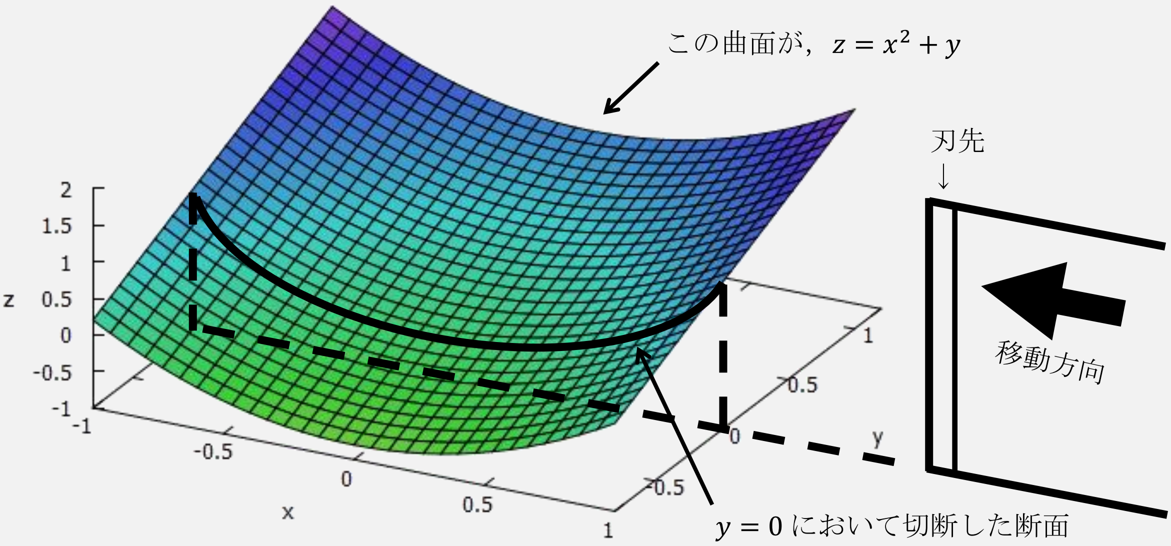
＜補足１６＞ 偏微分の意味

偏微分の意味についても確認しておく。$z = x^2 + y$ を x で偏微分して，$x = 3$ を代入する。

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x = 2 \cdot 3 = 6$$

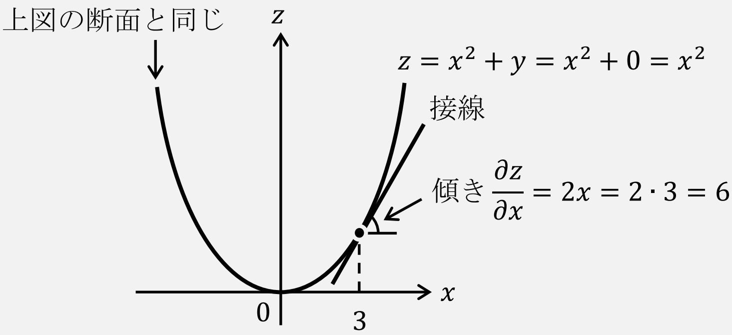
この 6 が意味することが分かれば，偏微分の意味が分かるのである。

まず，$z = x^2 + y$ をグラフに書くと，次のような 3 次元のグラフになる。



次に，上図にあるように右側から刃物でグラフをすぱっと切る（$y = 0$ で切断していることに注目。また，y で偏微分するのであれば x 軸側から切断することになる）。

その断面が横長の放物線（実線）として表されているわけであるが，この断面（放物線）を，横軸を x，縦軸を z とする下図に書き出してやる。（上図の断面は横長の放物線だが，下図では見やすくするために通常の放物線のように書いている）



このグラフに書かれている $z = x^2$ が先程の断面の式である（$z = x^2 + y$ を $y = 0$ で切断した断面は，$z = x^2 + y$ に $y = 0$ を代入することで，その断面の式を求めることができる）。そして，この断面の $x = 3$ における接線の傾きが最初に求めた 6 なのである！つまり，偏微分することの意味は，「3 次元のグラフの断面の接線の傾きを求めること」になるのである。

（今回は x で偏微分をした式から y が消えていたが，式の形によっては y が残ることもある。例えば，$z = x^2 + xy \rightarrow \partial z/\partial x = 2x + y$ である。この $2x + y$ に，例えば $x = 3, y = 1$ を代入して得られる $2 \cdot 3 + 1 = 7$ の意味することは，3 次元のグラフを $y = 1$ で切断して，その断面のグラフ（$z = x^2 + x \cdot 1 = x^2 + x$）の $x = 3$ における接線の傾きが 7 なのである）

11. 関数

経済学では，

$$U(x, y) = xy \qquad x = D(P) \qquad S(P) \qquad Y = f(K, L) \qquad I = I(r)$$

などという式が登場する。これらの式が経済学で登場したときに，関数の考え方がよくわかっていないと「この式はどう意味なのだろうか？」と立ち止まってしまうことになる。

本節では，関数の考え方をしっかりと理解していくことにしよう。

まず，

$$y = 2x + 1$$

は，

$$y = f(x)$$

と書き換えることができる。

$y = f(x)$ は「y は x の**関数**である（y の値は x の値で決まる）」という意味である。ちなみに，f は関数（function）の頭文字からきている。

確かに，$y = 2x + 1$ は x の値が決まれば y の値が決まる（例えば，$x = 3$ ならば $y = 2 \cdot 3 + 1 = 7$ ）ので，$y = f(x)$ と書き換えてよさそうである。

次に，これとは少し違う書き換えをしてみる。

$$y = 2x + 1$$

を，

$$f(x) = 2x + 1$$

と書き換える。

ここで，$x = 3$ を代入すると，

$$f(3) = 2x + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

というように 7 が得られることがわかる。

これからわかるように，$f(x)$ という表記を用いることで，$f(3)$ というように x に何の値を代入したかが見やすくなるのである。

ところで，

$$y = f(x)$$

と書いたが，「f 」にはどんな記号を用いても構わない。（慣習で f を使っているだけ）

$$y = F(x) \qquad y = g(x) \qquad y = h(x) \qquad y = A(x) \qquad y = \omega(x)$$

このように，どのような記号を用いても，特に問題はない。

ところで，経済学では**効用関数**という式が登場する（第 3 講の内容）。

今，x を「りんごを食べる数」，U を「りんごを食べたことで感じる満足度（効用）」とする。経済学では，**効用**という単語が登場するが，これは満足度のことであり，効用は英語で Utility（ユーティィリティー）と書くので，その頭文字の U で効用の値を表す。

りんごを食べる数xと効用Uの関係式が次のように表せるとする。

$$U = \sqrt{x} \quad ：効用関数$$

この式の意味は，りんごを 4 個食べれば（$x = 4$），効用は 2（$U = \sqrt{4} = 2$）と計算できるということである。

この$U = \sqrt{x}$は次のように書き換えることができる（以下，8 つの式はどれも同じことを意味しているとする）

○：よく使う形　△：使わない形

1.	$U = \sqrt{x}$	○：元の式と同じである。
2.	$U = f(x) = \sqrt{x}$	△：間違いではないが，式が長いので用いられない。
3.	$f(x) = \sqrt{x}$	△：効用Uが登場しないので，効用関数だと判断しづらい。
4.	$U(x) = \sqrt{x}$	○：効用関数だと判断でき，具体的な式（$\sqrt{x}$）までわかる形。
5.	$U = U(x) = \sqrt{x}$	△：式が長いので用いられない。
6.	$U = f(x)$	○：具体的な式の形はわからないが，効用関数だとわかる。
7.	$U = U(x)$	○：6 番目の式の関数fの名称を変えたものである。
8.	$U(x)$	○：7 番目の式を短くした形である。

ここで，○と書いた 1, 4, 6, 7, 8 番目の式が，経済学でも登場する式の形である。注意をしていただきたいのが，3 と 4 番目（もしくは，6 と 7 番目）の式の違いである。前ページ下部で書いたように，関数を表す記号fは，どのような記号に変えてもよい。どのような記号に変えてもいいのであれば，わかりやすい記号に変えるとよい。4 番目の式のように，fの代わりに効用を意味するUを用いることで，4 番目の式

$$U(x) = \sqrt{x}$$

を見るだけで，これは効用関数だと判断することができるのである。

また，6, 7, 8 番目の式

$$U = f(x) \qquad U = U(x) \qquad U(x)$$

も経済学でよく用いられる形である。これらの式には$\sqrt{x}$が含まれていないので，具体的にどのように効用が計算できるかはわからないが，りんごを食べれば効用の値が決まる（Uはxの関数である）ということはわかるのである。

ちなみに，本節の最初に挙げた式がこれら 8 つの式のどれに対応するか書いておく。

$U(x, y) = xy$	4 番目の式。関数の名称は「効用関数」
$x = D(P)$	6 番目（7 番目）の式。関数の名称は「需要関数」
$S(P)$	8 番目の式。関数の名称は「供給関数」
$Y = f(K, L)$	6 番目の式。関数の名称は「生産関数」
$I = I(r)$	7 番目の式。関数の名称は「投資関数」

それでは，関数の考え方や関数の微分の書き方に慣れるために問題を解いてみよう。

【問題】次の文章中の空所に適切な値や文字を入れなさい。

1. $f(x) = -2x + 3$ とするとき，$f(5) =$ （ -7 ）である。 $-2 \cdot 5 + 3 = -7$
2. $f(x, y) = x + 2y$ とするとき，$f(1, 2) =$ （ 5 ）である。 $1 + 2 \cdot 2 = 5$
3. $y = f(x)$ とするとき，y は（ x ）の関数である。
4. $z = f(x, y)$ とするとき，z は（ x ）と（ y ）の関数である。
5. $z = F(x, y)$ とするとき，z は（ x ）と（ y ）の関数である。
6. $f(x) = x^2$ とすると，
$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = 2x$$
と書けるので，$f'(3) =$ （ 6 ）である。 $2x = 2 \cdot 3 = 6$
7. $f(x) = 3x^2 + 2$ とするとき，$f'(5) =$ （ 30 ）である。 $6x = 6 \cdot 5 = 30$
8. $f(x, y) = x^2 y$ とすると，
$$f_x(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 2xy$$
と書けるので，$f_x(3, 4) =$ （ 24 ）である。 $2xy = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$
9. $f(x, y) = x^2 y$ とすると，
$$f_y(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = x^2$$
と書けるので，$f_y(2, 1) =$ （ 4 ）である。 $x^2 = 2^2 = 4$（$y = 1$ は使わない）
10. $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ とすると，
$$f'(x) = 3x^2 + 2x + 1 \quad \to \quad f''(x) = 6x + 2$$
と書けるので，$f''(3) =$ （ 20 ）である。 $6x + 2 = 6 \cdot 3 + 2 = 20$
11. $f(x, y) = x^2 y$ とすると，
$$f_x(x, y) = 2xy \quad \to \quad f_{xx}(x, y) = 2y$$（もう一度，xで偏微分した）
と書けるので，$f_{xx}(5, 1) =$ （ 2 ）である。 $2y = 2 \cdot 1 = 2$（$x = 5$ は使わない）
12. $f(x, y) = x^2 y$ とすると，
$$f_x(x, y) = 2xy \quad \to \quad f_{xy}(x, y) = 2x$$（次にyで偏微分した）
と書けるので，$f_{xy}(2, 3) =$ （ 4 ）である。 $2x = 2 \cdot 2 = 4$（$y = 3$ は使わない）

この問題に関連して関数の微分や偏微分の形のバリエーション（一部）を示しておく。

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \frac{df}{dx}(x) = \frac{d}{dx}f(x) = \frac{df}{dx} \qquad f''(x) = \frac{d}{dx}\frac{df(x)}{dx} = \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2}f(x)$$

$$f_x(x, y) = f_x = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}f(x, y) \qquad f_{xx}(x, y) = f_{xx} = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}f(x)$$

$$f_{xy}(x, y) = f_{xy} = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}f(x, y)$$

＜補足１７＞ 関数のイメージ

関数とは何かを説明するのによく用いられるイメージ図がある。図の説明をする前に簡単な例を挙げる。

$y = f(x)$ のとき，$f(x) = 2x + 1$ であれば，

Step1　$x = 3$ とする

Step2　$f(x)$ に代入する

Step3　$f(3) = 2 \cdot 3 + 1$

Step4　$y = 7$ が得られる

これを踏まえた上で，$y = f(x)$ のイメージ図を書く。

$$x \longrightarrow \boxed{\;f\;} \longrightarrow y$$

この図の見方は次のようである。（図は左から見ていく）

Step1　x はある値である

Step2　f という機械（箱）の中に，x の値を入れる（x の値を入力）

Step3　機械（箱）の中で計算が行われる

Step4　y の値が得られる（y の値が出力）

実は，この Step は上の簡単な例の Step と対応させているので，見比べてみると図の意味がわかるだろう。（機械（箱）の名前は f でなくても，F でも g でも何でもよい）

＜補足１８＞ イコール（等式）の種類

次の 3 つの等式を見て欲しい。

① $2x + 1 = 3$　　② $2(x + 1) = 2x + 2$　　③ $\pi = 3.14\cdots$

これらはどれも等式ではあるが，等式の種類が違っているような気がしないだろうか？実は，等式には種類があって，①～③はそれぞれ，

① **方程式**（変数が特別な値のときにイコールが成立する式）

② **恒等式**（変数がどんな値のときにもイコールが成立する式）

③ **定義式**（新しい記号を使って名前を設定するための式）

というように違いがある。噛み砕いて説明してしまうと，

① 「これを解いて x の値が求まるぞ」という式

② 式変形

③ 円周率を π と名付けた

ということになる。例えば，前ページの下部にある等式はすべて定義式である。定義式で用いるイコールは「$\overset{\text{def}}{=}$（definition：定義）」，「≡」，「:=」などがあり，どれを使ってもよい（ただし，恒等式では「≡」を使うこともあるので注意）。使用例は次の通りである。

$$f'(x) \overset{\text{def}}{=} \frac{df(x)}{dx}, \qquad f''(x) \equiv \frac{d}{dx}\frac{df(x)}{dx}, \qquad f_{xy}(x, y) := \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y}$$

＜補足１９＞ チェーンルール

少しレベルの高い経済学を学ぶと必ず出てくるのが，チェーンルールである。チェーンルールは，日本語では「連鎖律」といい，英語では chain rule と書く。

とにかくチェーンルールを使えるようになりたいならば，次のように計算すればいい。

$y = (2x+1)^{10}$ を x で微分するとき，括弧内の $2x+1$ を一つのかたまり$\boxed{}$と見なして，微分する。（10 乗を展開するのは大変なので，チェーンルールを使わざるを得ない）

Step1　$y' = 10 \cdot (\boxed{2x+1})^{10-1} = 10(\boxed{2x+1})^9$

実は，これだけでは間違いで，かたまり$\boxed{}$を x で微分した式をかけ算する必要がある。

Step2　$y' = 10(2x+1)^9 \underline{\times (\boxed{2x+1})'} = 10(2x+1)^9 \times 2 = 20(2x+1)^9$　… ①

これで，チェーンルールを使って $y' = 20(2x+1)^9$ が得られたことになる。

では，チェーンルールの理屈を説明する。まずは一般的な説明をしておく。

チェーンルールとは，いくつかの関数から合成された合成関数を微分すると，合成関数の導関数は，合成前の関数の導関数のかけ算の形となることをいう（要は，チェーンルールとは「合成関数の微分」のこと）。

チェーンルールを式で書けば次のようになる。合成関数 $f(g(x))$ を x で微分すると，

$$\underbrace{\frac{df}{dx}}_{\text{導関数}} = \underbrace{\frac{df}{dg}}_{\text{導関数①}} \cdot \underbrace{\frac{dg}{dx}}_{\text{導関数②}} \quad \text{：チェーンルール}$$

となる。(導関数①と②がg を介して積で繋がっているところがチェーン（鎖）のイメージ)

では，「導関数って何？」「合成関数って何？」「チェーンルールってどう使うの？」と疑問が出てくると思うので，一つずつ説明していこう。

まず，$f(x) = x^2$（もとの関数）とするとき，この関数を x で微分すると，

$$\frac{df}{dx} = 2x \quad \text{：導関数}$$

が得られるが，この式が**導関数**である（微分して「導」かれた「関数」）。要は，「微分して得られる式が導関数だ！」と考えればよい。

次に，$f(x) = (2x+1)^2$ とするとき，この関数を x で微分するには，例えば，

$$f(x) = (2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1 \;\rightarrow\; \frac{df}{dx} = 8x + 4 \quad \cdots ②$$

として計算すればよい。しかし，次のようにも計算できる。

$f(x) = (2x+1)^2$ のとき，$g(x) = 2x+1$ とおくと，次のように書くことができる。

$$\underbrace{f(g(x))}_{\text{合成関数}} = (\underbrace{2x+1}_{=g(x)})^2 = \{g(x)\}^2 \quad \cdots ③$$（この式を簡略化すると，$f = g^2$ である）

$f(g(x))$ は，もとの関数である $f(x)$ に $g(x)$ が合成されたと考えるので，**合成関数**という。③式に対してチェーンルールを使うと，(df/dg は，③式 $f = g^2$ を g で微分するイメージ)

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dx} = \underbrace{2g^{2-1}}_{=df/dg} \cdot \underbrace{(2x+1)'}_{=dg/dx} = 2(\underbrace{2x+1}_{g(x)\text{を代入}})^{2-1} \cdot 2 = 4(2x+1) = 8x + 4 \quad \cdots ④$$

と計算することができ，②式と一致したことがわかる。（また，①式の計算過程と④式の計算過程が，実は同じになっていることも確かめることができるだろう）

最後に，経済学で出てくるチェーンルールの計算例も見ておこう。（ x ：消費量）

$$\text{効用関数 } U = \sqrt{2x+1} \;\rightarrow\; \text{限界効用 } MU = \frac{dU}{dx} = \frac{1}{2}(2x+1)^{\frac{1}{2}-1} \cdot \underbrace{(2x+1)'}_{=2} = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

12. 数列

経済学では数列も登場する。高校のときに「等差数列」「等比数列」「階差数列」といった数々の数列を学んだかもしれないが，経済学では主に「等比数列」が登場する。それも無限に続く等比数列をたし算していくという作業がよく出てくる。

まずは等比数列から復習していこう。

$$3,\quad 6,\quad 12,\quad 24,\quad 48,\quad 96$$

この数列は，左側の数字に 2 が順にかけ算されて右側の数字になっていく**等比数列**であることがわかる。最初の数字である 3 を**初項** a（つまり，$a = 3$），かけ算されていく数字である 2 を**公比** r（つまり，$r = 2$）という。

ではこの数列をたし算してみよう。

$$3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96$$

これは等比数列の和であり**等比級数**（幾何級数）という。

次に，これを無限に足していくとする。

$$3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192 + 384 + 768 + \cdots$$

これは無限に続く等比数列の和であり**無限等比級数**という。経済学ではこの無限等比級数がよく出てくるのである。

ところで，先程の無限等比級数は，

$$3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192 + 384 + 768 + \cdots = \infty$$

このように，より大きな数字を無限にたし算していくので答えは無限大となってしまう。

しかし，次のような例はどうであろうか。

$$100 + 50 + 25 + 12.5 + 6.25 + 3.125 + \cdots = ?$$

これも無限等比級数である。初項 $a = 100$，公比 $r = 0.5$ で，無限に続く等比数列のたし算となっている。これも数字を無限のたし算していくので，やはり答えは無限大となるのであろうか？この無限等比級数の計算結果は次のようである。

$$100 + 50 + 25 + 12.5 + 6.25 + 3.125 + \cdots = \boxed{\frac{100}{1 - 0.5}} = \underline{200}$$

この無限等比級数の答えは無限大とはならず 200 になるのである！これは，数字を無限に足していってはいるが，足す数字がどんどん小さくなっているので，合計が無限大にはならないというわけである。ただ，いきなり登場した式の中の四角部分が気になるであろうから，無限等比級数の公式を紹介しておこう。

$$\underbrace{a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots}_{\text{無限等比級数}} = \frac{a}{1 - r} \quad （-1 < r < 1 \text{ のとき}）$$

この $\dfrac{a}{1-r}$ が先程の式中の $\dfrac{100}{1-0.5}$ に対応しているのである。

＜補足２０＞ 無限等比級数の公式の導き方

無限等比級数の公式

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots = \frac{a}{1-r} \quad (-1 < r < 1 \text{ のとき})$$

を示しておこう。($-1 < r < 1$ は，$|r| < 1$ と書かれることもある)

今，無限等比級数の値を S とおく。(＜補足１８＞より①式は定義式である)

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots \qquad ：①$$

この両辺を r 倍すると，

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \cdots \qquad ：① \times r$$

となる。これらの式の両辺を次のようにひき算すると，

$$\begin{aligned}
S &= a + \cancel{ar} + \cancel{ar^2} + \cancel{ar^3} + \cancel{\cdots} &&：①\\
-)\ rS &= \quad \cancel{ar} + \cancel{ar^2} + \cancel{ar^3} + \cancel{\cdots} &&：① \times r\\
\hline
S - rS &= a\\
(1-r)S &= a\\
S &= \frac{a}{1-r}
\end{aligned}$$

となり，無限等比級数の公式が導出できた。

ただし，この導出方法は実は正確ではない。($-1 < r < 1$ という条件を使っていない！)そのため，参考までに正確な導出方法も紹介しておく。

次のような(無限ではない)等比級数を考える。

$$S_n = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} \qquad ：②$$

この両辺を r 倍すると，

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + \cdots + ar^{n-1} + ar^n \qquad ：② \times r$$

となり，これらの両辺を次のようにひき算する。

$$\begin{aligned}
S_n &= a + \cancel{ar} + \cancel{ar^2} + \cancel{\cdots} + \cancel{ar^{n-1}} &&：②\\
-)\ rS_n &= \quad \cancel{ar} + \cancel{ar^2} + \cancel{\cdots} + \cancel{ar^{n-1}} + ar^n &&：② \times r\\
\hline
S_n - rS_n &= a \qquad\qquad - ar^n\\
(1-r)S_n &= a - ar^n\\
S_n &= \frac{a}{1-r} - \frac{a}{1-r}r^n
\end{aligned}$$

ここで，S_n の極限をとる。

$$S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{a}{1-r} - \frac{a}{1-r}r^n = \frac{a}{1-r} - \frac{a}{1-r}\underbrace{\lim_{n\to\infty} r^n}_{=0} = \frac{a}{1-r}$$

(この計算過程で，$-1 < r < 1$ のとき，$\lim_{n\to\infty} r^n = 0$ となることを使っている)

よって，無限等比級数の公式が導出できた。

ところで，経済学で登場する無限等比級数の公比は，たいてい，$r = 0.6$ や $r = 0.9$ といったような $0 < r < 1$ となる値なので，$-1 < r < 1$ という条件は通常気にしない。

【問題】次の無限等比級数の値 S を求めなさい。ただし，答えが ∞ や $-\infty$ に発散する場合は，∞ や $-\infty$ と書きなさい。

1. $100+80+64+51.2+\cdots=\dfrac{100}{1-0.8}=\dfrac{100}{0.2}=100\div 0.2=100\div\dfrac{1}{5}=100\times 5=500$

2. $100+60+36+21.6+\cdots=\dfrac{100}{1-0.6}=\dfrac{100}{0.4}=\dfrac{100\times 10}{0.4\times 10}=\dfrac{1000}{4}=250$

3. $200+180+162+145.8+\cdots=\dfrac{200}{1-0.9}=\dfrac{200}{0.1}=\dfrac{200\times 10}{0.1\times 10}=\dfrac{2000}{1}=2000$

4. $250+100+40+16+\cdots=\dfrac{250}{1-0.4}=\dfrac{250}{0.6}=\dfrac{2500}{6}=\dfrac{1250}{3}(\fallingdotseq 416.7)$

5. $400+300+225+168.75+\cdots=\dfrac{400}{1-0.75}=400\div 0.25=400\div\dfrac{1}{4}=400\times 4=1600$

6. $100+120+144+172.8+\cdots=\infty$（公比 r が $1.2>1$ より）

7. 初項 $a=300$，公比 $r=0.1$ のとき，$S=\dfrac{300}{1-0.1}=\dfrac{300}{0.9}=\dfrac{3000}{9}=\dfrac{1000}{3}(\fallingdotseq 333.3)$

8. 初項 $a=240$，公比 $r=0.6$ のとき，$S=\dfrac{240}{1-0.6}=\dfrac{240}{0.4}=\dfrac{2400}{4}=600$

9. 初項 $a=100$，公比 $r=0.9$ のとき，$S=\dfrac{100}{1-0.9}=\dfrac{100}{0.1}=\dfrac{1000}{1}=1000$

10. 初項 $a=100$，公比 $r=0.99$ のとき，$S=\dfrac{100}{1-0.99}=\dfrac{100}{0.01}=\dfrac{10000}{1}=10000$

＜補足２１＞ 非負とは？

経済学では，「価格 P は非負の実数とする」いうような，高校数学ではあまり聞きなれない言葉遣いをすることがある。ここで簡単に解説しておくこととする。

まず，**正の数**とは「プラスの値」ということである。注意しなければならないことは，正の数に 0（ゼロ）は含まないということである。逆に，**負の数**とは「マイナスの値」であり，負の数にも 0 は含まれない。

では，「0 を含む正の数」を何と表現するかというと，**非負**（ひふ）の数と表現するのである。非負の数とは文字通り「負ではない数」であるので，「0 を含む正の数」ということになるのである。逆に，**非正**（ひせい）の数は「0 を含む負の数」である。

したがって，「価格 P は非負の実数とする」ということは「$P\geq 0$」（つまり，価格 P はマイナスにはなりませんよ）ということを意味しているに過ぎないのである。ところで，「実数って何？」と思うかもしれないので，実数，整数，自然数の具体例を挙げておく。

整数　：$\cdots$，-3，-2，-1，0，1，2，3，$\cdots$

自然数　：1，2，3，4，5，$\cdots$

実数　：整数に小数など（0.5，-2.75，$0.333\cdots$，$\sqrt{2}$ など）も含める

13. 総合問題（経済学での計算例）

次の問題は，経済学の問題で用いられる計算過程の一部を取り出したものである。式や変数の意味は考えず，単なる計算問題だと思ってチャレンジしてほしい。

1〜10.はミクロ経済学から，11〜20.はマクロ経済学から選んできた問題であるが，これらの問題を解くことを通じて，ミクロ経済学とマクロ経済学で用いる数学の知識のレベル感が（何となく）わかってくるだろう。

【問題】各問いに答えなさい。空所に書き入れる問題は，空所に適切な値，もしくは式を書きなさい。（経済学を知らなくても，計算問題として解けるように作成している）

1. 価格を P，数量を x とするとき，需要曲線と供給曲線がそれぞれ次のように表される。

$$\begin{cases} P = 50 - \dfrac{3}{100}x & \text{：需要曲線} \\ P = \dfrac{1}{50}x & \text{：供給曲線} \end{cases}$$

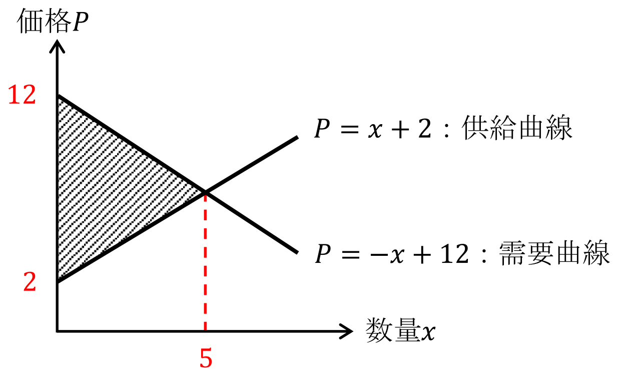
（解答）$50 - \dfrac{3}{100}x = \dfrac{1}{50}x \ \to\ 5000 - 3x = 2x$

$\to\ -5x = -5000\ \to\ x^* = 1000$

$P^* = \dfrac{1}{50}\cdot 1000 = 20$

交点における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* は，$P^* =$（　20　），$x^* =$（　1000　）となる。

2. 次のグラフにおいて総余剰 TS（斜線部分の面積）を求めなさい。



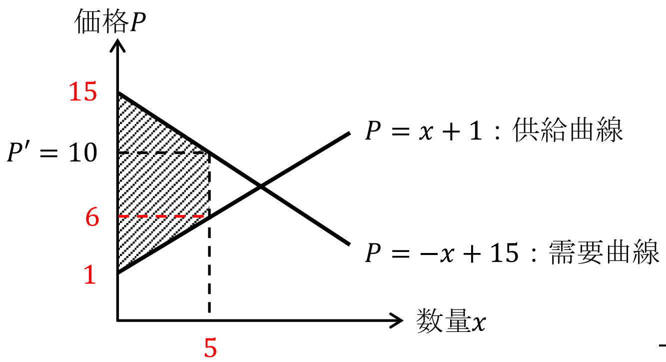
（解答）

$x + 2 = -x + 12\ \to\ 2x = 10\ \to\ x^* = 5$

$TS = (12 - 2) \times 5 \div 2 = 25$

$TS =$ 25

3. 次のグラフは価格 $P' = 10$ で価格規制されている状況を表しているが，このときの総余剰 TS（斜線部分の面積）を求めなさい。



（解答）

$TS = \{(10 - 6) + (15 - 1)\} \times 5 \div 2$

$= (4 + 14) \times 5 \div 2 = 45$

$TS =$ 45

4. 次の需要の価格弾力性 ε_D（イプシロン・ディー）の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{8-10}{10}}{\frac{150-120}{120}} = -\frac{-\frac{2}{10}}{\frac{30}{120}} = \frac{1}{5} \div \frac{1}{4} = \frac{4}{5} (= 0.8)$$

5. 次の需要の価格弾力性 ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\left(-\frac{I}{2P^2}\right) \cdot \frac{P}{\frac{I}{2P}} = \frac{I}{2P^2} \cdot P \div \frac{I}{2P} = \frac{I}{2P^2} \cdot P \cdot \frac{2P}{I} = 1$$

6. x を消費量とするとき，効用関数が次のように表されるとする。

$$U = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$x = 100$ のときに得られる効用 U は，$U =$ （　10　）である。　$\sqrt{100} = 10$

また，効用関数より，限界効用 MU は

$$MU = \frac{dU}{dx} = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

となるので，$x = 100$ における限界効用 MU の値は，

$$MU = \frac{1}{2\sqrt{100}} = \frac{1}{2 \cdot 10} = \frac{1}{20} (= 0.05)$$

と計算することができる。

7. X 財の消費量を x，Y 財の消費量を y とし，効用関数が

$$U = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$$

のように表されるとき，X 財に関する限界効用 MU_x は

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} y^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$$

であり，Y 財に関する限界効用 MU_y は，

$$MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{2}}$$

であるので，限界代替率 MRS は，

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}} = \frac{y}{x}$$

となる。

8.　効用最大化条件と予算制約式が次のように書けるとする。

$$\begin{cases} \dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{2} & \text{：効用最大化条件} \quad \cdots ① \\ 20x + 10y = 1000 & \text{：予算制約式} \quad \cdots ② \end{cases}$$

（解答）
①式より，$x = 2y$
これを②式に代入して，
$20 \cdot 2y + 10y = 1000 \ \rightarrow \ 50y = 1000$
$\rightarrow \ y^* = 20$　これより，$x^* = 2 \cdot 20 = 40$

この連立方程式を解くと最適消費量は，$x^* =$ （　40　），$y^* =$ （　20　）となる。

9.　x を生産量とするとき，総費用関数 TC が次のように書けるとする。

$$TC = \frac{3}{4}x^3 - 2x^2 + 25x + 120$$

これより，限界費用関数 MC は

$$MC = \frac{dTC}{dx} = \frac{9}{4}x^2 - 4x + 25$$

と求めることができる。

10.　x を生産量とするとき，平均費用関数 AC が次のように書けるとする。

$$AC = 3x^2 - 18x + 40$$

AC が最小となる生産量 x の値は $x =$ （　3　）である。　$\dfrac{dAC}{dx} = 6x - 18 = 0$

11.　Y を国民所得とするとき，次の財市場均衡条件（方程式）から得られる均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$$Y = 15 + 0.625\{Y - (8 + 0.2Y)\} + 60 + 30$$

（解答）
$Y = 0.625(0.8Y - 8) + 105 = 0.5Y - 5 + 105 \ \rightarrow \ 0.5Y = 100 \ \rightarrow \ Y^* = 200$

$Y^* =$ 　200

12.　次の連立方程式は財市場を表している。（C：消費，I：投資）

$$\begin{cases} Y = C + I \\ C = 10 + 0.8Y \\ I = 20 \end{cases}$$

これを解いて得られる均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。
（解答）
$Y = C + I \ \rightarrow \ Y = 10 + 0.8Y + 20 \ \rightarrow \ 0.2Y = 30 \ \rightarrow \ Y^* = 30 \div 0.2 = 30 \times 5 = 150$

$Y^* =$ 　150

13. 次の方程式を解く作業を見てほしい。（C_0：基礎消費，c：限界消費性向，G：政府支出）

$$Y = C_0 + cY + I + G$$
$$Y - cY = C_0 + I + G$$
$$(1-c)Y = C_0 + I + G$$
$$Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I + G)$$

これを参考に，次の財市場均衡条件から得られる均衡国民所得 Y^* を求めなさい。

$$Y = C_0 + c(Y - T) + I + G$$

（解答）

$Y = C_0 + cY - cT + I + G \ \rightarrow\ Y - cY = C_0 - cT + I + G$

$\rightarrow\ (1-c)Y = C_0 - cT + I + G \ \rightarrow\ Y^* = \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G)$

$Y^* =$ $\dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G)$

14. 次の政府支出乗数を求めなさい。（ΔY：国民所得の変化分，ΔG：政府支出の変化分）

$$\frac{\Delta Y}{\Delta G} = \frac{1}{1 - 0.75(1 - 0.2)} = \frac{1}{1 - 0.75 \cdot 0.8} = \frac{1}{1 - 0.6} = \frac{1}{0.4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}(= 2.5)$$

15. 次の定額税乗数を求めなさい。

$$\frac{\Delta Y}{\Delta T_0} = \frac{-0.75}{1 - 0.75(1 - 0.5)} = \frac{-0.75}{1 - 0.75 \cdot 0.5} = \frac{-0.75}{1 - 0.375} = \frac{-0.75}{0.625} = -\frac{750}{625} = -\frac{6}{5}(= -1.2)$$

16. 次の財市場均衡条件（方程式）において，$Y = 100$ であるときの G の値を求めなさい。

$$Y = 10 + 0.8\{Y - (30 + 0.2Y)\} + 20 + G$$

（解答）

$Y = 10 + 0.8(0.8Y - 30) + 20 + G = 10 + 0.64Y - 24 + 20 + G$

$\rightarrow\ Y - 0.64Y = 6 + G \ \rightarrow\ 0.36Y = 6 + G \ \rightarrow\ 0.36 \cdot 100 = 6 + G$

$\rightarrow\ 36 = 6 + G \ \rightarrow\ G = 36 - 6 = 30$

$G =$ 30

17. 次の財市場均衡条件を「$r = \cdots$」の式の形（IS 曲線）に変形しなさい。（r：利子率）

$$Y = 100 + 0.8\{Y - (50 + 0.2Y)\} + 300 - 4r + 200$$

（解答）

$Y = 100 + 0.8(0.8Y - 50) + 300 - 4r + 200$

$\quad = 100 + 0.64Y - 40 + 300 - 4r + 200$

$\rightarrow\ 4r = 0.64Y - Y + 560 = -0.36Y + 560 \ \rightarrow\ r = -0.09Y + 140\left(= -\dfrac{9}{100}Y + 140\right)$

$r =$ $-0.09Y + 140$

18. 次の貨幣市場均衡条件を「$r=\cdots$」の式の形（LM 曲線）に変形しなさい。（M：マネーストック）

$$\frac{M}{2}=4Y-10r+20$$

（解答）

$10r=4Y-\frac{M}{2}+20 \ \rightarrow\ r=\frac{2}{5}Y-\frac{M}{20}+2$

$r=\frac{2}{5}Y-\frac{M}{20}+2$

19. 次の IS－LM モデル（連立方程式）において，交点における均衡国民所得 Y^* と均衡利子率 r^* の値を求めなさい。

$$\begin{cases} r=-0.09Y+110 & \text{：IS 曲線} \\ r=0.04Y-20 & \text{：LM 曲線} \end{cases}$$

（解答）

$-0.09Y+110=0.04Y-20 \ \rightarrow\ -0.13Y=-130 \ \rightarrow\ Y^*=130\div 0.13=1000$

これを LM 曲線に代入して，$r^*=0.04\cdot 1000-20=40-20=20$

$Y^*=$ 1000 ,$r^*=$ 20

20. 次の IS－LM モデル（連立方程式）において，マネーストック M が 20 から 30 に増加したとき，均衡国民所得 Y^* はいくら増加するか求めなさい。

$$\begin{cases} r=-Y+10 & \text{：IS 曲線} \\ r=Y-M & \text{：LM 曲線} \end{cases}$$

（解答）

$M=20$のとき，$-Y+10=Y-20 \ \rightarrow\ -2Y=-30 \ \rightarrow\ Y^*=15$

$M=30$のとき，$-Y+10=Y-30 \ \rightarrow\ -2Y=-40 \ \rightarrow\ Y^*=20$

したがって，Y^*は$5(=20-15)$だけ増加する。

Y^*の増加分 = 5

どうだっただろうか？この総合問題を通じて，ミクロ経済学の数学のレベルの方が高いと感じたのではないだろうか。これからミクロ経済学とマクロ経済学の授業へと本格的に入っていくわけだが，数学が苦手な人はマクロ経済学の方が，計算自体は楽（ラク）に感じるだろう。ただ，ミクロ経済学も計算がワンパターンであるので，慣れてしまえばそれほど苦ではない。

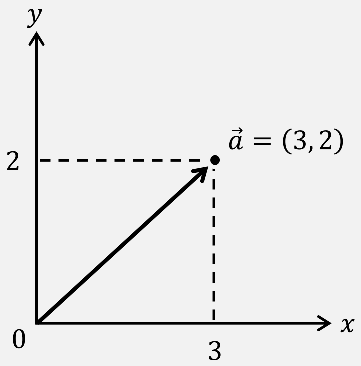
ミクロ経済学もマクロ経済学も大切なのは計算ではなく「経済学の考え方」だということを肝に銘じてもらって，次の授業へ進んでいこう！

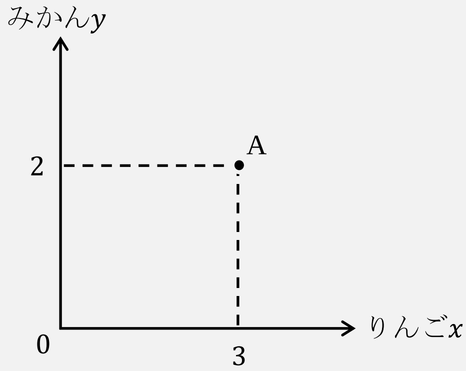
＜補足２２＞ 経済学でもベクトルが登場する

高校数学（数学 B）にも登場するベクトルであるが，ベクトルを勉強したことのある人であれば「ベクトル＝矢印」を連想する人が多いかもしれない。例えば，

$$\vec{a} = (3, 2)$$

をグラフに書くと，（原点を始点とした場合）左下図のように書ける。





実は，経済学でもベクトルが登場する。例えば，x を「りんごを食べる数」，y を「みかんを食べる数」とすると，りんごを 3 個，みかんを 2 個食べれば，

$$\text{消費ベクトル} = (3, 2)$$

と書け，右上図の点 A（消費点）が消費ベクトルに対応する。消費「ベクトル」と読んでいるが，左上図の矢印のようには考えず（$\vec{a}$ という表記も経済学では使わない），消費ベクトルは単なる座標（ここでは点 A の座標）のように考えればよい。

＜補足２３＞ 経済学の様々な分野

経済学の中核となる分野が「ミクロ経済学」「マクロ経済学」「計量経済学」の 3 つであるという話はした（p.24）が，これらの 3 つの分野を土台として，経済学は数多くの分野に分かれる。

例えば，国際経済学，労働経済学，公共経済学，農業経済学，環境経済学，開発経済学，医療経済学，都市経済学，行動経済学，厚生経済学（社会選択理論），産業組織論，金融論，財政学，ゲーム理論などの数多くの応用分野がある（産業組織論などのように「〇〇経済学」という名称ではなくても経済学の分野なので注意）。他にも，各国の経済の歴史を研究する「経済史」や経済学そのものの歴史を研究する「経済学史」という分野もある（経済史と経済学史を混同する人がいるが，これらの分野はまったく別の分野である）。

このように経済学は様々な分野に分かれているため，経済学者の世界で，「あなたの専門は何？」と聞かれて「環境です」と答えれば，環境経済学を専門としていることが相手に伝わるのである。ちなみに，環境経済学など各分野の中でも理論か実証かに分かれる場合が多いので，「環境で実証をやっています」と答えれば，「環境経済学の分野で，計量経済学を用いた研究をしている」ということになる。

はじめよう経済学　－解答編－
第 1 講　市場

第 1 講では，経済学で最も重要な「需要曲線」と「供給曲線」について学んでいきます。高校でも需要曲線や供給曲線の考え方は学びますが，これらの曲線を用いた計算問題はほとんど見られません。それに対して，大学の経済学では需要曲線や供給曲線を用いた計算問題が多く登場します。

ところで，経済学の計算問題は慣れれば，それほど難しくありません。しかし，その計算の背後にある「経済学の考え方」を理解せずに計算だけが出来てもあまり意味がありません。経済学の計算問題は「**経済学の考え方を理解した上で解ける**」ことが重要です。「適当に数式を組み合わせていたら，いつの間にか解けていた。答えも合っているから，とりあえず次の問題に進もう」ではよくないのです。

＜第 1 講のノーテーション＞　notation：記号による表記法

P：財の価格　x：財の数量　D：需要曲線　S：供給曲線

CS：消費者余剰　PS：生産者余剰　TS：総余剰（SS：社会的余剰）

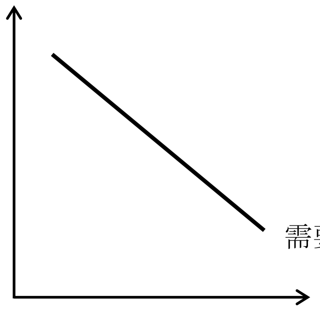
DWL：死荷重

［注意］グラフは，横軸を「財の数量 x 」，縦軸を「財の価格 P 」とする。

目次

1. 需要曲線の性質

ある**財・サービス**（略して，財）について，買い手の需要曲線が次のように書けたとする。



需要曲線が右下がりに書くことができる理由は，要は，

「価格が高ければあまり買わないが，安ければたくさん買う」

ということである。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句に〇を書きなさい。

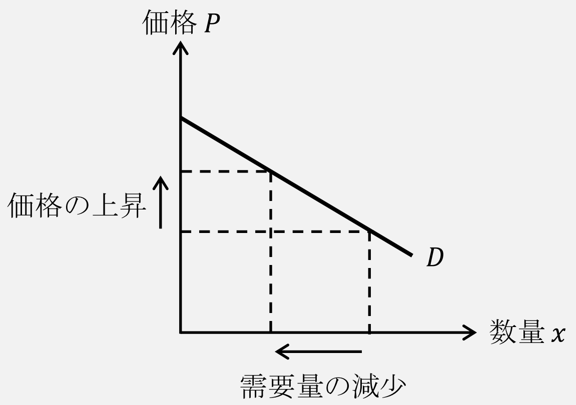
1. 財・サービスが取引される場についての抽象的な概念を「市場」といい，これを（ いちば /〇しじょう ）と読む。
2. 財は（〇有形 / 無形 ）であり，サービスは（ 有形 /〇無形 ）である。
3. 需要曲線は，（〇買い手 / 売り手 ）が価格の変化に対して需要量をどのように変化させるかを表している。
4. 通常，需要曲線は（ 右上がり /〇右下がり ）の曲線で表すことができる。
5. 通常，買い手は価格が上昇したとき，需要量を（ 増加 /〇減少 ）させる。
6. 買い手を（〇家計 / 企業 ），もしくは，（〇消費者 / 生産者 ）とも表現する。
7. 需要曲線上で，ある価格における数量のことを（〇需要量 / 供給量 ）といい，（〇購入量 / 生産量 ）や（〇消費量 / 産出量 ）と表現することもある。
8. 家計の所得が変化することで，需要曲線はシフト（〇する / しない ）。
9. ある財の価格が変化したとき，その財の需要曲線はシフト（ する /〇しない ）。
10. ある財に対する選好が高まった場合，その財の需要曲線は（〇右方 / 左方 ），もしくは，（〇上方 / 下方 ）にシフトする。
11. 財 A の代替(だいたい)財の価格が下落したとき，財 A の需要曲線は（ 右方 /〇左方 ）にシフトし，財 A の補完財の価格が上昇したとき，財 A の需要曲線は（ 右方 /〇左方 ）にシフトする。

    ［注意］代替財の読み方は「だいたいざい」であり「だいがえざい」ではない。

12. 財 B の代替財の価格が（〇上昇　/　下落　）したとき，財 B の需要曲線は右方にシフトし，財 B の補完財の価格が（　上昇　/〇下落　）したとき，財 B の需要曲線は右方にシフトする。
13. 財 C の価格が下落したとき，財 C の代替財の需要曲線は（　右方　/〇左方　）にシフトし，財 C の補完財の需要曲線は（〇右方　/　左方　）にシフトする。
14. どちらかと言えば，コーヒーと紅茶は（〇代替財　/　補完財　）の関係にあると考えられ，コーヒーと砂糖は（　代替財　/〇補完財　）の関係にあると考えられる。

＜補足１＞ 需要曲線がシフトしないとき

上記の問題(1)の 9.で，「ある財の価格が上昇しても，その財の需要曲線はシフトしない」ことを学んだ。これは下図のような状況を表しており，需要曲線自体がシフト（移動）するわけではないことに注意してほしい。



つまり，需要曲線は「価格が変化してもシフトしない」が，「価格以外の要因が変化すればシフトする」ことがあると考えておけばよいだろう。（供給曲線も同様の考え方であり，価格が変化しても供給曲線はシフトしない）

＜補足２＞ １つの市場は１種類の財！

需要曲線や供給曲線が書かれているグラフを見たときに，そのグラフは 1 種類の財・サービスについてしか表していないことに注意が必要である。1 本の需要曲線は，例えば，りんごといった 1 種類の財に対する需要曲線であって，りんごやみかんやメロンなどといった複数の財に対する需要曲線で表しているわけではない。価格メカニズムによって決定される均衡価格 P^* は「りんごの」価格なのである。

ところで，1 種類の財といっても，りんごにも様々な種類がある。「ふじ」「ジョナゴールド」「王林」など様々である。財の種類は主に財の品質によって分けられるため，より厳密に考えれば，りんごの需要曲線と考えるより，「ふじ」の需要曲線などと考えた方がよい。

ちなみに，マクロ経済学で登場する「財市場」は，日本中に存在する財をすべて合わせて 1 種類の財のように見立てている。

＜補足３＞ 市場需要曲線と個別需要曲線

第 1 講や第 2 講で登場する需要曲線は，正確には「市場」需要曲線のことである。それに対して，「個別」需要曲線というものもある。

個別需要曲線とは，ある人（ある個人）の需要曲線であり，**市場需要曲線**とは，買い手全員について一人ひとりの個別需要曲線を足し合わせたものである。ちなみに，第 5 講で（ある個人の）効用最大化から需要曲線が導出されるが，第 5 講で導出される需要曲線は個別需要曲線になる。

個別需要曲線は，例えばりんご 1 個 100 円のとき，ある人はりんごを何個買うかを表すことができ，市場需要曲線は，りんご 1 個 100 円のとき（人々に）全部で何個買われるかを表すことができるのである。

このような市場需要曲線と個別需要曲線の違いは，ミクロ経済学を正確に理解する上で重要な論点ではあるが，この授業は入門の授業であるので，特に区別せずに単に「需要曲線」と表現している。供給曲線に関しても同様であるが詳しくは**＜補足６＞**を見てほしい。

(2)　次の英単語を 3 回ずつ書きなさい。

価格 P　　Price：価格

（　Price　），（　Price　），（　Price　），（　Price　）

需要 D　　Demand：《名詞》需要　《動詞》需要する（需要曲線：Demand curve）

（　Demand　），（　Demand　），（　Demand　）

供給 S　　Supply：《名詞》供給　《動詞》供給する（供給曲線：Supply curve）

（　Supply　），（　Supply　），（　Supply　）

数量 q　　quantity：量（↔ quality：質）

（　quantity　），（　quantity　），（　quantity　）

＊　この授業では，数量を x と表記しているが，数量を q と表記することも多い。

＜補足４＞ 略語を覚えるということ

経済学では，「価格を P とする」というように略語を用いることが多い。特に，マクロ経済学に入ると，最初から略語が多く登場して，たいていの人が略語に混乱することになる。**略語を覚えるコツは，その元になっている英単語を覚えること**である。わずらわしいと感じるかもしれないが，以降も上記のように英単語の書き取りが登場することになる。（飛ばされてしまいそうで心配ではあるが…）書き取りをしておいた方がよいと思われる重要な英単語ばかりをピックアップしたので，英単語を暗記するつもりで書き取ってもらいたい。

2. 需要関数･逆需要関数･需要曲線

需要関数は，例えば，

$$x = -2P + 10 \quad ：需要関数$$

というように「$x = \cdots$」の形であるが，**逆需要関数**は，

$$x = -2P + 10 \rightarrow 2P = -x + 10 \rightarrow \boxed{P = -\frac{1}{2}x + 5}$$

というように，「$P = \cdots$」の形にしたものである。需要関数を逆需要関数に書き換えることで，縦軸を P，横軸を x とするグラフが書きやすくなるというメリットがある。

$$P = \underbrace{-\frac{1}{2}}_{\text{傾き}}x + \underbrace{5}_{\text{切片}} \quad ：逆需要関数$$

また，式の形である需要関数（もしくは，逆需要関数）をグラフに書いた，グラフ中の曲線（もしくは，直線）を**需要曲線**という。逆需要曲線という言葉はない。

ちなみに，供給曲線についても同様で，

$$x = P - 1 \quad ：\textbf{供給関数}$$

$$P = x + 1 \quad ：\textbf{逆供給関数}$$

となる。

ただ，「逆」需要関数，「逆」供給関数といちいち表記することはわずらわしいため，「$P = \cdots$」の形であっても，需要関数や供給関数と表記してしまう場合がある。

【問題】次の需要関数（「$x = \cdots$」の形）を逆需要関数（「$P = \cdots$」の形）に書き換えなさい。

1. $x = -P + 5$

$P =$ $-x + 5$

2. $x = -2P + 4$

$2P = -x + 4 \rightarrow P = -\frac{1}{2}x + 2$

$P =$ $-\frac{1}{2}x + 2$

3. $x = -3P + 12$

$3P = -x + 12 \rightarrow P = -\frac{1}{3}x + 4$

$P =$ $-\frac{1}{3}x + 4$

4. $x = -\frac{1}{2}P + 5$

$\frac{1}{2}P = -x + 5 \rightarrow P = -2x + 10$

$P =$ $-2x + 10$

5. $x = -\frac{4}{5}P + 12$

$\frac{4}{5}P = -x + 12 \rightarrow P = -\frac{5}{4}x + 12 \cdot \frac{5}{4}$

$\rightarrow P = -\frac{5}{4}x + 15$

$P =$ $-\frac{5}{4}x + 15$

6. $x = -\frac{2}{3}P + \frac{1}{6}$

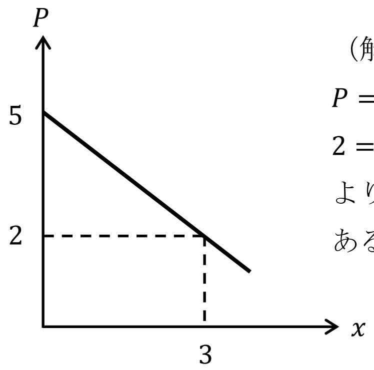
$\frac{2}{3}P = -x + \frac{1}{6} \rightarrow P = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{2}$

$\rightarrow P = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$

$P =$ $-\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$

【例題】逆需要関数を $P=-x+5$ とするとき，この需要曲線をグラフ中に書き，$P=2$ における需要量と需要曲線の切片をグラフ中に記入しなさい。

（解答）



（解説）

$P=2$ を逆需要関数に代入すると，

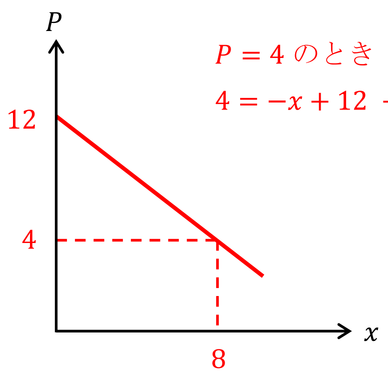
$2=-x+5 \ \rightarrow\ x=3$

より，$P=2$ において，$x=3$ であることがわかる。

＊　横軸（$x=5$）にぶつかるまで需要曲線を伸ばしてもらっても構わない。

【問題】次の需要関数，もしくは逆需要関数から需要曲線を書き，括弧内の価格における需要量と需要曲線の切片をグラフ中に記入しなさい。

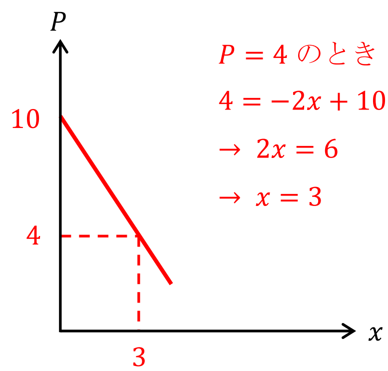
1.　$P=-x+12\quad(P=4)$



$P=4$ のとき

$4=-x+12\ \rightarrow\ x=8$

2.　$P=-2x+10\quad(P=4)$



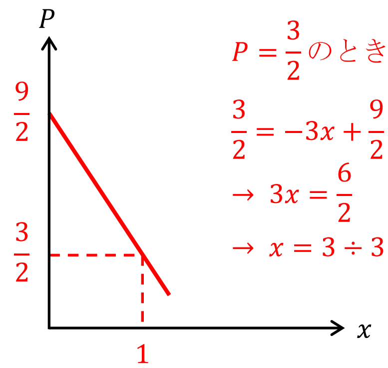
$P=4$ のとき

$4=-2x+10$

$\rightarrow\ 2x=6$

$\rightarrow\ x=3$

3.　$P=-3x+\frac{9}{2}\quad\left(P=\frac{3}{2}\right)$



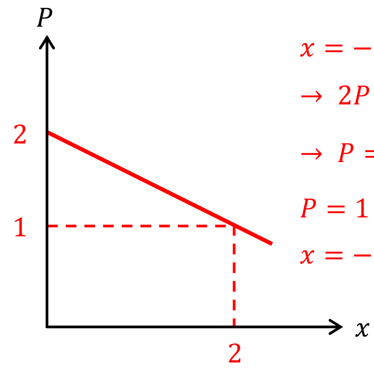
$P=\frac{3}{2}$ のとき

$\frac{3}{2}=-3x+\frac{9}{2}$

$\rightarrow\ 3x=\frac{6}{2}$

$\rightarrow\ x=3\div 3=1$

4.　$x=-2P+4\quad(P=1)$



$x=-2P+4$

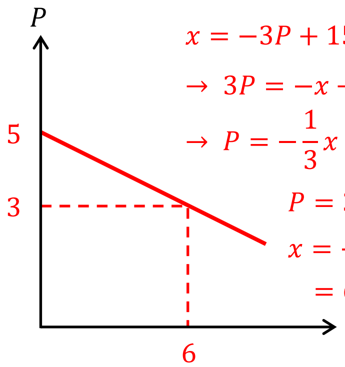
$\rightarrow\ 2P=-x+4$

$\rightarrow\ P=-\frac{1}{2}x+2$ ：逆 D

$P=1$ のとき

$x=-2\cdot 1+4=2$

5.　$x = -3P + 15$　$(P = 3)$



$x = -3P + 15$

$\rightarrow\ 3P = -x + 15$

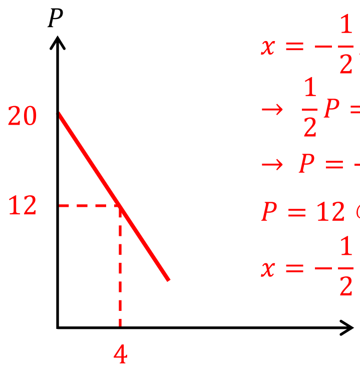
$\rightarrow\ P = -\frac{1}{3}x + 5$ ：逆 D

$P = 3$ のとき

$x = -3 \cdot 3 + 15$

$= 6$

6.　$x = -\frac{1}{2}P + 10$　$(P = 12)$



$x = -\frac{1}{2}P + 10$

$\rightarrow\ \frac{1}{2}P = -x + 10$

$\rightarrow\ P = -2x + 20$ ：逆 D

$P = 12$ のとき

$x = -\frac{1}{2} \cdot 12 + 10 = 4$

＜補足５＞ 右上がりの需要曲線はあるか？

右上がりとなる需要曲線*はあるかと聞かれれば,「理論上はある」,「過去には実際にあったらしい」と答えることはできる。　＊ より正確には「市場需要曲線の一部が右上がり」

右上がりとなる需要曲線とは,「価格が高ければ高いほど，たくさん買い」，逆に「安ければ安いほど，買う量を減らす」ような状況である。このように需要曲線が右上がりとなる財のことを**ギッフェン財**という。

イギリスの経済学者，ロバート・ギッフェン（1837―1910）が 1845 年にアイルランドで飢饉が発生したときに，ジャガイモの需要曲線が右上がりになっていたという事実を発見した。ジャガイモの需要曲線が右上がりになった理屈は次のようである。

Step1　飢饉によって，主食であるジャガイモの価格が高騰した。(供給曲線の左シフトにより，価格が上昇したと考えればよい)

Step2　高価な肉も販売されていたが，ジャガイモ価格の高騰により，肉を買っている余裕など到底なくなる。

Step3　主食であるジャガイモは値上がりしているが，肉を買う量を減らした分，さらにジャガイモを買おうとする。

このようにして，ジャガイモの需要曲線が右上がりになったと言われているのである。

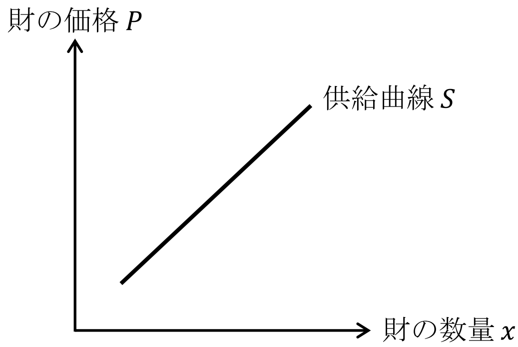
ところで，ギッフェン財は私たちの身の回りに「ない」と答えるのが正しいだろう。(私の信頼できる経済学の教科書で「これがギッフェン財だ」と具体例を挙げているものはない)

例えば，ブランド物のバッグや化粧品は価格が上がった方がより高級感が増したり，美容効果があるように思え，販売量が増えることもあるかもしれない（逆に，価格が下がることで販売量が減るかも)。しかし，これらの財はギッフェン財ではない。詳細は以下の本に譲るが，要は，これらの財は（第 3 講で学ぶ）効用関数に価格が変数として入ってきてしまい（例えば，$P\uparrow \Rightarrow U\uparrow$)，その結果，ギッフェン財の定義（所得効果が代替効果を上回る下級財）から外れるのである。　（参考）神取道宏（2014）『ミクロ経済学の力』日本評論社

ところで，需要曲線が右下がりとなるような通常の財のことを，**需要法則**を満たす財と言う。需要法則とは「価格が高くなれば需要量が減ること」もしくは「価格が低くなれば需要量が増えること」であり，要は，需要曲線が右下がりだということである。

3. 供給曲線の性質

ある財について，売り手の供給曲線が次のように書けたとする。



供給曲線が右上がりに書くことができる理由は，要は，

「高くで売れるなら多く作りたいし，安くでしか売れないならあまり作りたくない」

ということである。

【問題】次の文章中の括弧内に入る適切な語句に〇を書きなさい。

1. 供給曲線は，（ 買い手 /〇売り手 ）が価格の変化に対して供給量をどのように変化させるかを表している。
2. 通常，供給曲線は（〇右上がり / 右下がり ）の曲線で表すことができる。
3. 通常，売り手は価格が下落したとき，供給量を（ 増加 /〇減少 ）させる。
4. 売り手を（ 家計 /〇企業 ），もしくは，（ 消費者 /〇生産者 ）とも表現する。
5. 供給曲線上で，ある価格における数量のことを（ 需要量 /〇供給量 ）といい，（ 購入量 /〇生産量 ）や（ 消費量 /〇産出量 ）と表現することもある。
6. ある財の価格が下落したとき，その財の供給曲線はシフト（ する /〇しない ）。
7. ある財の生産コストが増加することで，その財の供給曲線は（ 右方 /〇左方 ），もしくは，（〇上方 / 下方 ）にシフトする。
8. ある財の生産に関して技術進歩が起こると，その財の供給曲線は（〇右方 / 左方 ），もしくは，（ 上方 /〇下方 ）にシフトする。

＜補足６＞ 市場供給曲線と個別供給曲線

＜補足３＞でも触れたが，供給曲線にも「市場」供給曲線と「個別」供給曲線がある。

個別供給曲線とは，ある企業の供給曲線であり，**市場供給曲線**とは，同じ財を生産する全企業について一企業一企業の個別供給曲線を足し合わせたものである。（第 7 講では（ある企業の）利潤最大化から個別供給曲線が導出されていることになる）

個別供給曲線は，例えばりんご 1 個 100 円のとき，ある企業（あるりんご農家）がりんごを何個供給する（作って売る）かを表すことができ，市場供給曲線は，りんご 1 個 100 円のとき，すべてのりんご農家によってりんごが何個供給されるかを表すことができる。

この授業では，市場供給曲線も個別供給曲線も「供給曲線」で統一することにする。

4. 供給関数･逆供給関数･供給曲線

【問題】

(1)　次の供給関数（「 $x = \cdots$ 」の形）を逆供給関数（「 $P = \cdots$ 」の形）に書き換えなさい。

1.　$x = P - 2$

$-P = -x - 2 \rightarrow P = x + 2$

$P =$ 　$x + 2$

2.　$x = 2P - 4$

$-2P = -x - 4 \rightarrow P = \frac{1}{2}x + 2$

$P =$ 　$\frac{1}{2}x + 2$

3.　$x = \frac{1}{3}P - 5$

$-\frac{1}{3}P = -x - 5 \rightarrow P = 3x + 15$

$P =$ 　$3x + 15$

4.　$x = \frac{3}{2}P - \frac{9}{8}$

$-\frac{3}{2}P = -x - \frac{9}{8} \rightarrow P = \frac{2}{3}x + \frac{9}{8}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$

$P =$ 　$\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$

＜補足７＞ 左辺と右辺を入れ替える

　計算のテクニックとして,「左辺と右辺を入れ替える」という作業してから，計算をしていくことも多い。上記の問題(1)の 2.を用いて説明すると，

・　左辺と右辺を入れ替えないで解く

$$S.\ x = 2P - 4 \rightarrow \boxed{-2P = -x - 4} \rightarrow 2P = x + 4 \rightarrow P = \frac{1}{2}x + 2$$

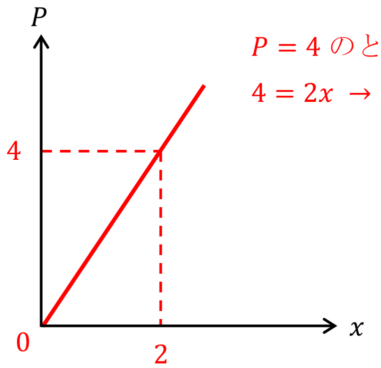
・　左辺と右辺を入れ替えて解く

$$S.\ x = 2P - 4 \rightarrow \boxed{2P - 4 = x} \rightarrow 2P = x + 4 \rightarrow P = \frac{1}{2}x + 2$$

　地味な計算テクニックではあるが,「左辺と右辺を入れ替える」という作業は頻繁に用いる。以降，このテクニックは特に宣言なしに用いることとする。

(2)　次の供給関数，もしくは逆供給関数から供給曲線を書き，括弧内の価格における供給量と供給曲線の切片をグラフ中に記入しなさい。

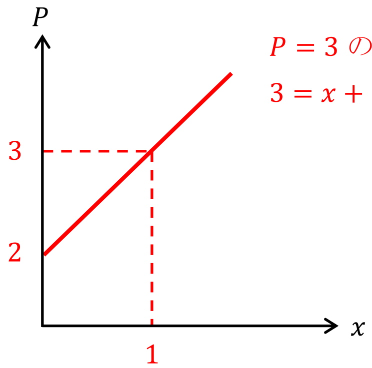
1.　$P = 2x$　$(P = 4)$



$P = 4$ のとき

$4 = 2x \rightarrow x = 2$

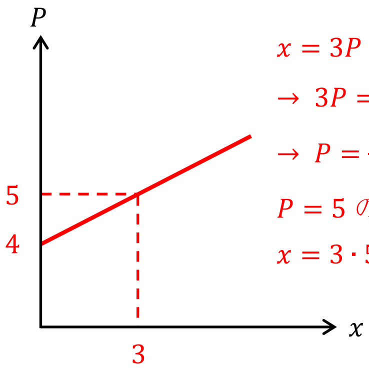
2.　$P = x + 2$　$(P = 3)$



$P = 3$ のとき

$3 = x + 2 \rightarrow x = 1$

3.　$x = 3P - 12$　$(P = 5)$



$x = 3P - 12$

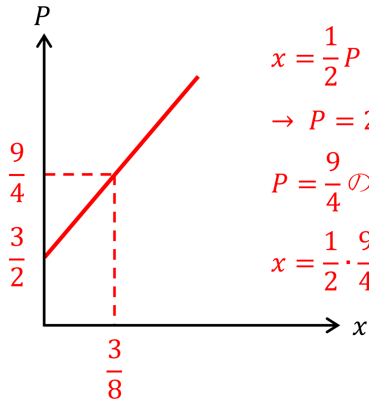
$\rightarrow\ 3P = x + 12$

$\rightarrow\ P = \frac{1}{3}x + 4$　：逆 S

$P = 5$ のとき

$x = 3 \cdot 5 - 12 = 3$

4.　$x = \frac{1}{2}P - \frac{3}{4}$　$\left(P = \frac{9}{4}\right)$



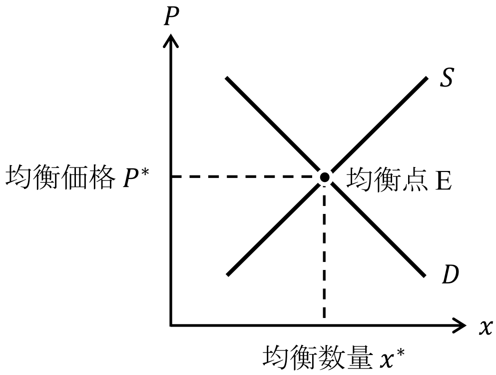
$x = \frac{1}{2}P - \frac{3}{4} \rightarrow \frac{1}{2}P = x + \frac{3}{4}$

$\rightarrow\ P = 2x + \frac{3}{2}$　：逆 S

$P = \frac{9}{4}$ のとき

$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{9}{8} - \frac{6}{8} = \frac{3}{8}$

5. 市場均衡



需要曲線と供給曲線の交点を**均衡点**（単に**均衡**，もしくは**市場均衡**）という。ちなみに，均衡を equilibrium（イキリブリウム）というため，この英単語の頭文字を用いて，均衡点を点 E と表記することが多い。また，**均衡価格** P^* は**市場価格**と呼ばれることもあり，**均衡数量** x^* は，**均衡取引量**，もしくは**均衡需給量**と呼ばれることもある。

均衡点は需要曲線と供給曲線の交点であることから，均衡点の座標は，需要曲線の式と供給曲線の式からなる連立方程式を解くことで求めることができる。連立方程式を解くには，第 0 講の「8. 連立方程式」で解説した「右辺どうしをくっつける」方法を用いると便利である。「右辺どうしをくっつける」方法は次の例題で確認しておこう。

【例題】需要関数が $x = -P + 10$，供給関数が $x = 2P + 1$ であるとき，均衡価格 P^* を求めなさい。

（解答）

需要関数と供給関数の「右辺どうしをくっつける」と

$-P + 10 = 2P + 1 \rightarrow -3P = -9 \rightarrow P^* = 3$

となり，均衡価格 $P^* = 3$が得られる。

$P^* =$　3

【問題】次の各（逆）需要関数と（逆）供給関数のもとで，均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求めなさい。

1. 需要関数：$x = -P + 12$，供給関数：$x = 3P$

$-P + 12 = 3P \ \rightarrow \ -4P = -12 \ \rightarrow \ P^* = 3$

これを需要関数（もしくは，供給関数）に代入して，

$x^* = -3 + 12 = 9 \quad (x^* = 3 \cdot 3 = 9)$

$P^* =$ 3 ，$x^* =$ 9

2. 需要関数：$x = -2P + 14$，供給関数：$x = 2P - 2$

$-2P + 14 = 2P - 2 \ \rightarrow \ -4P = -16 \ \rightarrow \ P^* = 4$

これを需要関数（もしくは，供給関数）に代入して，

$x^* = -2 \cdot 4 + 14 = 6 \quad (x^* = 2 \cdot 4 - 2 = 6)$

$P^* =$ 4 ，$x^* =$ 6

3. 需要関数：$x = -\frac{1}{2}P + 10$，供給関数：$x = \frac{3}{4}P$

$-\frac{1}{2}P + 10 = \frac{3}{4}P \ \rightarrow \ -\frac{2}{4}P - \frac{3}{4}P = -10 \ \rightarrow \ -\frac{5}{4}P = -10 \ \rightarrow \ P^* = 10 \cdot \frac{4}{5} = 8$

これを需要関数（もしくは，供給関数）に代入して，

$x^* = -\frac{1}{2} \cdot 8 + 10 = -4 + 10 = 6 \quad \left(x^* = \frac{3}{4} \cdot 8 = 6\right)$

$P^* =$ 8 ，$x^* =$ 6

4. 逆需要関数：$P = -3x + 12$，逆供給関数：$P = 2x + 2$

$-3x + 12 = 2x + 2 \ \rightarrow \ -5x = -10 \ \rightarrow \ x^* = 2$

これを逆需要関数（もしくは，逆供給関数）に代入して，

$P^* = -3 \cdot 2 + 12 = 6 \quad (P^* = 2 \cdot 2 + 2 = 6)$

$P^* =$ 6 ，$x^* =$ 2

5. 逆需要関数：$P = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{2}$，逆供給関数：$P = \frac{5}{6}x + 1$

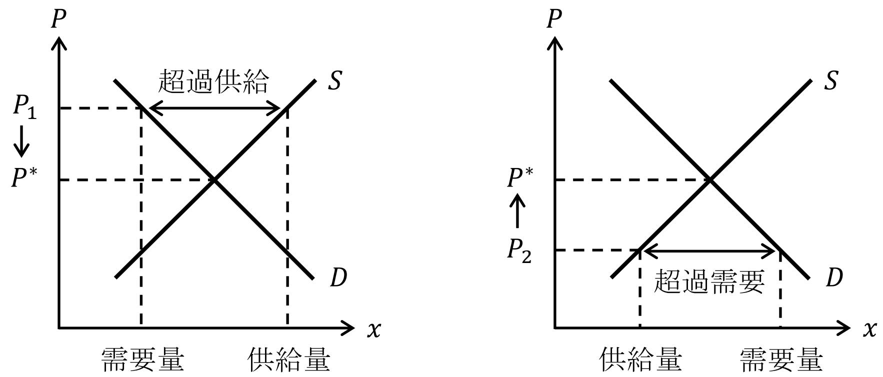
$-\frac{2}{3}x + \frac{5}{2} = \frac{5}{6}x + 1 \ \rightarrow \ -4x + 15 = 5x + 6 \ \rightarrow \ -9x = -9 \ \rightarrow \ x^* = 1$

これを逆需要関数（もしくは，逆供給関数）に代入して，

$P^* = -\frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{5}{2} = -\frac{4}{6} + \frac{15}{6} = \frac{11}{6} \quad \left(P^* = \frac{5}{6} \cdot 1 + 1 = \frac{5}{6} + \frac{6}{6} = \frac{11}{6}\right)$

$P^* =$ $\frac{11}{6}$ ，$x^* =$ 1

6. 超過需要と超過供給



左上図より，P_1 における**超過供給**（もしくは，超過供給量）は，

$$\text{超過供給} = \text{供給量} - \text{需要量}$$

と表せることがわかる。

つまり，図中の矢印「↔」の長さが，供給量と需要量の差であり，超過供給に相当するのである。例えば，価格 P_1 において供給量が 10 個，需要量が 6 個であれば，超過供給は 4 個（$= 10 - 6$）と計算できる。

このように超過供給が生じているときは，（神の）**見えざる手**によって，価格は P_1 から均衡価格 P^* まで下落する。

また，右上図は，**超過需要**（= 需要量 − 供給量）が生じている場合を表している。この場合は，価格は P_2 から均衡価格 P^* まで上昇することとなる。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句，数値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に○を書きなさい。

1. 需要量と供給量が等しくなるような価格のことを（　均衡価格　）という。
2. 均衡点における数量のことを（　均衡数量　）という。
3. 通常，価格が市場均衡における価格を下回るとき（○超過需要　/　超過供給　）が生じ，需要量が供給量を（○上回る　/　下回る　）ことになる。
4. 通常，価格が市場均衡における価格を上回るとき（　超過需要　/○超過供給　）が生じ，需要量が供給量を（　上回る　/○下回る　）ことになる。
5. 超過需要では（　売れ残り　/○品不足　）が生じている状態にあり，超過供給では（○売れ残り　/　品不足　）が生じている状態にある。
6. 需要量が 3，供給量が 5 である場合，（値：　2　）の（　超過需要　/○超過供給　）が生じている。　［別解］−2 の超過需要
7. 需要量が 10，供給量が 6 である場合，（値：　4　）の（○超過需要　/　超過供給　）が生じている。　［別解］−4 の超過供給

8. 通常，超過需要が発生しているとき，価格は（〇上昇　/　下落　）し，超過供給が発生しているとき，価格は（　上昇　/〇下落　）する。このように，需要量と供給量が一致するように価格が変化していくことを，（人物名：　アダム・スミス　）は著書『国富論』（別名：『諸国民の富』）において，（　見えざる手　）と表現した。
9. ある財に対する選好が低下した場合，その財の需要曲線は（　右方　/〇左方　）にシフトし，均衡価格は（　上昇　/〇下落　）する。
10. 財 A の代替財の価格が上昇したとき，財 A の需要曲線は（〇右方　/　左方　）にシフトし，財 A の均衡価格は（〇上昇　/　下落　）する。
11. 財 B の補完財の価格が下落したとき，財 B の需要曲線は（〇右方　/　左方　）にシフトし，財 B の均衡価格は（〇上昇　/　下落　）する。
12. ある財の生産コストが低下することで，その財の供給曲線は（〇右方　/　左方　）にシフトし，均衡価格は（　上昇　/〇下落　）する。
13. ある財の生産に関して技術進歩が起こると，その財の供給曲線は（〇右方　/　左方　）にシフトし，均衡価格は（　上昇　/〇下落　）する。
14. 台風の影響により，りんごの生産に悪影響が出たとする。このとき，りんごの供給曲線は（　右方　/〇左方　）にシフトし，りんごの価格は（〇上昇　/　下落　）する。
（解説）以前と同じ価格であっても供給量が減少するので，S 曲線は左シフトである。

(2)　（神の）見えざる手の別名を 3 つ書きなさい。

（　市場メカニズム　），（　価格メカニズム　），（　価格の自動調節機能　）

＊ 他に，価格の自動調整機能，ワルラス的調整過程などとも言う。

(3)　需要関数を $x = -P + 6$，供給関数を $x = P - 1$ とするとき，次の問いに答えなさい。

1. $P = 2$ のときの超過需要を求めなさい。

$P = 2$ を需要関数に代入すると，需要量 $x = -P + 6 = -2 + 6 = 4$ が得られ，
$P = 2$ を供給関数に代入すると，供給量 $x = P - 1 = 2 - 1 = 1$ が得られる。
したがって，超過需要 = 需要量 − 供給量 = $4 - 1 = 3$ となる。

超過需要 = 3

2. $P = 5$ のときの超過供給を求めなさい。

$P = 5$ を需要関数に代入すると，需要量 $x = -P + 6 = -5 + 6 = 1$ が得られ，
$P = 5$ を供給関数に代入すると，供給量 $x = P - 1 = 5 - 1 = 4$ が得られる。
したがって，超過供給 = 供給量 − 需要量 = $4 - 1 = 3$ となる。

超過供給 = 3

3. 均衡価格 P^* を求めなさい。

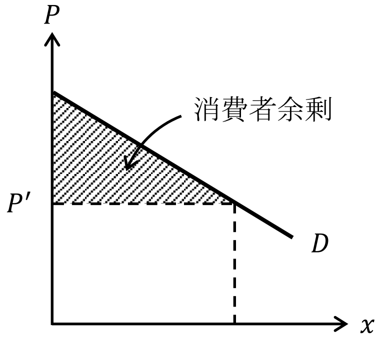
需要関数と供給関数を連立すると，

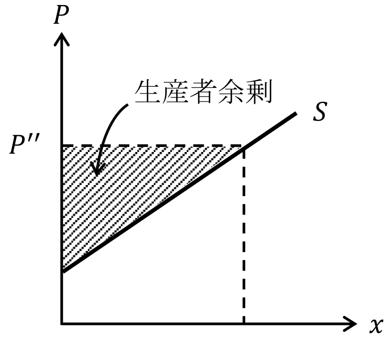
$$-P + 6 = P - 1 \ \rightarrow\ -2P = -7 \ \rightarrow\ P^* = \frac{7}{2}(= 3.5)$$

を得る。　［補足］この値は問題 1.（$P = 2$）と 2.（$P = 5$）の間にあることがわかる。

$P^* = \dfrac{7}{2}$

7. 余剰分析





左上図は，価格 P' における**消費者余剰**であり，右上図は，価格 P'' における**生産者余剰**である。消費者余剰や生産者余剰が何であるかは，実は奥が深い。そのため，この授業では詳しくは立ち入らないものとする。

ここでは，消費者余剰は，ある財の購入に関して一人ひとりの消費者が思ったより安く買うことが出来たと感じる金額を消費者全員について足し合わせたものと考え，生産者余剰は，ある財を生産する各生産者の**利潤**（詳しくは，第 7 講）を足し合わせたものと考えておこう。

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な数値を書きなさい。

1. ある財が 3 人の消費者（A さん，B さん，C さん）にのみ 1 つずつ販売されたものとしよう。その財の価格は 100 円であったが，A さんはその財に対して 120 円支払ってでも購入したいと考えていたものとする。同様に，B さんは 110 円，C さんは 130 円支払ってでも購入したいと考えていたものとする。このとき，この取引から生じる消費者余剰は（　60　）となる。　（解答）$(120-100)+(110-100)+(130-100)=60$
2. ある財が 3 社の生産者（A 社，B 社，C 社）によって 1 つずつ生産され，すべて販売されたものとしよう。その財は 100 円の価格で販売されたが，各生産者のその財の生産にかかった費用は A 社が 50 円，B 社が 70 円，C 社が 60 円であるとする。この取引から生じる生産者余剰は（　120　）となる。
（解答）$(100-50)+(100-70)+(100-60)=120$

(2)　次の英単語を 3 回ずつ書きなさい。

消費者余剰 CS　Consumer Surplus　＊ consumer’s surplus と書くこともある
（　Consumer Surplus　），（　Consumer Surplus　），
（　Consumer Surplus　），（　Consumer Surplus　）

生産者余剰 PS　Producer Surplus　＊ producer’s surplus と書くこともある
（　Producer Surplus　），（　Producer Surplus　），
（　Producer Surplus　）

総余剰 TS　　　Total Surplus

（　Total　）Surplus，（　Total　）Surplus，（　Total　）Surplus

社会的余剰 SS　　Social Surplus

（　Social　）Surplus，（　Social　）Surplus，（　Social　）Surplus

＊ 総余剰も社会的余剰も同じ意味である。授業ではそれらの略語として TS を用いる。

死荷重 DWL　　Dead Weight Loss（deadweight loss と書くことも多い）

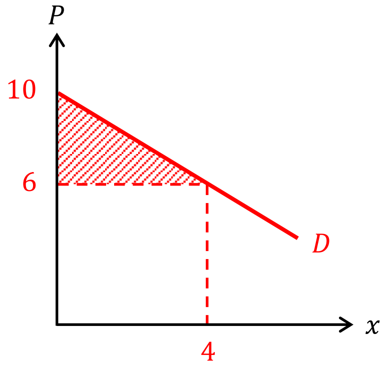
（　Dead Weight Loss　），

（　Dead Weight Loss　），

（　Dead Weight Loss　）

(3)　次の各（逆）需要関数や（逆）供給関数において，括弧内の価格における消費者余剰 CS，もしくは生産者余剰 PS をグラフを書きながら求めなさい。

1.　逆需要関数：$P = -x + 10$　$(P = 6)$



逆需要関数に $P = 6$ を代入すると，

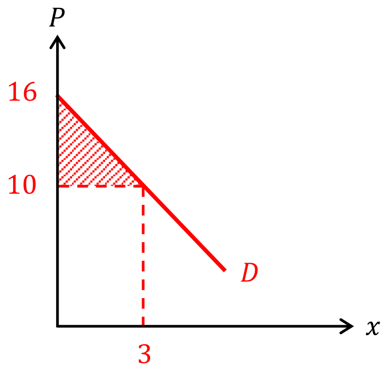
$6 = -x + 10 \ \rightarrow\ x = 4$

を得る。したがって，

$CS = 4 \times (10 - 6) \div 2 = 8$

$CS =$ 8

2.　需要関数：$x = -\frac{1}{2}P + 8$　$(P = 10)$



逆需要関数は，

$x = -\frac{1}{2}P + 8 \ \rightarrow\ \frac{1}{2}P = -x + 8 \ \rightarrow\ P = -2x + 16$

であり，また，需要関数に $P = 10$ を代入すると，

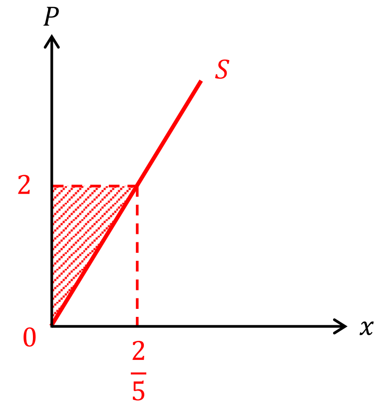
$x = -\frac{1}{2} \cdot 10 + 8 = -5 + 8 = 3$

を得る。したがって，

$CS = 3 \times (16 - 10) \div 2 = 9$

$CS =$ 9

3.　逆供給関数：$P = 5x$　$(P = 2)$



逆供給関数に $P = 2$ を代入すると，

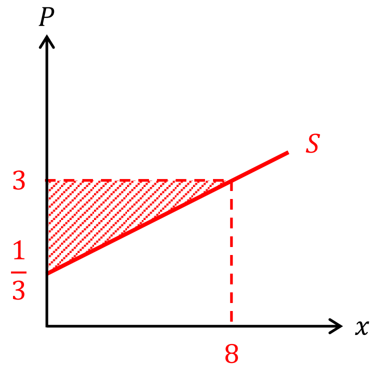
$2 = 5x \ \rightarrow \ x = \dfrac{2}{5}$

を得る。したがって，

$PS = \dfrac{2}{5} \times 2 \div 2 = \dfrac{2}{5}$

$PS = \dfrac{2}{5}$

4.　供給関数：$x = 3P - 1$　$(P = 3)$



逆供給関数は，

$x = 3P - 1 \ \rightarrow \ 3P = x + 1 \ \rightarrow \ P = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{3}$

であり，また，供給関数に $P = 3$ を代入すると，

$x = 3 \cdot 3 - 1 = 8$

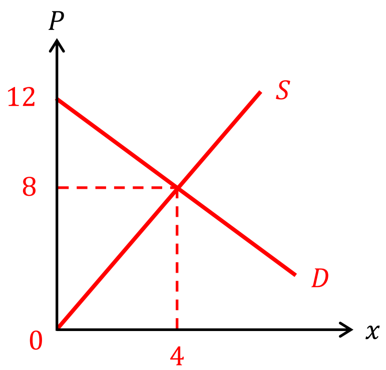
を得る。したがって，

$PS = 8 \times \left(3 - \dfrac{1}{3}\right) \div 2 = 8 \times \dfrac{8}{3} \div 2 = \dfrac{32}{3}$

$PS = \dfrac{32}{3}$

(4)　次の各（逆）需要関数や（逆）供給関数において，市場均衡における消費者余剰 CS，生産者余剰 PS，総余剰 TS をグラフを書きながら求めなさい。

1.　逆需要関数：$P = -x + 12$，逆供給関数：$P = 2x$



逆需要関数と逆供給関数を連立すると，

$-x + 12 = 2x \ \rightarrow \ -3x = -12 \ \rightarrow \ x^* = 4$

を得て，これを逆需要関数に代入すると，

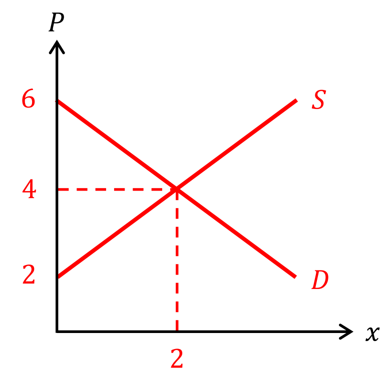
$P^* = -4 + 12 = 8$ となる。したがって，

$CS = 4 \times (12 - 8) \div 2 = 8$，$PS = 4 \times 8 \div 2 = 16$

$TS = CS + PS = 8 + 16 = 24$

$CS =$ 8　,$PS =$ 16　,$TS =$ 24

2.　逆需要関数：$P=-x+6$，逆供給関数：$P=x+2$



逆需要関数と逆供給関数を連立すると，

$-x+6=x+2 \rightarrow -2x=-4 \rightarrow x^*=2$

を得て，これを逆需要関数に代入すると，

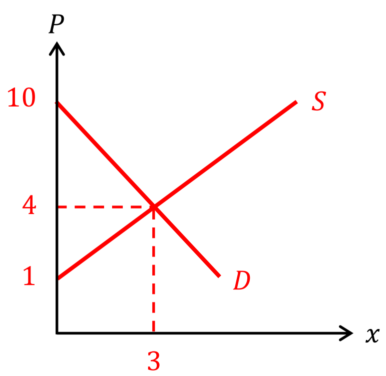
$P^*=-2+6=4$ となる。したがって，

$CS=2\times(6-4)\div 2=2$，$PS=2\times(4-2)\div 2=2$

$TS=CS+PS=2+2=4$

$CS=$ 2 ，$PS=$ 2 ，$TS=$ 4

3.　逆需要関数：$P=-2x+10$，逆供給関数：$P=x+1$



逆需要関数と逆供給関数を連立すると，

$-2x+10=x+1 \rightarrow -3x=-9 \rightarrow x^*=3$

を得て，これを逆需要関数に代入すると，

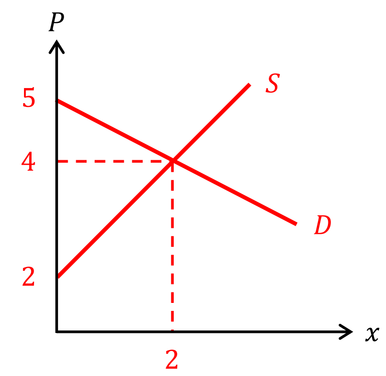
$P^*=-2\cdot 3+10=4$ となる。したがって，

$CS=3\times(10-4)\div 2=9$，$PS=3\times(4-1)\div 2=\frac{9}{2}$

$TS=CS+PS=9+\frac{9}{2}=\frac{18}{2}+\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$

$CS=$ 9 ，$PS=$ $\frac{9}{2}$ ，$TS=$ $\frac{27}{2}$

4.　需要関数：$x=-2P+10$，供給関数：$x=P-2$



逆需要関数：$P=-\frac{1}{2}x+5$，逆供給関数：$P=x+2$

需要関数と供給関数を連立すると，

$-2P+10=P-2 \rightarrow -3P=-12 \rightarrow P^*=4$

を得て，これを需要関数に代入すると，

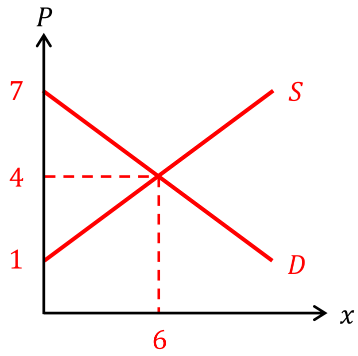
$x^*=-2\cdot 4+10=2$ となる。したがって，

$CS=2\times(5-4)\div 2=1$，$PS=2\times(4-2)\div 2=2$

$TS=CS+PS=1+2=3$

$CS=$ 1 ，$PS=$ 2 ，$TS=$ 3

5.　需要関数：$x = -2P + 14$，供給関数：$x = 2P - 2$



逆需要関数：$P = -\frac{1}{2}x + 7$，逆供給関数：$P = \frac{1}{2}x + 1$

需要関数と供給関数を連立すると，

$-2P + 14 = 2P - 2 \rightarrow -4P = -16 \rightarrow P^* = 4$

を得て，これを需要関数に代入すると，

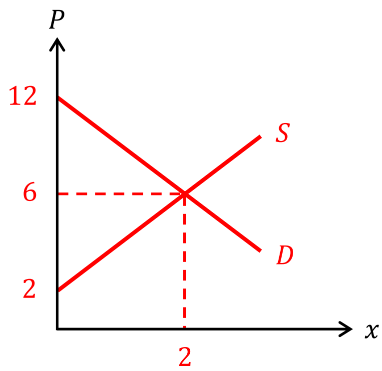
$x^* = -2 \cdot 4 + 14 = 6$ となる。したがって，

$CS = 6 \times (7 - 4) \div 2 = 9$，$PS = 6 \times (4 - 1) \div 2 = 9$

$TS = CS + PS = 9 + 9 = 18$

$CS =$ 9 ，$PS =$ 9 ，$TS =$ 18

6.　需要関数：$x = -\frac{1}{3}P + 4$，供給関数：$x = \frac{1}{2}P - 1$



逆需要関数：$P = -3x + 12$，逆供給関数：$P = 2x + 2$

需要関数と供給関数を連立すると，

$-\frac{1}{3}P + 4 = \frac{1}{2}P - 1 \rightarrow -\frac{5}{6}P = -5 \rightarrow P^* = 5 \cdot \frac{6}{5} = 6$

を得て，これを需要関数に代入すると，

$x^* = -\frac{1}{3} \cdot 6 + 4 = 2$ となる。したがって，

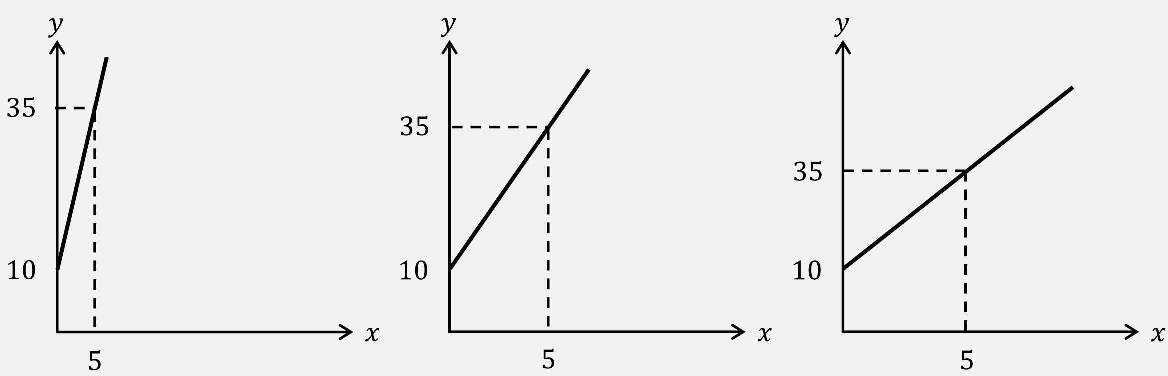
$CS = 2 \times (12 - 6) \div 2 = 6$，$PS = 2 \times (6 - 2) \div 2 = 4$

$TS = CS + PS = 6 + 4 = 10$

$CS =$ 6 ，$PS =$ 4 ，$TS =$ 10

＜補足８＞ グラフを丁寧に書き過ぎない

ものすごく丁寧にグラフを書く学生を見かけることがある。グラフの縦軸と横軸に目盛を細かく刻んでいき，その目盛を使って切片や座標を書き込んだりしているのである。几帳面な性格なのかもしれないが，そんな時間のかかることはやっていてはいけない。グラフなんて大まかに書けばいいのだ。例えば，$y = 5x + 10$ のグラフを次の 3 つの図のどのように書いてもいい。（一番左図が正確かもしれないが，これでは図が少し見にくい）

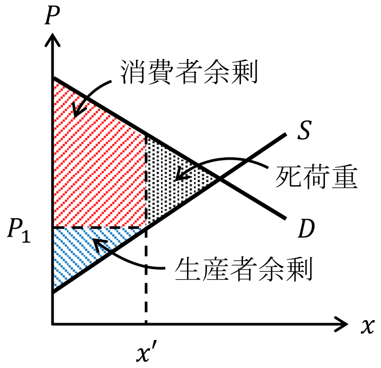


8. 価格規制と数量規制

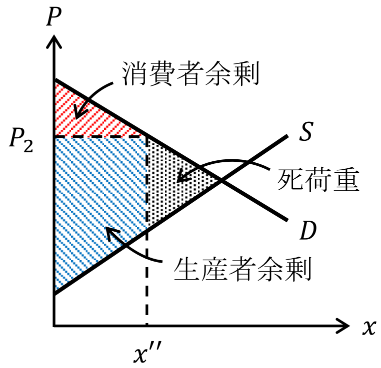
前節では，（神の）見えざる手に導かれて均衡価格 P^* が実現したときの余剰分析をおこなった。それに対し，本節では，政府といったような規制当局が，価格を均衡価格P^*よりも低く規制したり，高く規制したりするような**価格規制**をおこなった場合に，余剰にどのような変化が現れるのかを見る。

その結果のグラフが以下の 2 つの図である。

［低価格 P_1 に規制］



［高価格 P_2 に規制］



左上図は低価格 P_1 に価格規制がおこなわれた状況が示されている。取引量は x' となっており，これは均衡数量 x^* よりも少なくなっている。なぜ，取引量が少なくなってしまうのかというと，低価格 P_1 に規制されているので，安くでしか売れないのであれば，生産者は少量 x' しか作らないという行動をとってしまうためである。これにより，生産者は低価格で，しかも，少量しか販売することができていないので，生産者余剰は非常に小さくなってしまうのである。ちなみに，消費者余剰は，価格規制が行われる前と比べて，大きくなっているか小さくなっているかは判断できない。

それに対し，右上図は高価格 P_2 に価格規制がおこなわれた状況が示されている。数量（取引量）は x'' となっており，これも均衡数量 x^* よりも少なくなっている。なぜ取引量が少なくなってしまうのかというと，高価格 P_2 に規制されているので，消費者が少量 x'' しか買わないという行動をとるためである。これにより，消費者は高価格で，しかも，少量しか購入することができていないので，消費者余剰は非常に小さくなってしまうのである。ちなみに，生産者余剰は，価格規制が行われる前と比べて，大きくなっているか小さくなっているかは判断できない。

低価格であろうが高価格であろうが価格規制をすることで，規制前よりも総余剰が低下することがわかる。規制前と比べて減少した余剰を**死荷重**（**厚生の損失**）といい，DWL（dead weight loss）と略すことが多い。

＜補足９＞ ニューヨークでの家賃規制

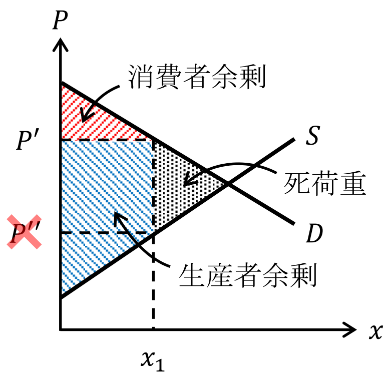
低価格に価格規制がされていることの有名な例が，「ニューヨーク州での家賃規制」である。ニューヨークは大都会であるので，家賃の決定を市場に任せていると，（神の）見えざる手により家賃が高騰してしまう。そうすることで，経済的理由でニューヨークに住みたくても住めない人が多数出てしまうことから，一部のアパートに対して，家賃が相場よりもずっと低い値段に規制されている（低価格に規制）。

この価格規制により何が起こっているのかというと，大家がアパートのメンテナンスを怠り，おんぼろのアパートが数多く見られるという事態が起こっている。なぜ，大家がアパートのメンテナンスを怠るのかというと，家賃を上げることができず低いままであるので，おんぼろのアパートのままでも入居希望者が集まってしまうからである。

では，この現象が前ページの［低価格 P_1 に規制］の図とどう対応しているかというと，家賃規制（低価格に規制）により，質を考慮にいれた賃貸サービスの供給が非常に小さくなっていると考えれば，図と対応していることがわかるのである

先程は，政府が価格を規制することについて見たが，ここでは，政府が数量を規制する**数量規制**について見ていく。数量規制も多量に規制と少量に規制に分けることができるが，多量に規制は余剰分析が複雑になるので，少量に数量規制をするケースのみを取り上げる。

［少量 x_1 に規制］



上図は少量 x_1 に数量規制がおこなわれた状況が示されている。ここで，価格はどこに決まるかという問題が生じる。決定する価格は P' か P'' のいずれかであるが，P' と P'' の解釈を考えてみる。まず，P'' は生産者が「少量 x_1 しか作れないのであれば，価格 P'' で売れればいいや」と考えることができる。次に，P' は消費者が「少量 x_1 しか売っていないのであれば，価格 P' でも買いたい」と考えることができる。消費者が高い価格 P' で買うと言っているので，生産者としては低い価格 P'' で売る必要はない（高い価格 P' で売る方が生産者の利潤が高まる）。よって，価格は P' に決定されるのである（価格は P'' ではない！）。

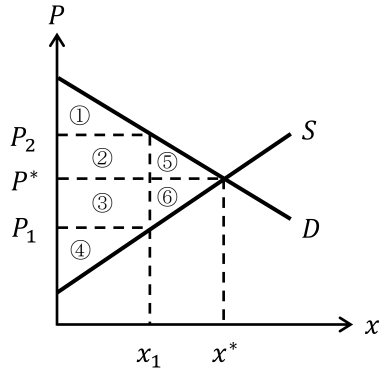
このとき，消費者余剰は非常に小さくなる。なぜなら，消費者は高価格で，しかも，少量しか購入することができていないからである。ちなみに，生産者余剰は，数量規制が行われる前と比べて，大きくなっているか小さくなっているかは判断できない。

このように数量規制をしても，規制前よりも余剰が低下し，死荷重が発生することがわかる（詳細は省くが，多量 x_2 に数量規制をする場合も死荷重が発生する）。

したがって，価格規制をしても数量規制をしても，総余剰は規制前よりも低下してしまうことがわかるのである。逆を言えば，何ら規制をしていない状態では**総余剰が最大化される**とも考えることができる。このことから，政府は人々の市場取引に対して規制は行わないような「**小さな政府**」（夜警国家，自由放任主義，レッセフェール，自由主義などと表現されることもある）が望ましいという主張が生まれるのである。

【問題】

(1) 次の各規制において該当する余剰を，下図中の番号から選び，「消費者余剰＝①＋②＋③」といったように解答しなさい。



1. 規制をしていないとき

消費者余剰＝ ①＋②＋⑤　　生産者余剰＝ ③＋④＋⑥

総余剰＝ ①＋②＋③＋④＋⑤＋⑥

2. P_1 に価格規制のとき

消費者余剰＝ ①＋②＋③　　生産者余剰＝ ④

総余剰＝ ①＋②＋③＋④　　死荷重＝ ⑤＋⑥

3. P_2 に価格規制のとき

消費者余剰＝ ①　　生産者余剰＝ ②＋③＋④

総余剰＝ ①＋②＋③＋④　　死荷重＝ ⑤＋⑥

4. x_1 に数量規制のとき

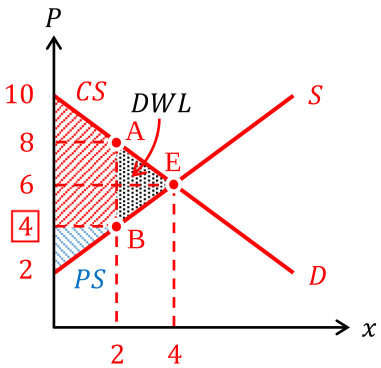
消費者余剰＝ ①　　生産者余剰＝ ②＋③＋④

総余剰＝ ①＋②＋③＋④　　死荷重＝ ⑤＋⑥

(2) 次の各（逆）需要関数や（逆）供給関数において，括弧内の規制における消費者余剰 CS，生産者余剰 PS，総余剰 TS，死荷重 DWL を，グラフを書きながら求めなさい。

（ヒント）台形の面積 $=$ (上底 $+$ 下底) $\times$ 高さ $\div 2$

1. 逆需要関数：$P=-x+10$，逆供給関数：$P=x+2$ （$P=4$ に価格規制）



点 E の座標は，$-x+10=x+2 \rightarrow -2x=-8 \rightarrow x^*=4$

逆需要関数に代入して，$P^*=-4+10=6$

$P=4$ のとき，点 B の x 座標は逆 S より $4=x+2 \rightarrow x=2$

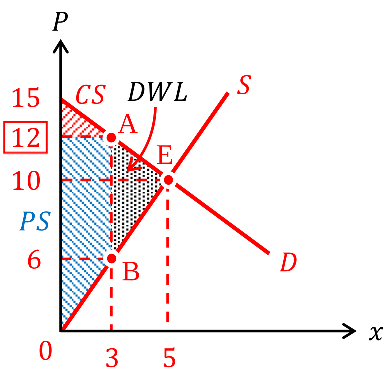
点 A の高さは逆 D より $P=-2+10=8$

$CS=\{(8-4)+(10-4)\}\times 2\div 2=10, PS=2\times(4-2)\div 2=2$

$TS=CS+PS=10+2=12, DWL=(8-4)\times(4-2)\div 2=4$

$CS=$ 10 $,PS=$ 2 $,TS=$ 12 $,DWL=$ 4

2. 逆需要関数：$P=-x+15$，逆供給関数：$P=2x$ （$P=12$ に価格規制）



点 E の座標は，$-x+15=2x \rightarrow -3x=-15 \rightarrow x^*=5$

逆需要関数に代入して，$P^*=-5+15=10$

$P=12$ のとき，点 A の x 座標は逆 D より $12=-x+15 \rightarrow x=3$

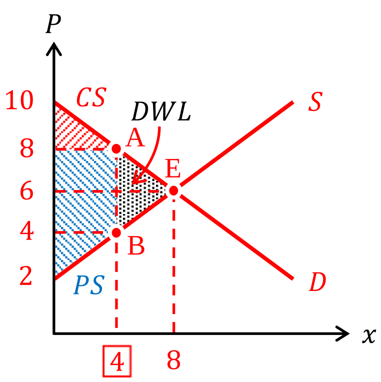
点 B の高さは逆 S より $P=2\cdot 3=6$

$CS=3\times(15-12)\div 2=\frac{9}{2}$，$PS=\{(12-6)+(12-0)\}\times 3\div 2=27$

$TS=CS+PS=\frac{9}{2}+27=\frac{63}{2}$，$DWL=(12-6)\times(5-3)\div 2=6$

$CS=\frac{9}{2}$ $,PS=$ 27 $,TS=\frac{63}{2}$ $,DWL=$ 6

3. 需要関数：$x=-2P+20$，供給関数：$x=2P-4$ （$x=4$ に数量規制）



逆需要関数は $P=-\frac{1}{2}x+10$，逆供給関数は $P=\frac{1}{2}x+2$ であり，

点 E の座標は，$-2P+20=2P-4 \rightarrow -4P=-24 \rightarrow P^*=6$

需要関数に代入して，$x^*=-2\cdot 6+20=8$

$x=4$ のとき，点 A の高さはDより $4=-2P+20 \rightarrow 2P=16 \rightarrow P=8$

この $P=8$ が実現する価格である。

次に，点 B の高さは S より $4=2P-4 \rightarrow -2P=-8 \rightarrow P=4$

$CS=4\times(10-8)\div 2=4$，$PS=\{(8-4)+(8-2)\}\times 4\div 2=20$

$TS=CS+PS=4+20=24$，$DWL=(8-4)\times(8-4)\div 2=8$

$CS=$ 4 $,PS=$ 20 $,TS=$ 24 $,DWL=$ 8

＜補足１０＞ アダム・スミス

「**経済学の父**」と呼ばれるイギリスの経済学者**アダム・スミス**（1723－90）は，スコットランドにあるグラスゴー大学の教授であった。

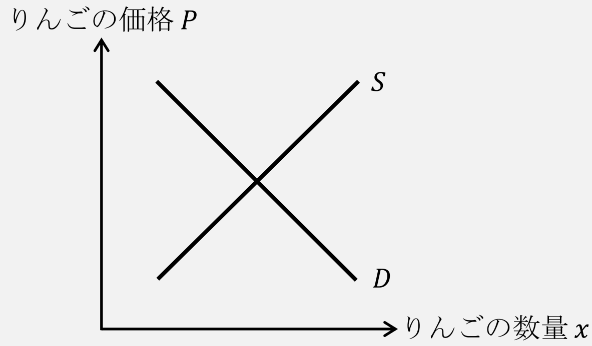
アダム・スミスの著書は，『**国富論**』（1776 年 ; “Wealth of Nations”）（日本語訳によっては『諸国民の富』）が有名であるが，倫理学者（道徳哲学者）として出版した『道徳感情論』（1759 年）も有名である。

時代や研究分野などによって, 経済学は, 古典派, 新古典派, ケインズ派など分かれるが, アダム・スミス，リカード（1772－1823），マルサス（1766－1834），J.S.ミル（1806－73）は「**古典派**」に属している。ちなみに，この 4 人は全員イギリスの経済学者である。J.S.ミル（ジョン・スチュアート・ミル）は哲学者としても非常に有名である。

＜補足１１＞ 部分均衡と一般均衡

経済学には，部分均衡分析と一般均衡分析という 2 つの分析方法がある。

部分均衡分析とは, 1 つの市場のみに着目をして需要曲線と供給曲線から価格や数量について分析をすることである。つまり，下図のようなりんごの市場を表したグラフを使って，りんごの市場に関してだけを分析することが部分均衡分析なのである。



それに対して，**一般均衡分析**とは，すべての財の市場間の関連性までを考慮に入れて，需要と供給の分析を行う分析方法である。

例えば,「もし台風が来てりんご農家に被害がもたらされたら, りんごの供給量が減り（りんごの供給曲線の左シフト），りんごの価格は上昇するだろう」ここまでは部分均衡分析の発想である。それに対して，一般均衡分析の発想は,「もし台風が来てりんご農家に被害がもたらされたら，りんごの供給量が減り，りんごの価格は上昇する。その結果，りんごジュースの市場にも影響が出るはずである。りんごジュース産業にとっては，りんごの仕入れコストが上昇することにより（りんごジュースの供給曲線の左シフト），りんごジュースの価格を上げざるを得なくなる。そうすると, 消費者がりんごジュースの代替品であるオレンジジュースを買うようになった（オレンジジュースの需要曲線の右シフト）とすれば，オレンジジュースの販売量が上昇するかもしれない」。このように，様々な市場の関連性に着目して分析をするのが一般均衡分析なのである。ミクロ経済学の教科書では，エッジワースボックスが登場する箇所が一般均衡分析の範囲である。

はじめよう経済学　－解答編－
第 2 講　価格弾力性

第 2 講では，需要の価格弾力性を中心に学んでいきます。初めて経済学を学ぶ人にとって，需要の価格弾力性の式を理解することがミクロ経済学の一つ目の山かもしれません。授業でも出てきましたが，需要の価格弾力性 ε_D の式は次のような形をしていました。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} \quad \text{もしくは，} \varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x}$$

これらの式はどちらも覚えなければいけない式になりますが，丸暗記するというよりも，式の意味を理解したり，計算問題を何問も解いているうちに自然と覚えているケースも多いように思います。この第 2 講では計算問題を通じて，これらの式の意味と使い方をしっかりと理解することを目指して頑張りましょう。第 1 講と関連させると,「需要の価格弾力性」は需要曲線に関する内容になり，後に出てくる「供給の価格弾力性」は供給曲線に関する内容になります。

＜第 2 講のノーテーション＞

P：財の価格	x：財の数量	ΔP：価格の変化分
Δx：数量の変化分	ε_D：需要の価格弾力性	ε_S：供給の価格弾力性

目次

＜補足一覧＞

1. 需要の価格弾力性の意味

需要の価格弾力性 ε_D（イプシロン・ディーと読む；D は大文字であるが，右下に小さく書き，D は ε の添え字（インデックス）である）の式には次の 2 通りがある。

・　変化分を使うバージョン（変化分バージョン）

$$\varepsilon_D = \boxed{-\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}}}$$

・　微分を使うバージョン（微分バージョン）

$$\varepsilon_D = \boxed{-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}}$$

＊　この 2 式は覚えておきましょう！

ちなみに，「変化分バージョン」の形を次のように変形していくことで「微分バージョン」の形を導くことができるので，「変化分バージョン」を先に覚えたいところである。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\Delta x}{x} \div \frac{\Delta P}{P} = -\frac{\Delta x}{x} \times \frac{P}{\Delta P} = -\frac{\Delta x}{\Delta P}\cdot\frac{P}{x} \fallingdotseq -\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}$$

どちらのバージョンの式であれ，**需要の価格弾力性 $\boldsymbol{\varepsilon_D}$** は

「価格 $\boldsymbol{P}$ が 1%［上昇］したときの，需要量 $\boldsymbol{x}$ の［減少］率」

を意味している。（「価格 P が 1%下落したときの，需要量 x の増加率」と考えてもよい）

したがって，需要の価格弾力性が $\varepsilon_D = 3$ であれば，

「価格が 1%上昇したときに，需要量が 3 %減少する」

もしくは，

「価格が 1%下落したときに，需要量が 3 %増加する」

ということになるのである。

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。

1.　（　　　需要の価格弾力性　　　）とは，価格が 1%上昇（下落）したときの需要量の減少率（増加率）のことであり，ε_D と表記することが多い。

2.　$\varepsilon_D = 5$ のとき，価格が 1%上昇したときの需要量の減少率は（　5　）%である。

3.　$\varepsilon_D = 2$ のとき，価格が 1%下落したときの需要量の（　増加　）率は 2%である。

4.　需要の価格弾力性が小さい財を（　必需　）品，需要の価格弾力性が大きい財を（　奢侈（しゃし）　）品，もしくは，ぜいたく品という。

奢　＊ 必需品と奢侈品の区別は，需要の所得弾力性で定義することも多い。

(2)　次の選択肢のうち，需要の価格弾力性の定義として正しいものを 1 つ選びなさい。

1.　価格が 1%下落したときに，需要量が何%下落するか。

2.　需要量が 1%上昇したときに，価格が何%減少するか。

3.　価格が 1%下落したときに，需要量が何%増加するか。

4.　需要量が 1%下落したときに，価格が何%増加するか。

解答：3

(3)　次の各状況における需要の価格弾力性 ε_D の値を求めなさい。

1.　価格が 1%上昇したとき，需要量が 2%減少した。

ε_Dの定義通りであるので，計算するまでもなく$\varepsilon_D = 2$

$\varepsilon_D =$ 2

2.　価格が 2%上昇したとき，需要量が 6%減少した。

$\varepsilon_D = 6 \div 2 = 3$　$\left(\varepsilon_D\text{の式の通りに考えれば，}\ \varepsilon_D = -\dfrac{-0.06}{0.02} = 3\right)$

$\varepsilon_D =$ 3

3.　価格が 3%下落したとき，需要量が 15%増加した。

$\varepsilon_D = 15 \div 3 = 5$　$\left(\varepsilon_D\text{の式の通りに考えれば，}\ \varepsilon_D = -\dfrac{0.15}{-0.03} = 5\right)$

$\varepsilon_D =$ 5

4.　価格が 4%上昇したとき，需要量が 2%減少した。

$\varepsilon_D = 2 \div 4 = \dfrac{1}{2}(= 0.5)$　$\left(\varepsilon_D\text{の式の通りに考えれば，}\ \varepsilon_D = -\dfrac{-0.02}{0.04} = \dfrac{1}{2}\right)$

$\varepsilon_D = \dfrac{1}{2}$

5.　価格が 10%下落したとき，需要量が 1%増加した。

$\varepsilon_D = 1 \div 10 = \dfrac{1}{10}(= 0.1)$　$\left(\varepsilon_D\text{の式の通りに考えれば，}\ \varepsilon_D = -\dfrac{0.01}{-0.1} = \dfrac{1}{10}\right)$

$\varepsilon_D = \dfrac{1}{10}$

＜補足１＞ x は需要量？

　注意深い人は気付いたかもしれないが，p.1 のノーテーション（記号による表記法）で，x は「財の数量」と書かれていたはずが，需要の価格弾力性の説明が始まった途端，「需要量 x」と書いてある。これは一体どういうことなのだろうか？

　正確に言うと，需要の価格弾力性 ε_D の式の中に登場する x は「財の**需要量**（**消費量**，**購入量**）」であり，後に出てくる供給の価格弾力性 ε_S の式の中に登場する x は「財の**供給量**（**生産量**）」なのである。つまり，同じ文字 x であっても 2 つの側面があるのである。

　なぜこのような 2 つの側面があるのだろうか。実は第 1 講において，仮に需要曲線だけのグラフを考えた場合，横軸 x は需要量を意味しているのである。それに対し，供給曲線だけを考えた場合，横軸 x は供給量を意味している（通常は一つのグラフに需要曲線と供給曲線の両方が書かれるので，x を単に「財の数量」と書いてしまう）。需要の価格弾力性は需要曲線に関する内容であるので，x は需要量を意味していると考えられるのである。

＜補足２＞ 需要の価格弾力性の式の意味

需要の価格弾力性の式の意味は，授業で説明したが，非常に大切な内容であるので改めて説明しておくことにする。

需要の価格弾力性 ε_D は，

$$\varepsilon_D = \boxed{-\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}}} = -\frac{\Delta x}{x} \div \frac{\Delta P}{P} = -\frac{\Delta x}{x} \times \frac{P}{\Delta P} = -\frac{\Delta x}{\Delta P} \cdot \frac{P}{x} \fallingdotseq -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x}$$

というように「変化分バージョン」から「微分バージョン」を導くことができるので，前者を覚えることを優先しよう。ここでは先程の問題(3)の 2.を用いて，「変化分バージョン」（四角で囲った箇所）の意味を解説していく。

問題(3)の 2.は，

「価格が 2%上昇したとき，需要量が 6%減少した」

であったが，これを次のように書き換えてみる。

「価格が 1%上昇したとき，需要量が $\boxed{}$%減少した」

この四角内に入る数値は，「3」であることは簡単にわかるだろう。（価格 2%↑⇒需要量 6%↓なので，価格 1%↑⇒需要量 3%↓だ）

ここで，問題(3)の 2.の問題文から，

「$\underline{\text{価格が 2\%上昇}}$したとき，$\underline{\text{需要量が 6\%減少}}$した」

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow$$

$$\frac{\Delta P}{P} = 0.02\ (2\%) \qquad\qquad \frac{\Delta x}{x} = -0.06\ (-6\%)$$

このような 2 つの式が得られる（ここがわからない人は第 0 講で「4. 変化率」の復習をすること）。これを先程の「変化分バージョン」に代入する。

$$-\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{-0.06}{0.02} = \frac{0.06}{0.02} = 3$$

これからも「3」が得られたが，この値は先程の四角内に入った数値「3」と同じである。

「価格が 1%上昇したとき，需要量が $\boxed{\ 3\ }$%減少した」

つまり，需要の価格弾力性の式

$$-\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}}$$

は「価格が 1%上昇したとき，需要が何%減少するのか」を意味していることがわかったのである。（よくわからなかった人は，もう一度読み返しましょう！とても大事なところです）

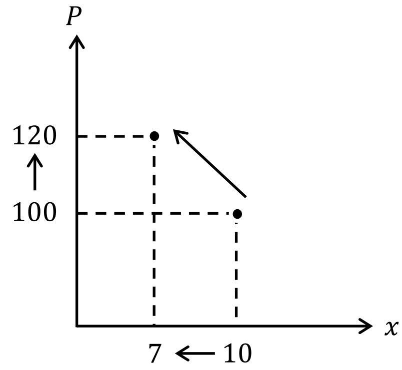
ちなみに，需要の価格弾力性の式にマイナスがついている理由は，この計算例からもわかるように，「価格」と「需要量」は逆に動くので（例えば，価格が上昇すれば需要量は減少する），価格の変化率 $\Delta P/P$ と需要量の変化率 $\Delta x/x$ のどちらかの値がマイナスになるため，それを打ち消すために需要の価格弾力性の式にマイナスがついているのである。

2. 需要の価格弾力性の計算①（変化分バージョン）

ここでは，「変化分バージョン」の需要の価格弾力性の式（以下の式）を用いた計算問題を解いていく。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}}$$

【例題】下図のように，価格が 100 円から 120 円に上昇し，需要量が 10 個から 7 個に減少したときの ε_D を求めなさい。



（解答）

「価格が 100 円から 120 円に上昇」から，価格の変化率 $\Delta P/P$ を求める。

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\text{価格の変化分}}{\text{変化前の価格}} = \frac{\text{変化}\boxed{\text{後}}\text{の価格} - \text{変化}\boxed{\text{前}}\text{の価格}}{\text{変化}\boxed{\text{前}}\text{の価格}} = \frac{120-100}{100} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0.2$$

＊ 分母が変化「前」であることは大切！

これは，価格が 20%上昇したことを表している。

次に，「需要量が 10 個から 7 個に減少」から，需要量の変化率 $\Delta x/x$ を求める。

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\text{需要量の変化分}}{\text{変化前の需要量}} = \frac{\text{変化}\boxed{\text{後}}\text{の需要量} - \text{変化}\boxed{\text{前}}\text{の需要量}}{\text{変化}\boxed{\text{前}}\text{の需要量}} = \frac{7-10}{10} = \frac{-3}{10} = -\frac{3}{10} = -0.3$$

＊ ここも分母は変化「前」ですね！

これは，需要量が 30%減少したことを表している。

したがって，需要の価格弾力性の式（変化分バージョン）より，

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{-0.3}{0.2} = \frac{0.3}{0.2} = \frac{3}{2}(= 1.5)$$

となり，価格が 1%上昇すれば，需要量が 1.5%減少することがわかる。

$$\varepsilon_D = \frac{3}{2}$$

【問題】

(1)　次の各問いに答えなさい。

1.　価格が 120 円から 150 円に上昇したとき，価格の変化率 $\Delta P/P$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{150-120}{120}=\frac{30}{120}=\frac{1}{4}(=0.25)：25\%\uparrow$$

$$\frac{\Delta P}{P}=\quad\frac{1}{4}$$

2.　価格が 150 円から 120 円に下落したとき，価格の変化率 $\Delta P/P$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{120-150}{150}=\frac{-30}{150}=-\frac{1}{5}(=-0.2)：20\%\downarrow$$

$$\frac{\Delta P}{P}=\quad-\frac{1}{5}$$

3.　価格が 80 円から 0 円（無料）に下落したとき，価格の変化率 $\Delta P/P$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{0-80}{80}=\frac{-80}{80}=-1：100\%\downarrow$$

［補足］価格が 0 円から 80 円に上昇する場合は，$\frac{\Delta P}{P}=\frac{80-0}{0}=\frac{80}{0}$ となり，

分母に 0 が入ると，数学上，計算ができない（第 0 講**＜補足 1＞**）

$$\frac{\Delta P}{P}=\quad-1$$

4.　需要量が 8 個から 12 個に増加したとき，需要量の変化率 $\Delta x/x$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta x}{x}=\frac{12-8}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}(=0.5)：50\%\uparrow$$

$$\frac{\Delta x}{x}=\quad\frac{1}{2}$$

5.　需要量が 12 個から 8 個に減少したとき，需要量の変化率 $\Delta x/x$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta x}{x}=\frac{8-12}{12}=\frac{-4}{12}=-\frac{1}{3}：約33\%\downarrow$$

$$\frac{\Delta x}{x}=\quad-\frac{1}{3}$$

6.　需要量が 10 個から 50 個に増加したとき，需要量の変化率 $\Delta x/x$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta x}{x}=\frac{50-10}{10}=\frac{40}{10}=4：400\%\uparrow$$（この結果から分かるように，5 倍＝400%増加である）

$$\frac{\Delta x}{x}=\quad4$$

7.　需要量が 50 個から 10 個に減少したとき，需要量の変化率 $\Delta x/x$ を求めなさい。

$$\frac{\Delta x}{x}=\frac{10-50}{50}=\frac{-40}{50}=-\frac{4}{5}(=-0.8)：80\%\downarrow$$

$$\frac{\Delta x}{x}=\quad-\frac{4}{5}$$

(2)　次の各問いに答えなさい。

1. 価格が 120 円から 150 円に上昇し，需要量が 12 個から 8 個に減少したときの ε_D を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{8-12}{12}}{\frac{150-120}{120}} = -\frac{-\frac{4}{12}}{\frac{30}{120}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{4}{3}$$

$\varepsilon_D = \frac{4}{3}$

2. 価格が 90 円から 80 円に下落し，需要量が 120 個から 150 個に増加したときの ε_D を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{150-120}{120}}{\frac{80-90}{90}} = -\frac{\frac{30}{120}}{-\frac{10}{90}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{9}} = \frac{1}{4} \div \frac{1}{9} = \frac{9}{4}(= 2.25)$$

$\varepsilon_D = \frac{9}{4}$

3. 価格が 1500 円から 2000 円に上昇し，需要量が 40 個から 35 個に減少したときの ε_D を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{35-40}{40}}{\frac{2000-1500}{1500}} = -\frac{-\frac{5}{40}}{\frac{500}{1500}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{8} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{8}(= 0.375)$$

$\varepsilon_D = \frac{3}{8}$

4. 価格が 2000 円から 1800 円に下落し，牛肉の需要量が 2kg から 3kg に増加したときの ε_D を求めなさい。ただし，2kg を 2000g などと直さずにそのままの値を用いて計算すること（問題 5, 6.も同じ）。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{3-2}{2}}{\frac{1800-2000}{2000}} = -\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{200}{2000}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{10} = \frac{10}{2} = 5$$

$\varepsilon_D = 5$

5. 価格が 2000 円から 1800 円に下落し，牛肉の需要量が 2000g から 3000g に増加したときの ε_D を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{3000-2000}{2000}}{\frac{1800-2000}{2000}} = -\frac{\frac{1000}{2000}}{-\frac{200}{2000}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{10} = \frac{10}{2} = 5$$

$\varepsilon_D = 5$

6. 価格が 20 ドルから 18 ドルに下落し，牛肉の需要量が 2kg から 3kg に増加したときの ε_D を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\frac{3-2}{2}}{\frac{18-20}{20}} = -\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{2}{20}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{10} = \frac{10}{2} = 5$$

$\varepsilon_D = 5$

＜補足３＞ ε_D は「単位」の影響を受けない！

前ページの問題 4, 5, 6.の計算結果からわかるように，需要の価格弾力性は，価格や需要量の**単位を変更することの影響を受けない**という特徴をもつ。むしろ，単位を変更するだけで ε_D の値が変わってしまうとなると，ε_D を計算するときに「どの単位を使えばいいの？」という新たな問題が生じてしまう。しかし，需要の価格弾力性は単位の影響を受けないので，私たちはそのような心配をする必要がないのである。（同様に，後で出てくる供給の価格弾力性も単位の影響を受けない）

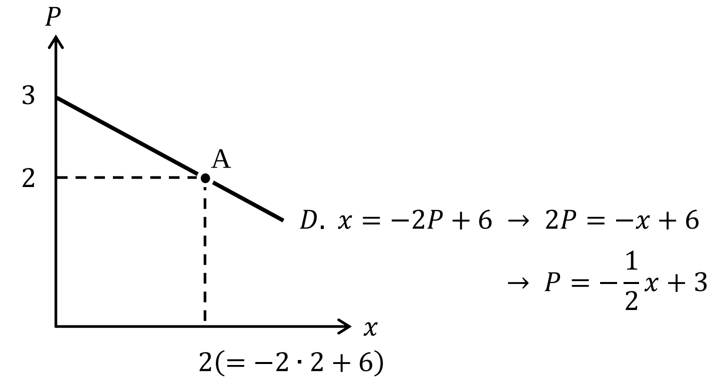
3. 需要の価格弾力性の計算②（微分バージョン）

ここでは，「微分バージョン」の需要の価格弾力性の式（以下の式）を用いた計算問題を解いていく。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}$$

【例題】需要関数が $x = -2P + 6$ であるとき，価格 $P = 2$ における ε_D を求めなさい。

（グラフを用いれば，「下図の点 A における ε_D を求めなさい」という問題になる）



（解答）

この問題を解くときに用いる需要の価格弾力性の式は

$$\varepsilon_D = -\underbrace{\boxed{\frac{dx}{dP}}}_{①}\cdot\frac{\boxed{P}}{\boxed{x}}\begin{matrix}\leftarrow ②\\ \leftarrow ③\end{matrix}$$

であるが，このように式を①～③の 3 つの部分に分けて考えていく。

まず，①の部分は「$x = \cdots$」の式を P で微分する，という意味であるので需要関数である $x = -2P + 6$ を価格 P で微分すればよい。

$$x = \boxed{-2}P + 6 \ \rightarrow\ \frac{dx}{dP} = \boxed{-2}$$

次に，②の部分は問題文中にある $P=2$（点 A での価格）をそのまま代入すればよい。

最後に，③の部分は需要量である x の値を代入すればいいのだが，これは需要関数である $x=-2P+6$ に価格 $P=2$ を代入することで求めることができる。

$$x=-2P+6=-2\cdot 2+6=-4+6=2 \text{（点 A での需要量）}$$

よって，得られた①～③の 3 つの部分の値を需要の価格弾力性の式に代入すると，

$$\varepsilon_D=-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=-(-2)\cdot\frac{2}{2}=2\cdot 1=2$$

となり，$\varepsilon_D=2$ が得られた。

$\varepsilon_D=$　2

【問題】

(1)　次の各問いに答えなさい。

1.　需要関数を $x=-2P+10$ とする。このとき，dx/dP を求めなさい。

$x=\boxed{-2}P+10 \rightarrow \dfrac{dx}{dP}=\boxed{-2}$

$\dfrac{dx}{dP}=$　-2

2.　需要関数を $x=-\dfrac{1}{3}P+\dfrac{5}{2}$ とする。このとき，dx/dP を求めなさい。

$x=-\dfrac{1}{3}P+\dfrac{5}{2} \rightarrow \dfrac{dx}{dP}=-\dfrac{1}{3}$

$\dfrac{dx}{dP}=$　$-\dfrac{1}{3}$

3.　需要関数を $x=-P+4$ とする。このとき，dx/dP を求めなさい。

$x=-P+4 \rightarrow \dfrac{dx}{dP}=-1$

$\dfrac{dx}{dP}=$　-1

4.　逆需要関数を $P=-2x+6$ とする。このとき，dx/dP を求めなさい。

$P=-2x+6 \rightarrow 2x=-P+6 \rightarrow x=-\dfrac{1}{2}P+3 \rightarrow \dfrac{dx}{dP}=-\dfrac{1}{2}$

（別解）$P=-2x+6 \rightarrow \dfrac{dP}{dx}=-2$　逆数をとると，$\dfrac{dx}{dP}=-\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{dx}{dP}=$　$-\dfrac{1}{2}$

5.　逆需要関数を $P=-\dfrac{1}{4}x+5$ とする。このとき，dx/dP を求めなさい。

$P=-\dfrac{1}{4}x+5 \rightarrow \dfrac{1}{4}x=-P+5 \rightarrow x=-4P+20 \rightarrow \dfrac{dx}{dP}=-4$

（別解）$P=-\dfrac{1}{4}x+5 \rightarrow \dfrac{dP}{dx}=-\dfrac{1}{4}$　逆数をとると，$\dfrac{dx}{dP}=-4$

$\dfrac{dx}{dP}=$　-4

(2)　次の各問いに答えなさい。

1.　需要関数が $x=-3P+15$ であるとき，価格 $P=3$ における ε_D を求めなさい。

$x=-3P+15=-3\cdot 3+15=6$ より，

$$\varepsilon_D=-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=-(-3)\cdot\frac{3}{6}=3\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

$\varepsilon_D=\ \frac{3}{2}$

2.　需要関数が $x=-P+12$ であるとき，価格 $P=6$ における ε_D を求めなさい。

$x=-P+12=-6+12=6$ より，

$$\varepsilon_D=-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=-(-1)\cdot\frac{6}{6}=1$$

$\varepsilon_D=\ 1$

3.　需要関数が $x=-\frac{2}{3}P+9$ であるとき，価格 $P=6$ における ε_D を求めなさい。

$x=-\frac{2}{3}P+9=-\frac{2}{3}\cdot 6+9=5$ より，

$$\varepsilon_D=-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=-\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{6}{5}=\frac{4}{5}$$

$\varepsilon_D=\ \frac{4}{5}$

4.　逆需要関数が $P=-2x+10$ であるとき，価格 $P=2$ における ε_D を求めなさい。

$P=-2x+10\ \rightarrow\ 2x=-P+10\ \rightarrow\ x=\boxed{-\frac{1}{2}}P+5=-\frac{1}{2}\cdot 2+5=4$ より，

$$\varepsilon_D=-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=-\left(\boxed{-\frac{1}{2}}\right)\cdot\frac{2}{4}=\frac{1}{4}(=0.25)$$

$\varepsilon_D=\ \frac{1}{4}$

5.　逆需要関数が $P=-3x+12$ であるとき，価格 $P=3$ における ε_D を求めなさい。

$P=-3x+12\ \rightarrow\ 3x=-P+12\ \rightarrow\ x=-\frac{1}{3}P+4=-\frac{1}{3}\cdot 3+4=3$ より，

$$\varepsilon_D=-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=-\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{3}{3}=\frac{1}{3}$$

$\varepsilon_D=\ \frac{1}{3}$

6.　逆需要関数が$P=-\frac{1}{2}x+20$ であるとき，価格 $P=10$ における ε_D を求めなさい。

$P=-\frac{1}{2}x+20\ \rightarrow\ \frac{1}{2}x=-P+20\ \rightarrow\ x=-2P+40=-2\cdot 10+40=20$

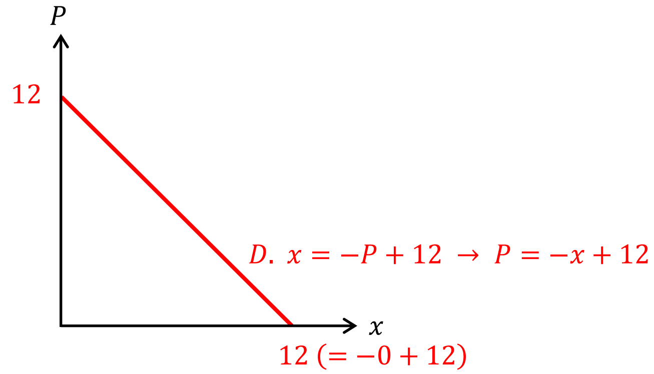
$$\varepsilon_D=-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=-(-2)\cdot\frac{10}{20}=2\cdot\frac{1}{2}=1$$

$\varepsilon_D=\ 1$

(3)　需要関数を $x = -P + 12$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　この需要関数のグラフ（つまり，需要曲線）を書きなさい。ただし，横軸と縦軸における切片の値も書くこと。



2.　$P = 2$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{2}{-2 + 12} = \frac{2}{10}$$

$\varepsilon_D = \frac{1}{5}$

3.　$P = 4$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{4}{-4 + 12} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$\varepsilon_D = \frac{1}{2}$

4.　$P = 6$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{6}{-6 + 12} = \frac{6}{6} = 1$$

$\varepsilon_D = 1$

5.　$P = 8$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{8}{-8 + 12} = \frac{8}{4} = 2$$

$\varepsilon_D = 2$

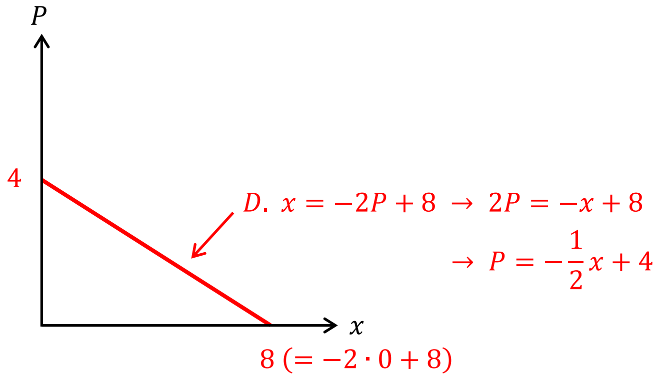
6.　$P = 10$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-1) \cdot \frac{10}{-10 + 12} = \frac{10}{2} = 5$$

$\varepsilon_D = 5$

(4)　需要関数を $x = -2P + 8$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　この需要関数のグラフを書きなさい。ただし，横軸と縦軸における切片の値も書くこと。



2.　$P = 0$ における ε_D の値を求めよ。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{0}{-2 \cdot 0 + 8} = 2 \cdot \frac{0}{8} = 2 \cdot 0 = 0$$

$\varepsilon_D =$ 0

3.　$P = 1$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{1}{-2 \cdot 1 + 8} = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$\varepsilon_D = \frac{1}{3}$

4.　$P = 2$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{2}{-2 \cdot 2 + 8} = 2 \cdot \frac{2}{4} = 1$$

$\varepsilon_D =$ 1

5.　$P = 3$ における ε_D の値を求めなさい。

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{3}{-2 \cdot 3 + 8} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

$\varepsilon_D =$ 3

6.　$P = 3.9$ における ε_D の値を求めなさい。

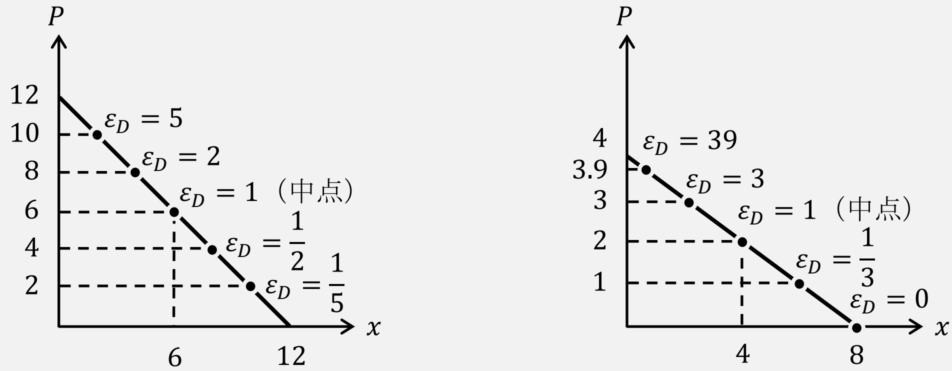
$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = -(-2) \cdot \frac{3.9}{-2 \cdot 3.9 + 8} = 2 \cdot \frac{3.9}{-7.8 + 8} = 2 \cdot \frac{3.9}{0.2} = 2 \cdot \frac{3.9 \times 10}{0.2 \times 10} = 2 \cdot \frac{39}{2} = 39$$

$\varepsilon_D =$ 39

＜補足４＞ 直線である需要曲線上の $\boldsymbol{\varepsilon_D}$

上記の問題(3)と(4)から，**右下がりの直線である需要曲線上において，左上に行けば行くほど，需要の価格弾力性 $\boldsymbol{\varepsilon_D}$ の値が大きくなっていく**ことがわかる。（ちなみに，横軸切片上では $\varepsilon_D = 0$，縦軸切片上では $\varepsilon_D = \infty$である）

問題(3)のグラフ：$D.\ x = -P + 12$　　問題(4)のグラフ：$D.\ x = -2P + 8$



また，上の２つの図から，**右下がりの直線である需要曲線の「中点」では $\boldsymbol{\varepsilon_D = 1}$ になる**ことがわかる。

ところで，**＜補足６＞**で見るが，**右下がりの需要曲線が反比例のグラフであれば，需要曲線上のどの点であっても $\boldsymbol{\varepsilon_D = 1}$ になる**という特徴も大切である。

＜補足５＞ 需要の価格弾力性の「公式」？

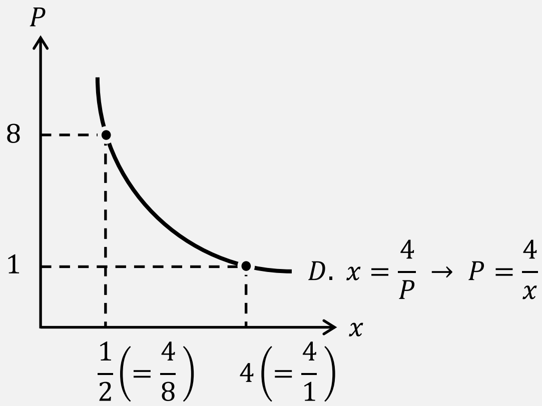
$$\varepsilon_D = -\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} \qquad \varepsilon_D = -\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}$$

これらは「需要の価格弾力性の式（定義式）」であり，「需要の価格弾力性の公式」とは言わない（定義式については第０講の＜補足１８＞で解説している）。そもそも，**公式**というのは（数式で表される）**定理**のことをいう。定理というのは，三平方の定理（直角三角形の各辺の長さにおいて，$a^2 + b^2 = c^2$）のように，数学的に証明をして，正しいことを確認した上で用いるものが定理である。つまり，三平方の定理である「$a^2 + b^2 = c^2$」，この式は公式と言っていいのである。

このように細かいことではあるが，「需要の価格弾力性の式」を「需要の価格弾力性の公式」とは言わないので気を付けよう。小学校の頃から，よく見かける式を「公式だ」「公式だ」と言ってしまう癖がついている人も多いかもしれない。しかし，「本当にこの式は公式なのか？」と一度立ち止まって考えた方がいいかもしれない。

＜補足６＞ 需要曲線が「曲線」のときの ε_D

　需要関数が $x = \dfrac{4}{P}$ であるとき，価格 $P = 1$ における ε_D を求めてみよう。
とその前に，需要関数 $x = \dfrac{4}{P}$ がどのようなグラフで書けるかを確認しておこう。
（下図中の $P = 1$ は問題文中の値であるが，$P = 8$ は参考までに示している）



　このようなグラフを反比例のグラフ，もしくは，**直角双曲線**（もしくは単に，双曲線）という。
　それでは問題文に戻って ε_D の値を求めることとする。需要の価格弾力性の式「微分バージョン」は

$$\varepsilon_D = -\underbrace{\boxed{\frac{dx}{dP}}}_{\text{①}}\cdot\frac{\boxed{P}\leftarrow \text{②}}{\boxed{x}\leftarrow \text{③}}$$

であるので，まずは①の部分から求める。

$x = \dfrac{4}{P} = 4P^{-1}$ より，$\dfrac{dx}{dP} = -1 \cdot 4P^{-1-1} = -4P^{-2} = -4 \cdot \dfrac{1}{P^2} = -\dfrac{4}{P^2}$

＊ 第 0 講の「9. 微分」で習ったように，曲線の式を微分すると変数 P が残る。

　これに $P = 1$ を代入することで，

$$\frac{dx}{dP} = -\frac{4}{P^2} = -\frac{4}{1^2} = -\frac{4}{1} = -4$$

が得られる。
　次に，②の部分は，問題文中にある $P = 1$ をそのまま代入すればよい。
　最後に，③の部分は，需要関数に $P = 1$ を代入することで求めることができる。

$$x = \frac{4}{P} = \frac{4}{1} = 4$$

　よって，得られた①～③の 3 つの部分の値を需要の価格弾力性の式に代入すると，

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x} = -(-4)\cdot\frac{1}{4} = 1$$

となり，$\varepsilon_D = 1$ が得られる。

$\varepsilon_D = \quad 1$

　これで解けたわけであるが別解も示しておくことにしよう。

（別解）

$\dfrac{dx}{dP} = -\dfrac{4}{P^2}$ と $x = \dfrac{4}{P}$ より，

$$\varepsilon_D = -\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x} = -\left(-\frac{4}{P^2}\right)\cdot\frac{P}{\frac{4}{P}} = \frac{4}{P^2}\cdot\left(P \div \frac{4}{P}\right) = \frac{4}{P^2}\times P\times\frac{P}{4} = 1$$

$\underline{\varepsilon_D = \quad 1}$

この別解の特徴は 2 つある。一つは，$P = 1$ を代入せずに解いているところにある（前ページの解き方は，各所で $P = 1$ を使っていた）。しかも，この別解は最後まで $P = 1$ を使っていないのである。この「$P = 1$ を使わずに解けた」ということは重要な意味をもつ。

それは，問題文が，

a.　需要関数が $x = \dfrac{4}{P}$ であるとき，価格 $P = 1$ における ε_D を求めなさい。

b.　需要関数が $x = \dfrac{4}{P}$ であるとき，価格 $P = 8$ における ε_D を求めなさい。

c.　需要関数が $x = \dfrac{4}{P}$ であるとき，価格 $P = \dfrac{1}{2}$ における ε_D を求めなさい。

上記 a, b, c のどの問題文であっても，答えは $\varepsilon_D = 1$ になるということである！

（別解で答えを導くのに，$P = 1$ を使わなかったということは，価格 P がいくらであっても答えは $\varepsilon_D = 1$ になるということ）

別解のもう一つの特徴は，需要関数 $x = \dfrac{\boxed{4}}{P}$ の「4」が最終的に消えて 1 となることである。これは実際に例題を見た方がわかりやすいだろう。

d.　需要関数が $x = \dfrac{2}{P}$ であるとき，価格 $P = 1$ における ε_D を求めなさい。

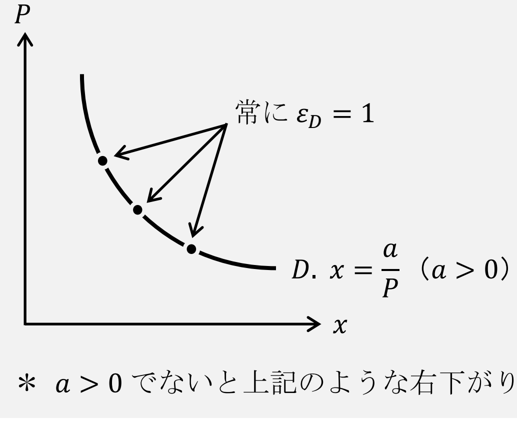
（解答）$\varepsilon_D = -\dfrac{dx}{dP}\cdot\dfrac{P}{x} = -\left(-\dfrac{2}{P^2}\right)\cdot\dfrac{P}{\frac{2}{P}} = \dfrac{2}{P^2}\cdot\left(P \div \dfrac{2}{P}\right) = \dfrac{2}{P^2}\times P\times\dfrac{P}{2} = \underline{1}$

e.　需要関数が $x = \dfrac{100}{P}$ であるとき，価格 $P = 1$ における ε_D を求めなさい。

（解答）$\varepsilon_D = -\dfrac{dx}{dP}\cdot\dfrac{P}{x} = -\left(-\dfrac{100}{P^2}\right)\cdot\dfrac{P}{\frac{100}{P}} = \dfrac{100}{P^2}\cdot\left(P \div \dfrac{100}{P}\right) = \dfrac{100}{P^2}\times P\times\dfrac{P}{100} = \underline{1}$

上記 d, e から，反比例のグラフ（直角双曲線）であれば，$\varepsilon_D = 1$ になることがわかる。

これら，別解の 2 つの特徴をまとめると，下図のように，**右下がりの需要曲線が反比例のグラフであれば，需要曲線上のどの点であっても $\boldsymbol{\varepsilon_D = 1}$ になる**のである！（需要関数の中に $a\,(>0)$ が入っているのは，a はプラスの値ならどんな値でもいいということ）



＊ $a > 0$ でないと上記のような右下がりの需要曲線が書けない。

4. 供給の価格弾力性

需要の価格弾力性 ε_D があれば，供給の価格弾力性 ε_S もある。どちらの考え方も計算方法もとてもよく似ているので，需要の価格弾力性を理解していれば，供給の価格弾力性も簡単に理解できる。

供給の価格弾力性の式も次の 2 通りで書くことができる。

・ 変化分を使うバージョン（変化分バージョン）

$$\varepsilon_S = \boxed{\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}}} \left(= \frac{\Delta x}{x} \div \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta x}{x} \times \frac{P}{\Delta P} = \frac{\Delta x}{\Delta P} \cdot \frac{P}{x} \right)$$

・ 微分を使うバージョン（微分バージョン）

$$\varepsilon_S = \boxed{\frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x}}$$

結局，「需要の価格弾力性の式」と「供給の価格弾力性の式」の違いはマイナスがあるかないかである（ε_D にはマイナスがあり，ε_S にはマイナスがない！）。この違いは，次のように供給の価格弾力性 ε_S の意味を考えれば理解できる。

供給の価格弾力性 $\boldsymbol{\varepsilon_S}$ は

「価格 $\boldsymbol{P}$ が 1% $\boxed{\text{上昇}}$ したときの，供給量 $\boldsymbol{x}$ の $\boxed{\text{増加}}$ 率」

を意味している。（「価格 P が 1%下落したときの，供給量 x の減少率」と考えてもよい）

ところで，需要の価格弾力性 ε_D は

「価格 P が 1% $\boxed{\text{上昇}}$ したときの，需要量 x の $\boxed{\text{減少}}$ 率」

であった。そして，需要の価格弾力性の式に「マイナスがある」理由は，「価格」と「需要量」は逆に動く（例えば，価格が上昇すれば需要量は減少する）ことにあった（＜補足２＞）。これは需要曲線が右下がりであることからもわかることである。

それに対して，供給曲線は右上がりであるので，例えば，価格が上昇すれば供給量は増加する。つまり，「価格」と「供給量」は同じ方向に動くので，供給の価格弾力性の式にマイナスはつけないのである。

＜補足７＞ x は供給量？

需要の価格弾力性の式と供給の価格弾力性の式の違いは「マイナスの有無」だけのように思えるが，もう一つ重要な違いがある。＜補足１＞でも説明したように，需要の価格弾力性 ε_D の式の中の x は「需要量（消費量，購入量）」であり，供給の価格弾力性 ε_S の式の中の x は「供給量（生産量）」であるという違いがある。この違いを強調するために，需要の価格弾力性の式と供給の価格弾力性の式を，次のように表記することもある。

$$\varepsilon_D = -\frac{dD}{dP}\cdot\frac{P}{D} \quad \text{or} \quad \varepsilon_D = -\frac{dx^D}{dP}\cdot\frac{P}{x^D} \qquad \varepsilon_S = \frac{dS}{dP}\cdot\frac{P}{S} \quad \text{or} \quad \varepsilon_S = \frac{dx^S}{dP}\cdot\frac{P}{x^S}$$

ただし，D, x^D は需要量（消費量，購入量），S, x^S は供給量（生産量）である。

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。

1.　（　　供給の価格弾力性　　）とは，価格が 1%上昇（下落）したときの供給量の増加率（減少率）のことであり，ε_S と表記することが多い。
2.　$\varepsilon_S = 2$ のとき，価格が 1%上昇したときの供給量の（　増加　）率は 2%である。
3.　$\varepsilon_S = 3$ のとき，価格が 1%下落したときの供給量の減少率は（　3　）%である。
4.　供給量が 5 個から 7 個に増加したとき，供給量の変化率 $\Delta x/x$は（　40　）%となる。

（解答）$\dfrac{\Delta x}{x} = \dfrac{7-5}{5} = \dfrac{2}{5} = 0.4$：40%↑

(2)　次の各問いに答えなさい。

1.　価格が 100 円から 110 円に上昇し，供給量が 15 個から 18 個に増加したときの ε_S を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\frac{18-15}{15}}{\frac{110-100}{100}} = \frac{\frac{3}{15}}{\frac{10}{100}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{5} \div \frac{1}{10} = \frac{10}{5} = 2$$

$\varepsilon_S =$　2

2.　価格が 4500 円から 3000 円に下落し，供給量が 250 個から 200 個に減少したときの ε_S を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\frac{200-250}{250}}{\frac{3000-4500}{4500}} = \frac{-\frac{50}{250}}{-\frac{1500}{4500}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{5} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{5}(= 0.6)$$

$\varepsilon_S =$　$\dfrac{3}{5}$

3.　供給関数が $x = 2P + 3$ であるとき，価格 $P = 2$ における ε_S を求めなさい。

$x = 2P + 3 = 2 \cdot 2 + 3 = 7$ より，

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 2 \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$$

$\varepsilon_S = \frac{4}{7}$

4.　供給関数が $x = 5P$ であるとき，価格 $P = 10$ における ε_S を求めなさい。

$x = 5P = 5 \cdot 10 = 50$ より，

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 5 \cdot \frac{10}{50} = 5 \cdot \frac{1}{5} = 1$$

$\varepsilon_S = 1$

5.　逆供給関数が $P = 2x - 10$ であるとき，価格 $P = 4$ における ε_S を求めなさい。

$P = 2x - 10 \rightarrow -2x = -P - 10 \rightarrow x = \boxed{\frac{1}{2}} P + 5 = \frac{1}{2} \cdot 4 + 5 = 2 + 5 = 7$ より，

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = \boxed{\frac{1}{2}} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$$

$\varepsilon_S = \frac{2}{7}$

(3)　供給関数を $x = 2P$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　$P = 1$ における ε_S の値を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 1} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$\varepsilon_S = 1$

2.　$P = 2$ における ε_S の値を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 2 \cdot \frac{2}{2 \cdot 2} = 2 \cdot \frac{2}{4} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$\varepsilon_S = 1$

3.　$P = 3$ における ε_S の値を求めなさい。

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 2 \cdot \frac{3}{2 \cdot 3} = 2 \cdot \frac{3}{6} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$\varepsilon_S = 1$

(4)　供給関数を $x = 3P - 1$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　$P = 1$ における ε_S の値を求めよ。

$$\varepsilon_S = \frac{dx}{dP} \cdot \frac{P}{x} = 3 \cdot \frac{1}{3 \cdot 1 - 1} = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$\varepsilon_S = \frac{3}{2}$

2. $P=2$ における ε_S の値を求めなさい。

$$\varepsilon_S=\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=3\cdot\frac{2}{3\cdot 2-1}=3\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{5}(=1.2)$$

$\varepsilon_S=$ $\underline{\frac{6}{5}}$

3. $P=3$ における ε_S の値を求めなさい。

$$\varepsilon_S=\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=3\cdot\frac{3}{3\cdot 3-1}=3\cdot\frac{3}{8}=\frac{9}{8}(=1.125)$$

$\varepsilon_S=$ $\underline{\frac{9}{8}}$

＜補足８＞ 原点を通る直線の供給曲線上の ε_S

上記の問題(3)からわかるように，**供給曲線が原点を通る右上がりの直線であれば，その直線上では常に供給の価格弾力性 $\varepsilon_S=1$ となる**のである。

それでは，本当に「常に $\varepsilon_S=1$ になる」か示してみよう。

供給関数を $x=aP$ （$a>0$）とするとき，

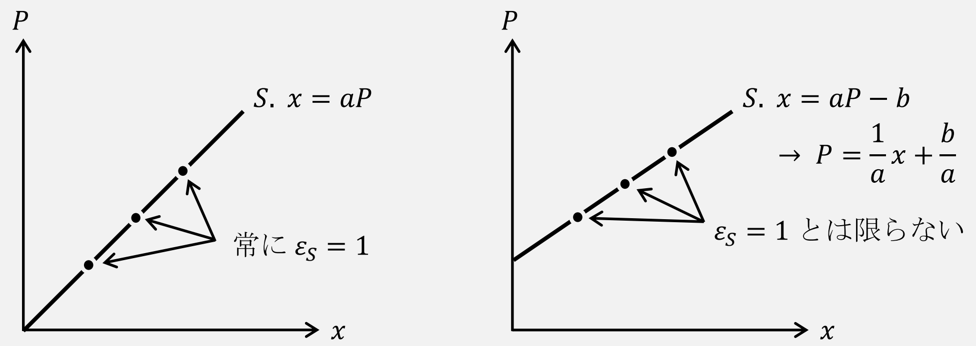
$$\varepsilon_S=\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=a\cdot\frac{P}{aP}=1$$

となり，$\varepsilon_S=1$ が得られる。ここでも注意すべきことは，価格 P に何らかの値を代入しなくても，式から P が消去されているということである。したがって，原点を通る直線の供給曲線上では価格 P の値によらず「常に $\varepsilon_S=1$ になる」のである。

（これを直観的に考えると次の通りである。原点を通る直線は「比例のグラフ」であるため，横軸の値が 2 倍（100%↑）になれば，横軸の値も 2 倍（100%↑）となる。これより，$\varepsilon_S=1$（価格が 1%上昇したときの供給量の増加率は 1%）となる）

ただし，問題(4)からわかるように，供給曲線が原点を通らない右上がりの直線であれば，その直線上で常に $\varepsilon_S=1$ になるわけではないということにも注意をしておいた方がよいだろう。

これらのことを図で書いておくと次のようになる。



【例題】需要関数が $x=-3P+9$，供給関数が $x=2P-1$ であるとき，市場均衡における ε_D と ε_S を求めなさい。

（解答）

まず，市場均衡における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求める。

$-3P+9=2P-1 \rightarrow -5P=-10 \rightarrow P^*=2$

これを需要関数（もしくは，供給関数）に代入すると，

$x^*=-3\cdot 2+9=3 \quad (x^*=2\cdot 2-1=3)$

となる。

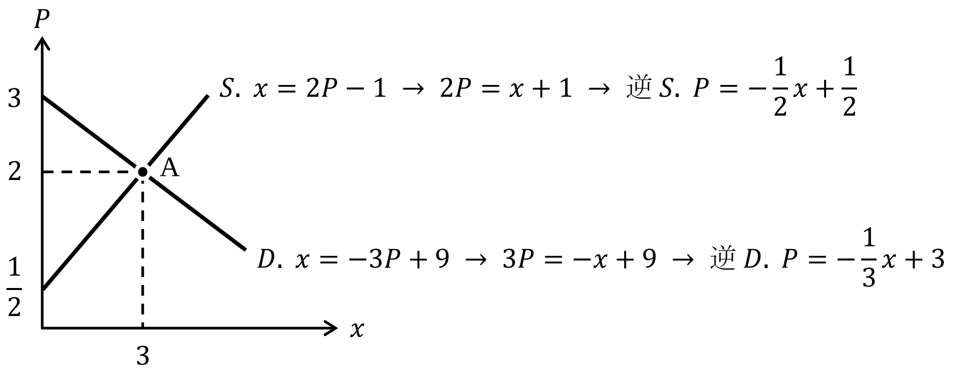
したがって，市場均衡（$P^*=2, x^*=3$）における ε_D と ε_S は次のように求まる。

$\varepsilon_D=-\dfrac{dx}{dP}\cdot\dfrac{P}{x}=-(-3)\cdot\dfrac{2}{3}=\underline{2}$ 　$\leftarrow$ $\varepsilon_D=-\dfrac{dx}{dP}\cdot\dfrac{P^*}{x^*}$ として計算する。

$\varepsilon_S=\dfrac{dx}{dP}\cdot\dfrac{P}{x}=2\cdot\dfrac{2}{3}=\underline{\dfrac{4}{3}}$ 　$\leftarrow$ $\varepsilon_S=\dfrac{dx}{dP}\cdot\dfrac{P^*}{x^*}$ として計算する。

$\varepsilon_D=$ 　2　 $,\varepsilon_S=$ $\dfrac{4}{3}$

グラフを使って考えると，下図の点 A における ε_D と ε_S を求めたということになる。



【問題】

1.　需要関数が $x=-2P+12$，供給関数が $x=P$ であるとき，市場均衡における ε_D と ε_S を求めなさい。

まず，市場均衡における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求める。

$-2P+12=P \rightarrow -3P=-12 \rightarrow P^*=4$

これを需要関数（もしくは，供給関数）に代入すると，

$x^*=-2\cdot 4+12=-8+12=4 \quad (x^*=4)$

となる。したがって，市場均衡（$P^*=4, x^*=4$）における ε_D と ε_S は，

$\varepsilon_D=-\dfrac{dx}{dP}\cdot\dfrac{P}{x}=-(-2)\cdot\dfrac{4}{4}=2$

$\varepsilon_S=\dfrac{dx}{dP}\cdot\dfrac{P}{x}=1\cdot\dfrac{4}{4}=1$（供給曲線が原点を通る右上がりの直線より $\varepsilon_S=1$：**＜補足８＞**）

となる。

$\varepsilon_D=$ 　2　 $,\varepsilon_S=$ 　1

2. 需要関数が $x=-P+12$，供給関数が $x=2P-3$ であるとき，市場均衡における ε_D と ε_S を求めなさい。

まず，市場均衡における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求める。

$-P+12=2P-3 \;\rightarrow\; -3P=-15 \;\rightarrow\; P^*=5$

これを需要関数（もしくは，供給関数）に代入すると，

$x^*=-5+12=7 \quad (x^*=2\cdot 5-3=7)$

となる。したがって，市場均衡（$P^*=5, x^*=7$）における ε_D と ε_S は，

$$\varepsilon_D=-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=-(-1)\cdot\frac{5}{7}=\frac{5}{7}$$

$$\varepsilon_S=\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=2\cdot\frac{5}{7}=\frac{10}{7}$$

となる。

$\varepsilon_D=\frac{5}{7}$ ，$\varepsilon_S=\frac{10}{7}$

3. 逆需要関数が $P=-3x+16$，逆供給関数が $P=x+8$ であるとき，市場均衡における ε_D と ε_S を求めなさい。

まず，市場均衡における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求める。

$-3x+16=x+8 \;\rightarrow\; -4x=-8 \;\rightarrow\; x^*=2$

これを逆需要関数（もしくは，逆供給関数）に代入すると，

$P^*=-3\cdot 2+16=-6+16=10 \quad (P^*=2+8=10)$

となる。また，

$D.\;\; P=-3x+16 \;\rightarrow\; 3x=-P+16 \;\rightarrow\; x=-\frac{1}{3}P+\frac{16}{3} \;\rightarrow\; \frac{dx}{dP}=-\frac{1}{3}$

$S.\;\; P=x+8 \;\rightarrow\; -x=-P+8 \;\rightarrow\; x=P-8 \;\rightarrow\; \frac{dx}{dP}=1$

より，市場均衡（$P^*=10, x^*=2$）における ε_D と ε_S は，

$$\varepsilon_D=-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=-\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{10}{2}=\frac{1}{3}\cdot 5=\frac{5}{3}$$

$$\varepsilon_S=\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=1\cdot\frac{10}{2}=5$$

となる。

$\varepsilon_D=\frac{5}{3}$ ，$\varepsilon_S=5$

4.　逆需要関数が $P=\frac{4}{x}$，逆供給関数が $P=x$ であるとき，市場均衡における ε_D と ε_S を求めなさい。（ヒント）**＜補足６＞**と**＜補足８＞**

まず，市場均衡における均衡価格 P^* と均衡数量 x^* を求める。

$\frac{4}{x}=x \rightarrow 4=x^2=4 \rightarrow x>0$ より，$x^*=2$

これを逆需要関数（もしくは，逆供給関数）に代入すると，

$P^*=\frac{4}{2}=2 \quad (P^*=2)$

となる。また，

$D.\ P=\frac{4}{x} \rightarrow x=\frac{4}{P}=4P^{-1} \rightarrow \frac{dx}{dP}=-1\cdot 4P^{-1-1}=-4P^{-2}=-\frac{4}{P^2}$

$S.\ P=x \rightarrow x=P \rightarrow \frac{dx}{dP}=1$

より，市場均衡（$P^*=2, x^*=2$）における ε_D と ε_S は，

$\varepsilon_D=-\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=-\left(-\frac{4}{2^2}\right)\cdot\frac{2}{2}=\frac{4}{4}\cdot 1=1$（**＜補足６＞**より $\varepsilon_D=1$）

$\varepsilon_S=\frac{dx}{dP}\cdot\frac{P}{x}=1\cdot\frac{2}{2}=1$（供給曲線が原点を通る右上がりの直線より $\varepsilon_S=1$：**＜補足８＞**）

となる。

$\varepsilon_D=$ 1 ,$\varepsilon_S=$ 1

はじめよう経済学　ー解答編ー
第 3 講　予算線と無差別曲線

第 3 講では,「効用最大化」を学ぶ上で欠かすことのできない「予算線」と「無差別曲線」を学んでいきます。本格的に効用最大化を学ぶのは第 5 講になるので，今回と次回は第 5 講を学ぶための準備という位置づけになります。

3 回の授業（第 3, 4, 5 講）にまたがって効用最大化に関する内容を扱いますので，今一体何の勉強をしているのか？と自分の立ち位置を見失ってしまうかもしれません。そのため，今回の最初に「1. 効用最大化（概要)」という節を設けています。この節で学ぶことが「3 回に渡って学ぶことの概要なんだ」と理解しておいてください。

今回の第 3 講とこれまでの第 1, 2 講との大きな違いは，前回までは 1 種類の財しか扱っていませんでしたが，今回は 2 種類の財（X 財と Y 財）を扱うことになります。第 1 講の**＜補足２＞**で学んだように，需要曲線や供給曲線では，1 種類の財しか扱っていませんでした。今回から学ぶ効用最大化では「X 財の買う量を減らす代わりに，Y 財を多く買いたい」などといった消費行動も考えていきたいので, 2 種類（以上）の財を扱うことになるのです。

＜第 3 講のノーテーション＞

x：X 財の数量（**消費量**，購入量，需要量）　y：Y 財の数量（**消費量**，購入量，需要量）

P_x：X 財の価格　P_y：Y 財の価格　I：所得　U：効用

E_x：X 財への支出額　E_y：Y 財への支出額

［注意１］グラフは，横軸を「X 財の数量 x」，縦軸を「Y 財の数量 y」とする。

［注意２］所得 I は使い切るものとする。（つまり，買い物をするときにお金を余らさない）

［注意３］好きな財とは，消費をしても効用が下がらない財のことであるとする。

目次

＜補足一覧＞

1．効用最大化（概要）

授業の復習をしていくことにしよう。

効用最大化問題とは，

「消費者が効用（満足度）を最大化するように財の消費量を決定する」

ことである。もう少し簡単に言うと，「私たちが，満足度が最も高くなるようにどの商品を何個買うかを決める」ことである。

授業と同様に，議論を単純化するために（議論の本質をつかむために），次のようなストーリーを考える。

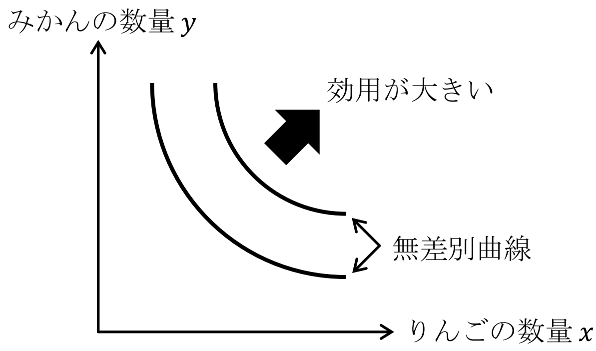
「あなたが八百屋にいったら，りんご（X 財）とみかん（Y 財）しか売っていなかった。そこで，あなたは手持ちのお金をすべて使って，りんごとみかんを買うことにした」

さて，あなたはりんごとみかんを何個ずつ買うだろうか？

このような問いに答えるためにミクロ経済学では，「無差別曲線」と「予算線」を使って考える。まずは，無差別曲線の特徴からおさらいしていこう。

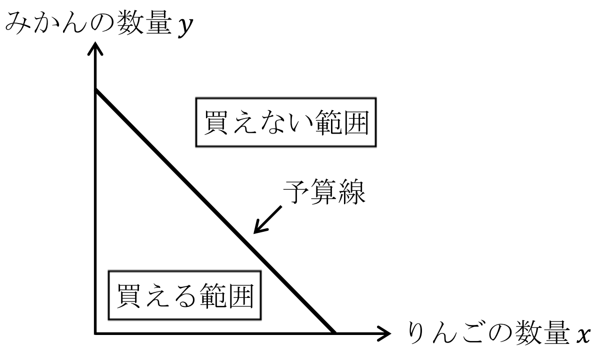
私たち消費者は，財に対して好み（**選好**）をもっているが，それを表すのが**無差別曲線**である。無差別曲線は「**同じ効用**を実現する点の集まり」であるが，これはグラフで書けば，例えば下図のように書くことができる。

＊ 直線や曲線も点の集まりと考えることができる。



X 財，Y 財ともに好きな財であれば，右上に位置する無差別曲線上ほど，得られる効用が大きくなる。（図では，横軸を「りんごの数量 x 」，縦軸を「みかんの数量 y 」としている）

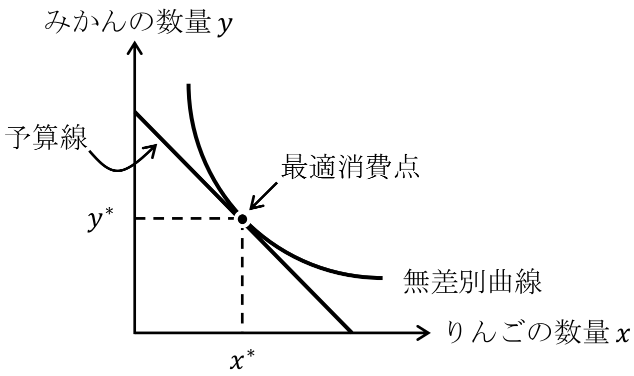
次に，消費者が持っている所得（予算）で「買うことができる範囲」と「買うことができない範囲」の境界線が**予算線**である。予算線は次図のように表すことができるが，予算線の左下の領域は「買える範囲」，右上の領域は「買えない範囲」を表し，**予算線上では所得を使い切る**という特徴がある。



下図のように，無差別曲線と予算線の両方を 1 つのグラフに書き入れたとき，無差別曲線と予算線がちょうど接する点（**接点**）を**最適消費点**という。この点が，

「所得を使い切り，効用が最大になるような財の消費量を表す点」

である。下図では，りんごを x^* 個，みかんを y^* 個購入することが，ある消費者の効用を最大化しているということになるのである。



【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に○を書きなさい。

1. 経済学では，満足度のことを（ 効用 ）といい，消費者はこれを最大化するように，財の（ 消費量 ）を決定する。 消費量は「購入量」，「需要量」でも可
2. （ 無差別曲線 ）とは，同じ効用が得られる点を集めた曲線であり，一般的には，（ 右上がり /○右下がり ）の曲線で表すことができる。また，（○右上 / 左下 ）に位置する曲線ほど，その曲線上で実現する効用は大きい。
3. 買える範囲と買えない範囲の境界線であり，その線上では，所得を使い切るような線を（ 予算線 ）という。これは（ 右上がり /○右下がり ）の直線で表すことができる。
4. 標準的な無差別曲線と予算線の接点を（ 最適消費点 ）といい，この点においては消費者の効用最大化が実現している。

(2)　次の英単語を 3 回ずつ書きなさい。

効用 U　　　　Utility：効用

（ Utility ），（ Utility ），（ Utility ）

所得 I　　　　Income：所得

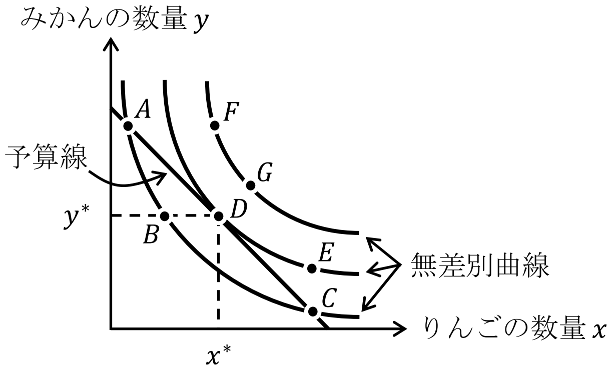
（ Income ），（ Income ），（ Income ）

支出額 E　　　Expenditure：支出（エクスペンディチャー）

（ Expenditure ），（ Expenditure ）

（ Expenditure ）

(3)　以下のグラフに関して，次の各問いに記号 A～G の中から答えなさい。



1.　効用が最も高い点をすべて答えなさい。　（ F，G ）
2.　効用が最も低い点をすべて答えなさい。　（ A，B，C ）
3.　点 B と効用が同じ点をすべて答えなさい。　（ A，C ）
4.　所得をちょうど使い切る点をすべて答えなさい。　（ A，C，D ）
5.　購入できない点をすべて答えなさい。　（ E，F，G ）
6.　所得の範囲内で効用を最大化する点を答えなさい。　（ D ）

＜補足１＞ 2 財は平面，3 財は立体？

ここまで，X 財と Y 財の 2 種類の財を考えてきた。横軸を「X 財の数量」，縦軸を「Y 財の数量」としたわけであるが，X 財と Y 財と Z 財の 3 種類の財を考えるとグラフはどうなるのだろうか。実は，簡単に拡張することができて，x 軸，y 軸，z 軸をもつ 3 次元の曲面が描けるグラフになるのである。

つまり，2 種類の財（2 財）を考えると 2 次元，3 財を考えると 3 次元，4 財を考えると 4 次元，そして，n 種類の財（n 財）を考えると，n 次元で考えることになる。3 次元までならグラフを書くことができるが，4 次元以上になるとグラフを書くことができない。このように，たった 4 種類の財になっただけでグラフでは 4 次元空間を考えることになり，予算線や無差別曲線を書くことは不可能になるのである。経済学で 4 次元空間や n 次元空間という言葉が登場することに驚いた人もいるかもしれないが，経済学の応用分野では財の種類は n 種類で考えることがあり，このとき「財空間は n 次元」となるのである。

2. 予算線の性質

2 財モデル（X 財と Y 財）を考え，X 財の消費量を x，Y 財の消費量を y，X 財の価格を P_x，Y 財の価格を P_y，所得を I，所得 I は使い切るとすると，**予算制約式**は，

$$\underbrace{\underbrace{P_x \cdot x}_{X\text{財への支出額}E_x} + \underbrace{P_y \cdot y}_{Y\text{財への支出額}E_y}}_{\text{支出額}E\text{（全体）}} = \underbrace{I}_{\text{所得}} \quad \text{：予算制約式（書き方①）}$$

と表すことができる。この式から縦軸を y とするグラフを書くために，「$y = \cdots$」の式に直すと，

$$P_x \cdot x + P_y \cdot y = I$$
$$P_y \cdot y = -P_x \cdot x + I$$

よって，

$$\boxed{y = -\frac{P_x}{P_y} \cdot x + \frac{I}{P_y}} \quad \text{：予算制約式（書き方②）}$$

となり，予算線は傾きが $-\dfrac{P_x}{P_y}$，切片が $\dfrac{I}{P_y}$ となる**右下がりの直線**だとわかるのである。

また，$\dfrac{P_x}{P_y}$ は**価格比**，もしくは**相対価格**とも言う。文章中では P_x/P_y と表記してもよい。

ちなみに，予算線を式で書いたものが予算制約式であり，予算制約式をグラフで書いたものが予算線である。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 予算線の傾き（の絶対値）である P_x/P_y を（　価格比　）という。　「相対価格」も可
2. $P_x = 20$，$P_y = 5$ のとき，P_x/P_y は（　4　）である。これは，もし仮に X 財の購入を 1 個分やめたときに，それによって余る 20 円を，Y 財の購入に回せば，Y 財を（　4　）個だけ買えると解釈することができる。　$P_x/P_y = 20/5 = 20 \div 5 = 4$
3. $P_x = 100$，$x = 4$，$P_y = 50$，$y = 12$ のとき，この消費者の X 財への支出額は（　400　）であり，Y 財への支出額は（　600　）である。　（前半）100×4　（後半）50×12
4. $P_x = 20$，$x = 5$，$P_y = 30$，$y = 2$，$I = 160$ のとき，もし仮に所得 I の全額を X 財の購入に使ったのなら，X 財を（　8　）個購入することができる。　$I \div P_x = I/P_x = 160/20$
5. 予算線の y 切片である I/P_y は，所得 I の全額を（　X 財　/〇Y 財　）の購入に使った場合に，いくつの財が買えるかを表している。
6. 予算線の x 切片である I/P_x は，所得 I の全額を（〇X 財　/　Y 財　）の購入に使った場合に，いくつの財が買えるかを表している。

問題(1)の 2.で見た価格比 P_x/P_y の解釈も理解しておくとよい。要するに，価格比は「**X 財を 1 個買うのをやめたときに，Y 財が何個買えるか**」を意味するのである。

(2)　次の各問いに答えなさい。ただし，X 財の数量（購入量）を x，Y 財の数量（購入量）を y，X 財の価格を $P_x = 10$，Y 財の価格を $P_y = 20$，所得を $I = 200$ とする。

1.　予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$10x + 20y = 200 \ \rightarrow\ 20y = -10x + 200 \ \rightarrow\ y = -\frac{10}{20}x + \frac{200}{20} = -\frac{1}{2}x + 10$

＊ まれに，$y = -\frac{10}{20}x + \frac{200}{20}$ と答える人がいるが，約分した形で答えるのが通常である。

$y = \quad -\frac{1}{2}x + 10$

2.　価格比 P_x/P_y を求めなさい。

$\frac{P_x}{P_y} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

$\frac{P_x}{P_y} = \quad \frac{1}{2}$

3.　X 財を購入しないとき（$x = 0$），Y 財の購入量 y を求めなさい。

$10 \cdot 0 + 20y = 200 \ \rightarrow\ 20y = 200 \ \rightarrow\ y = 10$

$y = \quad 10$

4.　X 財を 6 個購入するとき（$x = 6$），Y 財の購入量 y を求めなさい。

$10 \cdot 6 + 20y = 200 \ \rightarrow\ 20y = 200 - 60 = 140 \ \rightarrow\ y = 7$

$y = \quad 7$

5.　Y 財を購入しないとき（$y = 0$），X 財の購入量 x の値を求めなさい。

$10x + 20 \cdot 0 = 200 \ \rightarrow\ 10x = 200 \ \rightarrow\ x = 20$

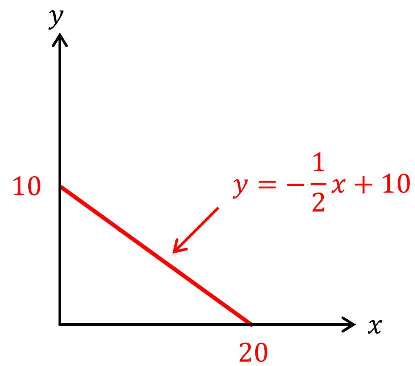
$x = \quad 20$

6.　Y 財を 7 個購入するとき（$y = 7$），X 財の購入量 x の値を求めなさい。

$10x + 20 \cdot 7 = 200 \ \rightarrow\ 10x = 200 - 140 = 60 \ \rightarrow\ x = 6$

$x = \quad 6$

7.　予算線のグラフを書きなさい。ただし，x 切片，y 切片の値をグラフ中に明記すること。



8.　X 財を 5 個購入するとき，X 財への支出額 E_x と Y 財への支出額 E_y を求めなさい。

$E_x = P_x x = 10 \cdot 5 = 50 \qquad E_x + E_y = 200 \ \rightarrow\ 50 + E_y = 200 \ \rightarrow\ E_y = 200 - 50 = 150$

［補足］$y = 7$ であり $E_y = 140$ と考えた人もいるかもしれない。正しい答えは，$y = 7.5$ であり $E_y = 150$ である。所得は使い切り，通常，財の個数に小数は許すのである。

$E_x = \quad 50 \qquad , E_y = \quad 150$

(3)　次の各問いに答えなさい。ただし，X 財の数量（購入量）を x，Y 財の数量（購入量）を y，X 財の価格を P_x，Y 財の価格を P_y，所得を I とする。

1.　予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$P_x x + P_y y = I \ \rightarrow \ P_y y = -P_x x + I \ \rightarrow \ y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{I}{P_y}$

$y = \quad -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{I}{P_y}$

2.　$x = 0$ であるときの y の式を書きなさい。

$y = -\frac{P_x}{P_y} \cdot 0 + \frac{I}{P_y} = \frac{I}{P_y}$

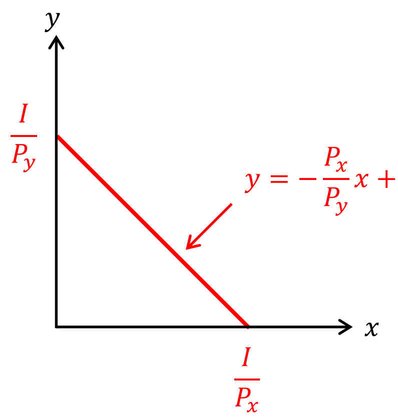
$y = \quad \frac{I}{P_y}$

3.　$y = 0$ であるときの x の式を書きなさい。

$P_x x + P_y \cdot 0 = I \ \rightarrow \ P_x x = I \ \rightarrow \ x = \frac{I}{P_x}$

$x = \quad \frac{I}{P_x}$

4.　予算線のグラフを書きなさい。ただし，x 切片，y 切片の値（式）をグラフ中に明記すること。



5.　Y 財への支出額 E_y の式を書きなさい。

価格 P_y である Y 財を y だけ購入したので，Y 財への支出額 E_y は $P_y \times y = P_y y$ である。

$E_y = \quad P_y y$

（別解）

X 財への支出額 E_x は $P_x \times x = P_x x$ であるので，

$E_x + E_y = I \ \rightarrow \ P_x x + E_y = I \ \rightarrow \ E_y = I - P_x x$

と解答してもよい。

$E_y = \quad I - P_x x$

＜補足２＞ りんご 2「個」と 2「単位」

この授業ではわかりやすさを優先するため，X 財（例えば，りんご）の数量を 2 個や 3 個といったように，数量の単位を「個」で表している。ただ，単位を「個」とすると，りんご 2 個が，2 玉のことなのか，2 切れのことなのか，段ボール 2 箱分のことなのか不明確である。経済学では，単位が 2「玉」なのか 2「切れ」なのかといった本質的ではない議論を避けるために，単位をそのまま「単位」と呼んでしまい，りんごの数量を 2 単位，3 単位と数えることが多いのである。

(4) 次の各問いに答えなさい。ただし，X 財の数量（購入量）を x，Y 財の数量（購入量）を y，変化前の X 財の価格を $P_x = 20$，Y 財の価格を $P_y = 4$，所得を $I = 100$ とする。

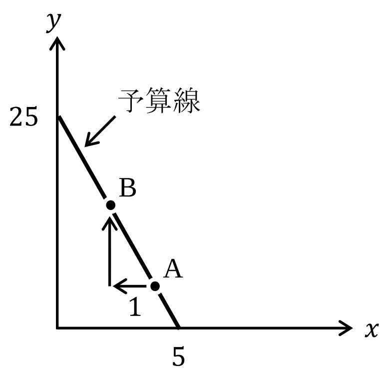
1. 予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$20x + 4y = 100 \rightarrow 4y = -20x + 100 \rightarrow y = -5x + 25$

$y =$ $-5x + 25$

2. 1.の予算線のグラフに関する次の文章について，括弧内に入る適切な数値を書きなさい。

価格比 P_x/P_y は（ 5 ）であるため，下図において，点 A から左に 1 だけ進んだとき，再び予算線上に戻るためには上に（ 5 ）だけ進めば，点 B に辿り着くことになる。これは，X 財を 1 単位買うのをやめたとき，Y 財を追加的に（ 5 ）単位買うことができることを意味している。 $P_x/P_y = 20/4 = 5$



3. X 財の消費を 3 単位あきらめたとき，Y 財は追加的に何単位消費できるか求めなさい。

$3 \times 5 = 15$

15 単位

4. X 財の消費を 1 単位増加させたとき，Y 財の消費を何単位あきらめなければならないか求めなさい。

上図で考えると点 B から右に 1 だけ進めば，下に 5 だけさがらなければならない。

5 単位

5. X 財の消費を 2 単位増加させたとき，Y 財の消費を何単位あきらめなければならないか求めなさい。

$2 \times 5 = 10$

10 単位

(5)　次の各問いに答えなさい。ただし，X 財の数量（購入量）を x，Y 財の数量（購入量）を y，変化前の X 財の価格を $P_x = 12$，Y 財の価格を $P_y = 10$，所得を $I = 120$ とする。

1.　予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$12x + 10y = 120 \ \rightarrow\ 10y = -12x + 120 \ \rightarrow\ y = -\frac{6}{5}x + 12$

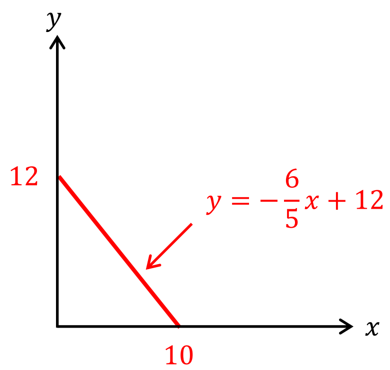
$y = \quad -\frac{6}{5}x + 12$

2.　Y 財を購入しないとき（$y = 0$），X 財の購入量 x の値を求めなさい。

$12x + 10 \cdot 0 = 120 \ \rightarrow\ 12x = 120 \ \rightarrow\ x = 10$

$x = \quad 10$

3.　予算線のグラフを書きなさい。ただし，x 切片，y 切片の値をグラフ中に明記すること。

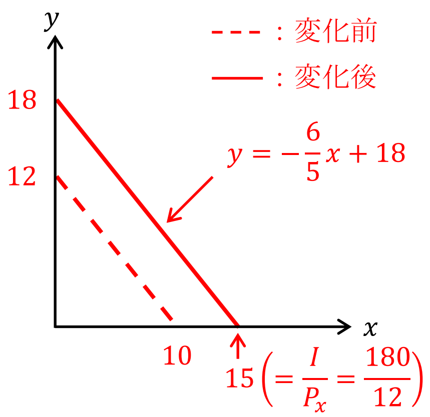


4.　所得のみが $I = 180$ に増加したとき，予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$12x + 10y = 180 \ \rightarrow\ 10y = -12x + 180 \ \rightarrow\ y = -\frac{6}{5}x + 18$

$y = \quad -\frac{6}{5}x + 18$

5.　所得のみが $I = 180$ に増加したときの予算線のグラフを書きなさい。ただし，所得の変化前の予算線のグラフも合わせて書き，それぞれのグラフの x 切片，y 切片の値も明記すること。

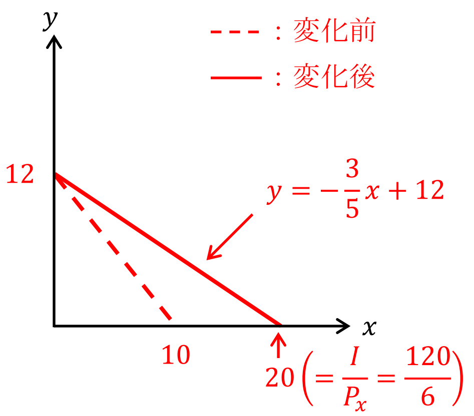


6. X 財の価格のみが $P_x = 6$ に下落したとき，予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$6x + 10y = 120 \ \rightarrow \ 10y = -6x + 120 \ \rightarrow \ y = -\frac{3}{5}x + 12$

$y = \quad -\frac{3}{5}x + 12$

7. X 財の価格のみが $P_x = 6$ に下落したときの予算線のグラフを書きなさい。ただし，価格の変化前の予算線のグラフも合わせて書き，それぞれのグラフの x 切片，y 切片の値も明記すること。

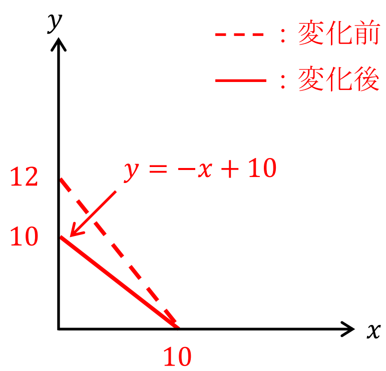


8. Y 財の価格のみが $P_y = 12$ に上昇したとき，予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書け。

$12x + 12y = 120 \ \rightarrow \ 12y = -12x + 120 \ \rightarrow \ y = -x + 10$

$y = \quad -x + 10$

9. Y 財の価格のみが $P_y = 12$ に上昇したときの予算線のグラフを書きなさい。ただし，価格の変化前の予算線のグラフも合わせて書き，それぞれのグラフの x 切片，y 切片の値も明記すること。



10. 所得 $I = 120$，X 財の価格 $P_x = 12$，Y 財の価格 $P_y = 10$ がすべて 2 倍になったとき，予算制約式を「$y = \cdots$」の形で書きなさい。

$24x + 20y = 240 \ \rightarrow \ 20y = -24x + 240 \ \rightarrow \ y = -\frac{6}{5}x + 12$（1.と同じ解答になる）

$y = \quad -\frac{6}{5}x + 12$

＜補足３＞ 所得，価格がすべて n 倍

問題(5)の 10.で見たように，所得 I，X 財の価格 P_x，Y 財の価格 P_y がすべて 2 倍になった場合，予算線は変化しない（もちろん，予算線が変化しないと最適消費点も変化しない）。

これは直観的にも明らかであろう。例えば，給料が 2 倍になったとしても，世の中の商品の値段がすべて 2 倍になれば買える量は変わらないという訳である。もちろん，所得と価格がすべて 3 倍や 10 倍になった場合でも予算線は変化しない。このことから，世の中の賃金が上昇していても物価が上昇したら，果たしてそこに意味はあるのか？という疑問が生まれてくるのも当然なのである。(**物価**とは，マクロ経済学で登場する用語であるが，ここでは「世の中の商品の平均的な価格」と理解しておけばよい)

＜補足４＞ 「所得 2 倍」と「全品半額」

問題(5)の設定（$P_x = 12$，$P_y = 10$，$I = 120$）を例にして，予算制約式を書くと，

$$P_x x + P_y y = I$$

$$12x + 10y = 120 \quad \cdots ①$$

である。ここで，「所得を 2 倍」にすると，

$$12x + 10y = 240 \quad \cdots ②$$

となる。ここで，②式の両辺を 2 で割ると，

$$6x + 5y = 120 \quad \cdots ③$$

となり，もちろん，②式と③式は（実質的には）同じ予算線である。（**＜補足３＞**より）

ここで，①式と②式を比べてみると，②式は，①式の所得を 2 倍にしたものである。次に①式と③式を比べてみると，③式は，①式のすべての価格を半額にしたものである。そして，②式と③式が（実質的に）同じ予算線であったことから，次の 2 つの状況の変化は（実質的に）同じ変化なのである。

所得 2 倍： ① $P_x = 12, P_y = 10, I = 120 \quad \rightarrow \quad$ ② $P_x = 12, P_y = 10, I = \boxed{240}$

全品半額： ① $P_x = 12, P_y = 10, I = 120 \quad \rightarrow \quad$ ③ $P_x = \boxed{6}, P_y = \boxed{5}, I = 120$

つまり，「給料を 2 倍にすること」と「世の中のすべての商品が半額になること」ではどちらも同じということである。

元の予算制約式 $P_x x + P_y y = I$ から「所得 2 倍」と「全品半額」が同じ変化であることを，より一般的に書いておくと，

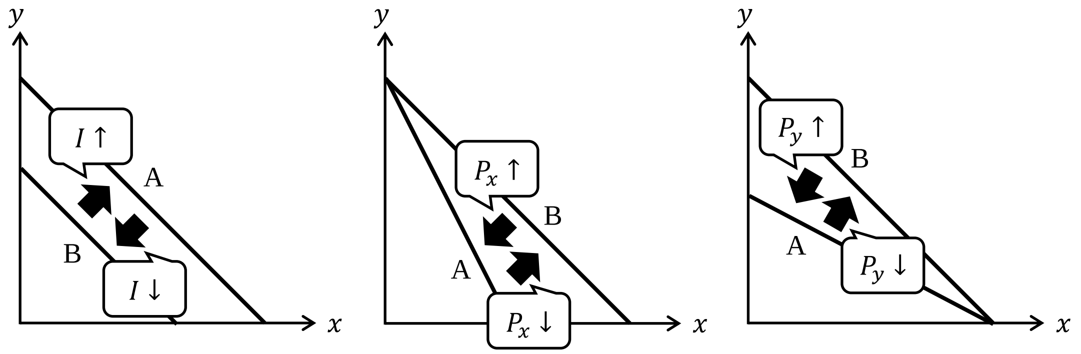
$$P_x x + P_y y = 2I \underset{\text{同じ}}{\leftrightarrow} \frac{P_x}{2}x + \frac{P_y}{2}y = I$$

となる。

3. 予算線のシフト

前節の問題(5)で，予算線がシフトする様子を見たが，ここに予算のシフトについてまとめておこう。

［所得 I の変化］　　［X 財の価格 P_x の変化］　　［Y 財の価格 P_y の変化］



【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る正しい語句に○を書きなさい。

1.　I が増加した場合，予算線は（○平行に右上　/　平行に左下　/　時計回り　/　反時計回り　）にシフトする。

2.　I が減少した場合，予算線は（　平行に右上　/○平行に左下　/　時計回り　/　反時計回り　）にシフトする。

3.　P_x が上昇した場合，予算線は（　平行に右上　/　平行に左下　/○時計回り　/　反時計回り　）にシフトする。　y 切片を中心に時計回り

4.　P_x が下落した場合，予算線は（　平行に右上　/　平行に左下　/　時計回り　/　○反時計回り　）にシフトする。　y 切片を中心に反時計回り

5.　P_y が上昇した場合，予算線は（　平行に右上　/　平行に左下　/　時計回り　/　○反時計回り　）にシフトする。　x 切片を中心に反時計回り

6.　P_y が下落した場合，予算線は（　平行に右上　/　平行に左下　/○時計回り　/　反時計回り　）にシフトする。　x 切片を中心に時計回り

7.　I が増加した場合，価格比 P_x/P_y は（　増加する　/　減少する　/○不変である　）。

8.　P_x が上昇した場合，価格比 P_x/P_y は（○増加する　/　減少する　/　不変である　）。

9.　P_y が下落した場合，価格比 P_x/P_y は（○増加する　/　減少する　/　不変である　）。

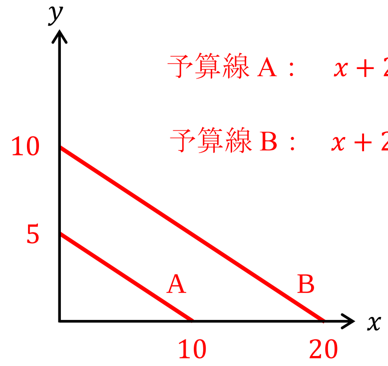
10.　I が減少した場合，所得のすべてを使って購入できる X 財の数量は，（　増加する　/　○減少する　/　不変である　）。　$I\downarrow/P_x$：減少

11.　P_x が下落した場合，所得のすべてを使って購入できる Y 財の数量は，（　増加する　/　減少する　/○不変である　）。　I/P_y：不変

12.　P_y が上昇した場合，所得のすべてを使って購入できる Y 財の数量は，（　増加する　/　○減少する　/　不変である　）。　$I/(P_y\uparrow)$：減少

(2) 次の各予算線のグラフを書きなさい。ただし，1 つの図に 2 つの予算線のグラフを書き，x 切片，y 切片の値もグラフ中に明記すること。また，（前ページで図示したように）グラフが区別できるように記号 A, B をグラフ中に書き込むこと。

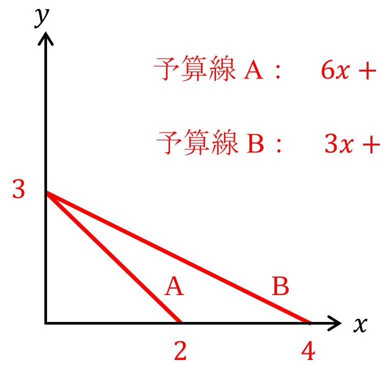
1. 予算線 A：$P_x = 1$，$P_y = 2$，$I = 10$　　予算線 B：$P_x = 1$，$P_y = 2$，$I = 20$



予算線 A：　$x + 2y = 10 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 5$

予算線 B：　$x + 2y = 20 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 10$

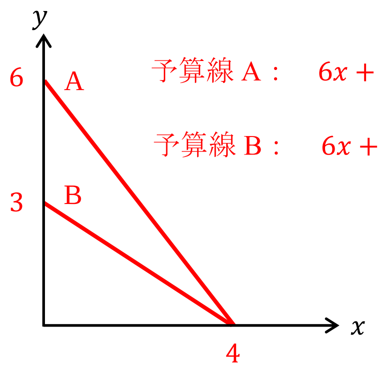
2. 予算線 A：$P_x = 6$，$P_y = 4$，$I = 12$　　予算線 B：$P_x = 3$，$P_y = 4$，$I = 12$



予算線 A：　$6x + 4y = 12 \rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3$

予算線 B：　$3x + 4y = 12 \rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3$

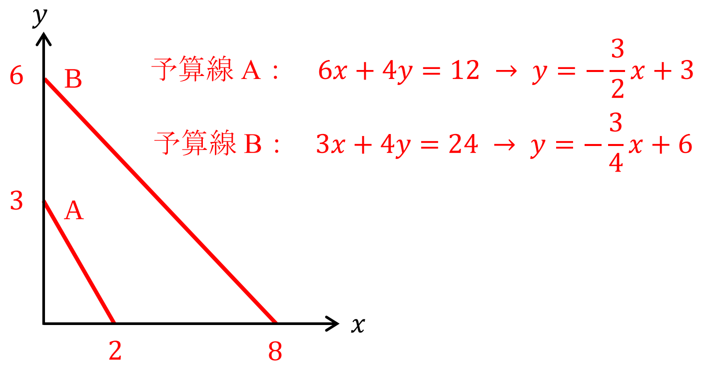
3. 予算線 A：$P_x = 6$，$P_y = 4$，$I = 24$　　予算線 B：$P_x = 6$，$P_y = 8$，$I = 24$



予算線 A：　$6x + 4y = 24 \rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 6$

予算線 B：　$6x + 8y = 24 \rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3$

4.　予算線 A：$P_x = 6$，$P_y = 4$，$I = 12$　　　予算線 B：$P_x = 3$，$P_y = 4$，$I = 24$



＜補足５＞ 所得を使い切らないとき

所得 I を使い切らないことも考える場合は，

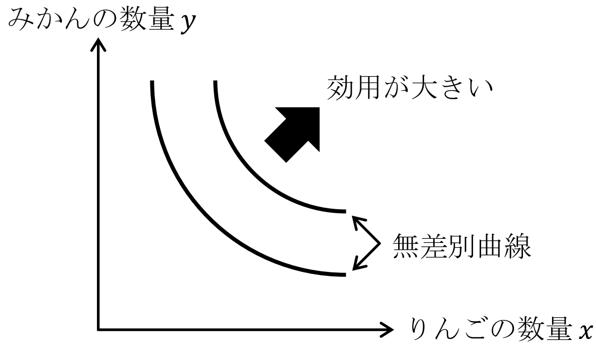
$$P_x \cdot x + P_y \cdot y \leq I$$

となり，予算制約式が「不等式」になる。上式の意味は，所得の範囲内で X 財と Y 財を買うということである。ちなみに，大学からは等号付き不等号を $\leq$（小なりイコール；高校までは≦）や $\geq$（大なりイコール；高校までは≧）と書く。

ただ，ミクロ経済学の初歩では「所得 I は使い切る」と考えるのが通常である。なぜなら，所得を使い切らない（お金を残してしまう）と，効用が最大にならないからである。これは，お金を残すより，使い切った方がたくさんの商品を買えるので効用が上がるということから理解できるであろう。

4. 無差別曲線の性質

無差別曲線は「**同じ効用**を実現する点の集まり」であり，標準的な無差別曲線は次のように書くことができた。



また，標準的な無差別曲線とは，次の 5 つの性質を満たすものとしておこう。

1. **右上ほど効用が高い**
2. **右下がり**
3. **無数に書ける**
4. **互いに交わらない**
5. **原点に対して凸**

＊ 学習が進むと特殊な無差別曲線（**＜補足８＞**）も登場するが，
特殊であっても性質 3, 4 は満たす。

各性質は授業内容を確認してもらいたいが，性質 5 が意味することは少々深い内容になるので，次回の第 4 講で扱うこととする。

では, このような 5 つの性質を満たす無差別曲線を式で書くことができるのであろうか？実は，簡単に式に書くことができる。ある消費者の**効用関数**を例えば,

$$U = xy$$

と設定してみる。これは，消費者の効用を U，りんごの数量（消費量）を x，みかんの数量（消費量）を y としており，例えば，りんごを 2 個食べて（$x = 2$），みかんを 3 個食べれば（$y = 3$），効用 U の値は,

$$U = xy = 2 \cdot 3 = 6$$

というように計算できるので「この消費者の満足度は 6 だ」と結論付けることができる。

このことから，効用関数は「財の消費量」と「財の消費から得られる効用」の関係を表しているということがわかる。

ここで，効用 U の値が 6 となるような「無差別曲線の式」を求めてみる。求めるのは簡単で，効用関数に $U=6$ を代入すれば，

$$U=xy \quad \to \quad \underbrace{6=xy}_{\text{無差別曲線の式}}$$

このように，「無差別曲線の式」が得られるのである。ちなみに無差別曲線は縦軸を y とするグラフに書くことが多いので，

$$6=xy \quad \to \quad \underbrace{y=\frac{6}{x}}_{\text{無差別曲線の式}}$$

このように変形して得られた $y=6/x$ の式も「無差別曲線の式」である。(この式を「無差別関数」と呼びたいところですが，そのような言葉は聞いたことがありません)

ちなみに，$y=6/x$ のグラフの形は，第 2 講でも取り上げたように「反比例のグラフ（直角双曲線）」であるので，前ページの図で見たような右下がりの無差別曲線が書けるのである。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 無差別曲線は（〇同じ / 異なる ）効用を実現する点の集まりである。
2. ある無差別曲線上に点 A と点 B があるとする。点 A において消費することによる効用を 10 とすると，点 B において消費することによる効用は（ 10 ）である。
3. X 財と Y 財を共に好きな財であるとし，X 財の消費量 $x=2$，Y 財の消費量 $y=3$ という組み合わせである点 C と X 財の消費量 $x=5$，Y 財の消費量 $y=4$ という組み合わせである点 D を比べたとき，点 C の方が点 D よりも効用が（ 高 /〇低 ）くなっている。また，これらの点は同一の無差別曲線上に存在（ する /〇しない ）。
点 C より点 D の方がグラフ中で右上にある。
4. ある消費者の効用関数を $U=xy$ としたとき，$x=2$，$y=3$ である消費点における効用の値は（ 6 ）となる。 $U=xy=2\cdot3=6$
5. ある消費者の効用関数を $U=xy^2$ としたとき，$x=4$，$y=1$ である消費点 A と，$x=2$，$y=2$ である消費点 B では，消費点（ B ）における効用の方が高くなる。
消費点 A：$U=xy^2=4\cdot1^2=4$ 消費点 B：$U=xy^2=2\cdot2^2=2\cdot4=8$

(2) 標準的な無差別曲線の 5 つの性質に関して，次の括弧内に入る正しい語句に〇を書きなさい。

1. （〇右上 / 右下 ）ほど効用が高い
2. 右（ 上 /〇下 ）がり
3. （ 一本しか書けない /〇無数に書ける ）
4. 互いに（ 交わる /〇交わらない ）
5. 原点に対して（〇凸 / 凹 ）

(3)　効用関数を $U=xy$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　$x=3$，$y=4$ のとき，効用 U の値を求めなさい。

$U=3\cdot 4=12$

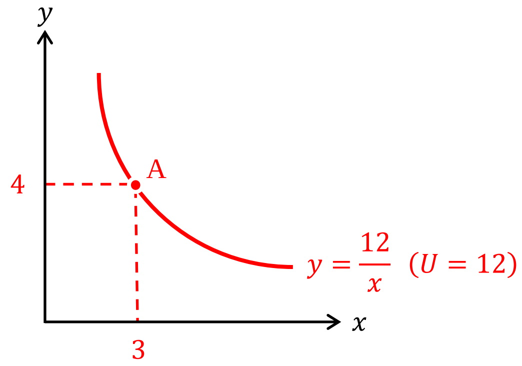
$U=$ 12

2.　効用 $U=12$ となる無差別曲線の式を書きなさい。

$U=xy \ \rightarrow \ 12=xy \ \rightarrow \ y=\dfrac{12}{x}$

$y=\dfrac{12}{x}$

3.　効用 $U=12$ における無差別曲線のグラフを書きなさい。ただし，$x=3$，$y=4$ となる点 A もグラフ上に明記しなさい。



4.　$x=6$，$y=2$ のとき，効用 U の値を求めなさい。

$U=6\cdot 2=12$

$U=$ 12

5.　$U=12$ となる x と y の組み合わせを上記の 1.と 4.の組み合わせ以外で，3 通り挙げなさい。ただし，$(x,y)=(3,4)$ は，$x=3$，$y=4$ を意味しているものとする。

解答例は次の通りである。（他に，$(x,y)=(12,1)$，$\left(\dfrac{1}{2},24\right)$，$(\sqrt{2},6\sqrt{2})$ などでもよい）

$(x,y)=($ 1 , 12 $)$，$($ 2 , 6 $)$，$($ 4 , 3 $)$

＜補足６＞ 消費ベクトル $(x,y)=(3,4)$

りんご（X 財）を 3 個食べ，みかん（Y 財）を 4 個食べると，$x=3$，$y=4$ と書くことができるが，これは上記の問題(3)の 4.で書いたように，$(x,y)=(3,4)$ と表記することが多い。ちなみに，(x,y) を**消費ベクトル**という。この言葉の使い方は，問題(3)の 4.を例にすると，$U=12$ となる消費ベクトルは，例えば $(x,y)=(2,6)$ である，といったように使う。

あまり細かいことを抜きにして言ってしまうと，「消費ベクトルとは座標のことだ」と理解しておけばいい。（ベクトルに関しては第 0 講**＜補足２１＞**を参照）

(4)　効用関数を $U=x^2y$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　$x=5$，$y=4$ のとき，効用 U の値を求めなさい。

$U=5^2\cdot 4=100$

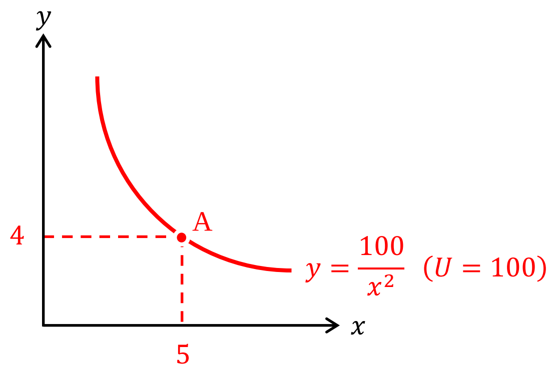
$U=$ 100

2.　効用 $U=100$ となる無差別曲線の式を書きなさい。

$U=x^2y \ \to\ 100=x^2y \ \to\ y=\dfrac{100}{x^2}$

$y=\dfrac{100}{x^2}$

3.　効用 $U=100$ における無差別曲線のグラフを書きなさい。ただし，$x=5$，$y=4$ となる点 A もグラフ上に明記すること。　$y=100/x^2$ も直角双曲線という。



4.　$U=100$ となる x と y の組み合わせを上記の 1.の組み合わせ以外で，2 通り挙げなさい。

解答例は次の通りである。（他に，$(x,y)=(2,25)$，$\left(3,\dfrac{100}{9}\right)$，$(\sqrt{2},50)$などでもよい）

$(x,y)=($ 1 , 100 $)$，$($ 10 , 1 $)$

＜補足 7＞ 効用関数 $U=xy$ の特徴

効用関数 $U=xy$ から標準的な無差別曲線が書けるということであったが，$U=xy$ の他の特徴を挙げておこう。以下の説明では，X 財をりんご，Y 財をみかんとしておく。

まず，$U=xy$ から，りんごを全く食べない（$x=0$）と，みかんをどれだけたくさん食べても，効用は 0 である（$U=0\cdot y=0$）。逆に，みかんを全く食べないケースも効用は 0 である。つまり，りんごとみかんの片方でも買わないと効用が 0 になってしまうため，「(お金を持っていれば) りんごとみかんの両方を絶対に買う！」というわけである。これを，専門用語を使って表現すると「**内点解**となる」もしくは「**端点解（コーナー解）**がない」という（詳細は第 5 講**＜補足 7＞**へ）。難しい言葉に思えるが，要は「りんごとみかんの両方を買う」ということを表現しているに過ぎない。

また，効用関数が $U=xy$ であれば，りんごとみかんを同じくらい好きだと判断できる。これは次の効用関数を考えるとわかりやすい。例えば，$U=x^2y$ であれば，みかん（Y 財）よりりんご（X 財）が好きな人だとわかる。なぜなら，りんごを食べる数 x を増やしていけば，x には 2 乗がついているので，効用は早いスピードでどんどん大きくなるからである。ここで，効用関数 $U=xy(=x^1y^1)$ に戻ると，x にも y にも同じ 1 乗がついていると考えられるので，りんごとみかんを同程度好きだと見なせるのである。

(5)　効用関数を $U = 2x + y$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　$x = 2$，$y = 4$ のとき，効用 U の値を求めなさい。

$U = 2 \cdot 2 + 4 = 8$

$U =$ 8

2.　$x = 1$，$y = 6$ のとき，効用 U の値を求めなさい。

$U = 2 \cdot 1 + 6 = 8$

$U =$ 8

3.　$U = 8$ となる組み合わせを上記の 1.と 2.の組み合わせ以外で，3 通り挙げなさい。

解答例は次の通りである。（他に，$(x, y) = \left(\frac{1}{2}, 7\right)$，$(1.5, 5)$，$(\sqrt{2}, 8 - 2\sqrt{2})$などでもよい）

$(x, y) =$ (0 , 8)，(3 , 2)，(4 , 0)

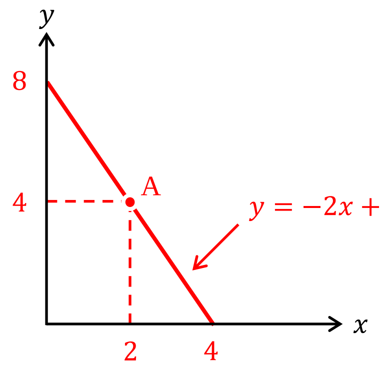
5.　効用 $U = 8$ となる無差別曲線の式を書きなさい。

$U = 2x + y \rightarrow 8 = 2x + y \rightarrow y = -2x + 8$

$y =$ $-2x + 8$

4.　効用 $U = 8$ における無差別曲線のグラフを書きなさい。ただし，$x = 2$，$y = 4$ となる点 A と無差別曲線の x 切片，y 切片の値をグラフ中に明記すること。

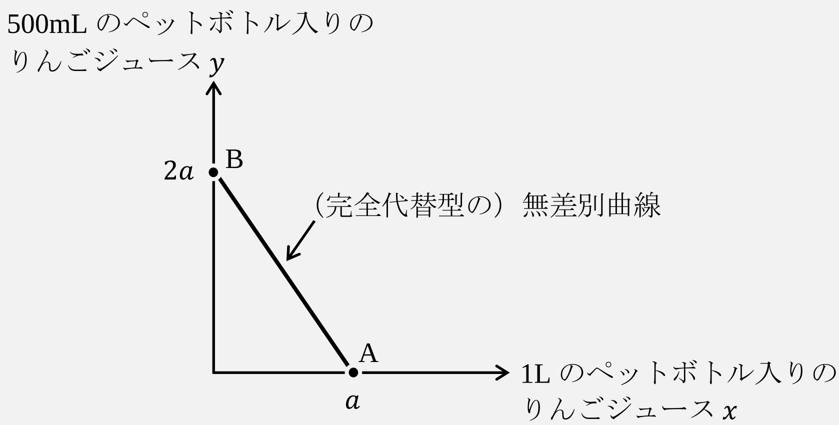
（ヒント）今回の無差別曲線は直線になる。



＜補足８＞ 特殊な無差別曲線

上記の問題(5)で見たように，実は，無差別曲線には様々な形状が存在する。例えば，問題(5)のタイプは「**完全代替型**」の無差別曲線である。

次の図を用いて，完全代替型の無差別曲線の説明をしよう。（a は正の数である）



ここで，$a = 1$とする。このとき，点 A は$x = 1$であり，1L のりんごジュースを 1 杯飲むという点である。また，点 B は$y = 2$であり，500mL のりんごジュースを 2 杯飲むという点である。これら点 A と点 B が同じ無差別曲線上に乗っているということは，点 A も点 B も効用が同じということを意味しているのである（どちらの点も結局，1L のりんごジュースを飲むことになるのだから当然ですね）。

このように，「1L のペットボトル入りのりんごジュース」1 本と「500mL のペットボトル入りのりんごジュース」2 本は，完全に代替（代替とは，他のもので代えるという意味）できるので，右下がりの直線で表される無差別曲線を「完全代替型の無差別曲線」というのである。

＜補足９＞ 好きな財とは？

ある財を消費したときに，効用が下がればそれは「嫌いな財」だということは直観的にもわかりやすいだろう。ということは，その逆で消費をしても効用が下がらない財を「好きな財」と名付けるのは一見理解しやすいかもしれない。

しかし，消費をしても効用が下がらないということは，100 個消費をしている段階（もうお腹いっぱい）で，さらにもう 1 個消費しても以前より効用が高まる（か効用が変わらない）ということを表している。つまり，この授業で「好きな財」と呼んでいる財は，（どれだけたくさん食べている状態であっても）さらに食べれば食べるほど（わずかかもしれないが）効用を増加させることができるという特徴を持つのである。

これは現実的に考えて変ではないだろうか？りんごを考えても，3 玉くらい食べればもうお腹いっぱいで，4 玉目を食べたらお腹を壊して効用が下がってしまうかもしれない。

しかし，ミクロ経済学ではどれだけたくさん消費したとしても効用が下がらないという「好きな財」を前提（仮定）に分析しているのである（このような仮定を，経済学の専門用語で「**局所非飽和の仮定**」（＝食べ続けても効用が下がらない）という）。

これは非現実的な仮定のように思うかもしれないが，私たちはいつもお腹を壊す（効用が下がる）ギリギリまで消費するわけではない。そのため，お腹を壊さない（効用が下がらない）消費量の範囲内で効用最大化を考えようとすることは，そこまで無茶な仮定ではないだろう。

ところで，「好きな財」という用語は，この授業だけで使う用語である。通常，経済学では「好きな財」を「（正の）財」（Goods ; グッズ）といい，「嫌いな財」を「負の財」（Bads ; バッズ）という。負の財の例としてよく登場するのは「ゴミ」である。

はじめよう経済学　ー解答編ー
第 4 講　限界効用と限界代替率

第 4 講では，限界効用と限界代替率について学んでいきます。授業では，限界効用と限界代替率の関係（$MRS = MU_x/MU_y$）について説明しましたが，今回はこの関係式を利用した限界代替率 MRS の求め方に慣れてもらいたいと思います。ところで，限界代替率 MRS を求めるには，「微分・偏微分のやり方」や「指数の計算方法」に慣れていないといけません。多少ハードルの高い計算にはなりますが，今回用意したたくさんの計算問題を解いているうちに徐々に慣れてくることでしょう。これらの計算に慣れることができれば，次回学ぶ「効用最大化問題」も簡単に解けるようになります。

ところで前回，予算線と無差別曲線を学びましたが，今回登場する限界効用と限界代替率は無差別曲線に関する内容になります。

＜第 4 講のノーテーション＞

x：X 財の数量（**消費量**，購入量，需要量）　y：Y 財の数量（**消費量**，購入量，需要量）

MU_x:X 財に関する限界効用　MU_y:Y 財に関する限界効用　U：効用

MRS：（X 財の Y 財に対する）限界代替率

目次

＜補足一覧＞

1. 限界効用（1財モデル）

本節では 1 財モデルを考えていくことにしよう。1 財モデルとは，財が 1 種類しかない（例えば，りんごしか売っていない）状況を意味する。そして，もし一種類の財（りんご）しか売っていなければ，りんごの消費量 x が決まったときに効用 U の値が決定すると考えるのである。それを表したのが次の効用関数である。

$$U = \sqrt{x}$$

この効用関数から，りんごを 4 個食べれば（$x = 4$），効用は，

$$U = \sqrt{x} = \sqrt{4} = 2$$

と決定するのである。（**総効用**は 2 と表現することもある）

次に，**限界効用** MU とは，**財をさらに 1 つ（1 単位）消費することによる効用の増加分**のことである（具体的なイメージとしては，白ご飯で考えたときの限界効用は「ご飯をもう 1 杯おかわりしたときに増える効用」のこと）。

効用関数 $U = \sqrt{x}\ (= x^{\frac{1}{2}})$ に対して，限界効用 MU は

$$MU = \frac{dU}{dx} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

である。（$\frac{dU}{dx}$ は，「$U = \cdots$」の式（つまり，効用関数）を x で微分するという意味）

この限界効用 MU に，りんごを 4 個食べれば（$x = 4$）を代入すれば，

$$MU = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{2\cdot 2} = \frac{1}{4}$$

となる。この $MU = \frac{1}{4}$ の意味は，りんごをさらに 1 つ食べる（つまり，5 個目のりんごを食べる）ことによって，効用は $\frac{1}{4}$ だけ増えることを意味している。

このように，限界効用を求めるには微分をする必要がある。微分は第 0 講の「経済数学入門」でも取り上げているが，ここでも計算方法を簡単に復習しておくことにしよう。

ひとまず，次の 2 つの「指数のルール」と 3 つの「微分の計算方法」を頭に入れておこう。これらの計算パターンを組み合わせれば，様々な計算問題にも対応することができるのである。（計算が苦手な人はこれらの計算パターンをよく見てしっかりと覚えておこう！）

ポイント

指数のルール 1	$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$		
指数のルール 2	$x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$	⇒	$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$
微分の計算方法 1	$y = 4x^3 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 4\times 3x^{3-1} = 12x^2$	⇒	$y = ax^b \rightarrow \frac{dy}{dx} = abx^{b-1}$
微分の計算方法 2	$y = 5x \rightarrow \frac{dy}{dx} = 5$	⇒	$y = ax \rightarrow \frac{dy}{dx} = a$
微分の計算方法 3	$y = 2 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$	⇒	$y = a \rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。

1. 限界効用とは，財をさらに（　1　）つ消費することによる（　効用　）の増加分のことである。もしくは，財の消費量をさらに（　1　）つ減らすことによる（　効用　）の減少分とも考えてもよい。
2. 財をさらに 1 つ消費することで効用が 3 だけ増えれば，限界効用は（　3　）である。
3. 限界効用が 5 であれば，財をさらに 1 つ消費することで効用が（　5　）だけ増える。
4. 限界効用は，効用曲線の接線の（　傾き　）で表される。
5. （　限界効用逓減　）の法則とは，消費量 x が増加するにつれ，限界効用 MU が減少していくことをいい，要は，その財を消費すればするほどその財に飽きていくことを意味する。

＜補足１＞　「逓」という漢字

逓（てい）

経済学では「逓減する」や「逓増する」といった用語が出てくる。「逓」という漢字には，「次第に」や「だんだんと」という意味がある。そのため，限界効用逓減の法則というのは，消費量 x が増加するにつれ，限界効用 MU が「だんだんと」減少していくことを表しているのである。

(2)　次の英単語，漢字を 3 回ずつ書きなさい。

限界効用 MU　　Marginal Utility

（　Marginal Utility　），
（　Marginal Utility　），
（　Marginal Utility　）

逓減　　（　逓減　），（　逓減　），（　逓減　）

(3)　次の文章中の括弧内に入る適切な数値を書きなさい。

1. りんご 1 つを 1 単位とすると，りんご 3 つは（　3　）単位である。
2. 肉 1kg を 1 単位とすると，肉 5kg は（　5　）単位である。
3. 水 1L（リットル）を 1 単位とすると，水 10L は（　10　）単位である。
4. 水 10L を 1 単位とすると，水 70L は（　7　）単位である。
5. 水 1mL（ミリリットル）を 1 単位とすると，水 100mL は（　100　）単位である。
6. りんご 2 個を 1 単位とすると，りんご 8 個は（　4　）単位である。　$8 \div 2 = 4$ 単位

＜補足２＞ 単位のとり方

限界効用とは「財をさらに 1 つ（1 単位）消費することによる効用の増加分」のことであったが，1 つ（1 単位と言う方が正確です）という概念について深掘りしておく（第 3 講の**＜補足２＞**も参照)。

経済学で「1 単位」というと，単位のとり方は何でもよいと考える。例えば，上記の問題(3)のように，水 1L を 1 単位としても，水 100mL を 1 単位としてもいいし，りんご 2 個を 1 単位と考えてしまっても何ら問題ないのである。これは,「鉛筆 12 本」を「鉛筆 1 ダース」と言い換えることと同じアイデアなのである。ただ，この授業ではイメージのしやすさを優先して「りんご 1 つ」といったような言い方をするのである。

【例題】

(1)　効用関数 $U = 5x$ （x：消費量）の限界効用 MU を求めなさい。

（解答）

$$MU = \frac{dU}{dx} = 5$$

$$\underline{MU = \quad 5}$$

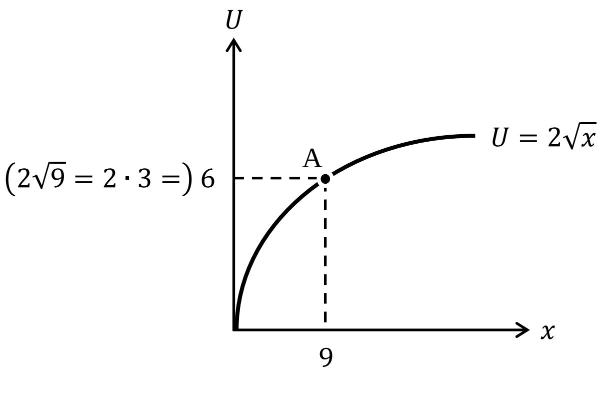
(2)　効用関数 $U = 2\sqrt{x}$ （x：消費量）の限界効用 MU を求め，グラフを書きなさい。ただし，$x = 9$，$U = 6$ となる点 A を通ること。

（解答）

$$U = \sqrt{x} = 2x^{\frac{1}{2}} \text{ より，} MU = \frac{dU}{dx} = \frac{1}{2} \cdot 2x^{\frac{1}{2}-1} = x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \underbrace{\left(= \frac{1 \times \sqrt{x}}{\sqrt{x} \times \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x} \right)}_{\text{有理化}}$$

$$\underline{MU = \quad \frac{1}{\sqrt{x}}}$$

＊ $MU = x^{-\frac{1}{2}}$ を解答にしても OK。また，有理化はしなくてよい。



【問題】

(1)　次の各効用関数における限界効用 MU を求めなさい。

1.　$U = 2x$

$$MU = \frac{dU}{dx} = 2$$

$MU =$ 2

2.　$U = 3x^2$

$$MU = \frac{dU}{dx} = 3 \cdot 2x^{2-1} = 6x$$

$MU =$ $6x$

3.　$U = \sqrt{x}$

$$U = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \rightarrow MU = \frac{dU}{dx} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$MU =$ $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

4.　$U = 2\sqrt{x}$

$$U = 2\sqrt{x} = 2x^{\frac{1}{2}} \rightarrow MU = \frac{dU}{dx} = \frac{1}{2} \cdot 2x^{\frac{1}{2}-1} = x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$MU =$ $\frac{1}{\sqrt{x}}$

5.　$U = 10\sqrt{x}$

$$U = 10\sqrt{x} = 10x^{\frac{1}{2}} \rightarrow MU = \frac{dU}{dx} = \frac{1}{2} \cdot 10x^{\frac{1}{2}-1} = 5x^{-\frac{1}{2}} = 5 \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{5}{\sqrt{x}}$$

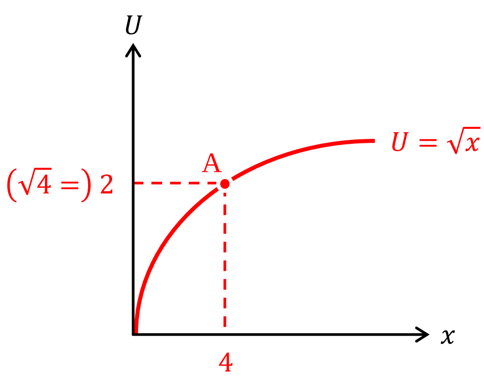
$MU =$ $\frac{5}{\sqrt{x}}$

6.　$U = 6x^{\frac{2}{3}}$

$$MU = \frac{dU}{dx} = \frac{2}{3} \cdot 6x^{\frac{2}{3}-1} = 4x^{-\frac{1}{3}} \left(= 4 \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{4}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{4}{\sqrt[3]{x}} \right)$$

$MU =$ $4x^{-\frac{1}{3}}$

(2)　効用関数 $U = \sqrt{x}$ をグラフで書きなさい。ただし，$x = 4$，$U = 2$ となる点 A もグラフ中に明記しなさい。



(3)　次の各効用関数において，消費量 $x=4$ における限界効用 MU を求めなさい。

1.　$U=10x^2$

$MU=\frac{dU}{dx}=2\cdot 10x^{2-1}=20x$より，$x=4$ のとき，$MU=20x=20\cdot 4=80$

$MU=$ 80

2.　$U=2\sqrt{x}$

$U=2\sqrt{x}=2x^{\frac{1}{2}}\to MU=\frac{dU}{dx}=\frac{1}{2}\cdot 2x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$より，$x=4$ のとき，$MU=\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{4}}=\frac{1}{2}$

$MU=$ $\frac{1}{2}$

3.　$U=3\sqrt{x}$

$U=3\sqrt{x}=3x^{\frac{1}{2}}\ \to\ MU=\frac{dU}{dx}=\frac{1}{2}\cdot 3x^{-\frac{1}{2}}=\frac{3}{2\sqrt{x}}$より，$x=4$ のとき，$MU=\frac{3}{2\sqrt{4}}=\frac{3}{2\cdot 2}=\frac{3}{4}$

$MU=$ $\frac{3}{4}$

4.　$U=x$

$MU=\frac{dU}{dx}=1$（この効用関数は x の値に関わらず，MU は常に 1 の値をとる）

$MU=$ 1

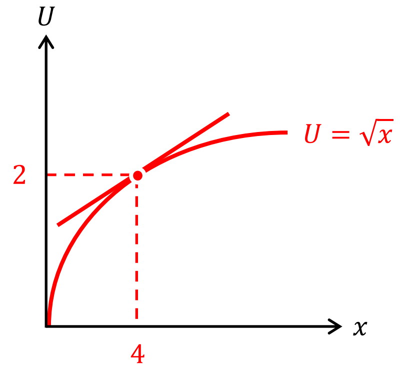
問題(3)の 4.のような効用関数では，限界効用 MU が定数となる。例えば，MU が 5 という定数になれば，これは消費量 x の値に関わらず，MU は常に 5 という値をとるということになる。これが意味するところは，ものすごくたくさん消費した状態から，さらに 1 つ「おかわり」しても効用が 5 だけ増加するということである。これは限界効用が逓減しない，つまり，どれだけ消費しても飽きないということを意味しているのである。

＜補足３＞ １財モデルの考え方

本節で登場した 1 財モデルは，限界効用 MU などの基本的な概念を理解するためのモデルという位置づけである。例えば，前回の第 3 講で学習した予算線や無差別曲線の話は 2 財モデル（りんごとみかん）であったが，1 財モデルは 2 財モデルを理解しやすくするための準備である。そもそも，1 財しかないと効用最大化の話が単純になってしまう。りんご 1 個 100 円で所得が 1000 円であれば，効用を最大化するりんごの消費量は（りんごが好きな財だとすれば，効用関数の形によらず）10 個$(=1000\div 100)$となり，これ以上の議論ができなくなってしまうのである。2 財モデルを考えるからこそ，りんごを買う量を減らして，みかんをたくさん買おうといった行動を分析することができるようになる。

(4)　効用関数が $U=\sqrt{x}$（x：消費量）であるとき，次の各問いに答えなさい。

1.　効用関数をグラフで書き，消費量 $x=4$ における接線も書き込みなさい。



2.　1.における接線の傾き（限界効用 MU）を求めなさい。

$U=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}} \to MU=\dfrac{dU}{dx}=\dfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ より，$x=4$ のとき，$MU=\dfrac{1}{2\sqrt{4}}=\dfrac{1}{2\cdot 2}=\dfrac{1}{4}$

$MU=\dfrac{1}{4}$

3.　消費量 $x=9$ における限界効用 MU を求めなさい。

$MU=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ より，$x=9$ のとき，$MU=\dfrac{1}{2\sqrt{9}}=\dfrac{1}{2\cdot 3}=\dfrac{1}{6}$

$MU=\dfrac{1}{6}$

4.　消費量 $x=16$ における限界効用 MU を求めなさい。

$MU=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ より，$x=16$ のとき，$MU=\dfrac{1}{2\sqrt{16}}=\dfrac{1}{2\cdot 4}=\dfrac{1}{8}$

$MU=\dfrac{1}{8}$

5.　2.から 4.より限界効用 MU は，消費量 x の増加に伴って減少していることがわかるが，このような法則を何と言うか。

限界効用逓減の法則

6.　5.の法則が意味することとして，最も適切な内容の文章を次から選びなさい。

①　消費すればするほど，効用が減少する。　効用自体は増加するので間違い
②　消費すればするほど，効用が増加する。　MU 逓減の法則の説明ではない
③　消費すればするほど，効用が上がりにくくなる。　正しい
④　消費すればするほど，効用が下がりにくくなる。　そもそも消費すれば効用は上がる

③

このようにルート $\sqrt{}$ を含んだ効用関数は，経済学でよく登場する。なぜなら，限界効用逓減の法則を満たすので，私たちの「消費すればするほど，次第に飽きてくる」という感覚を上手く表現してくれているからなのである。

(5)　次の選択肢のうち，限界効用逓減の法則とは最も関係のない選択肢を選びなさい。

①　りんごをたくさん食べたので，りんごに飽きてきた。

②　この映画，一回目観たときはすごく面白く感じたのになぁ。

③　二日目のカレーはおいしいから，今日はカレーを食べないでおこう。

④　このテーマパークには何度も行ったので，最近は行っていない。

①，②，④は次第に飽きてくること（MU 逓減の法則）を表している。　③

＜補足４＞ 限界＝Marginal

限界効用は「財をさらに 1 つ消費することによる効用の増加分」であったが，ここでの「限界」とは「能力の限界」などという“limit”（限界）を意味するのではない。限界効用の「限界」に対応する単語は“marginal”である。“marginal”は「縁（ふち）の」（← 縁（へり）とも読む）という意味になる。

例えば，ご飯を 10 杯食べている状況から，ご飯をもう 1 杯おかわりするとする。ご飯を 10 杯食べている状況を「縁に立っているような状況」と考えて，そこからもう 1 歩進む（もう 1 杯おかわりをする）ということが，限界効用の意味「11 杯目のご飯を食べることで増える効用」に対応しているのである。

2. 限界効用（2財モデル）

本節では，2 種類の財しか売っていないと考える 2 財モデルを学んでいく。前回の第 3 講で学んだ予算線や無差別曲線では，2 財（りんごとみかん）を考えていた。そのため，本節の 2 財モデルこそが予算線や無差別曲線を考える上で大切なのである。

前節の 1 財モデルでは，効用関数は

$$U = \sqrt{x} \quad （x：りんごの消費量）$$

というように，りんごの消費量が決まれば，ある人の効用が決まると考えた。この場合，効用 U を決定するのはりんごの消費量 x のみ（1 変数）である。

それに対して 2 財モデルの効用関数は

$$U = xy \quad （x：りんごの消費量，y：みかんの消費量）$$

というように，りんごとみかんの消費量が決まれば，ある人の効用が決まると考える。この場合，効用 U を決定するのはりんごの消費量 x とみかんの消費量 y（2 変数）となる。

1 財モデルの場合，限界効用 MU を求めるには効用関数を x で「微分」して求めた。

$$MU = \frac{dU}{dx}$$

それに対して 2 財モデルでは，限界効用 MU は 2 種類ある。りんご（X 財）に関する限界効用 MU_x とみかん（Y 財）に関する限界効用 MU_y である。

まず，りんごに関する限界効用 MU_x を求めるには効用関数を x で「偏微分」した

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x}$$

で求めることができ，みかんに関する限界効用 MU_y は効用関数を y で「偏微分」した

$$MU_y = \frac{\partial U}{\partial y}$$

で求めることができる。（微分の場合は「d」を用いたが，偏微分の場合は「∂（ラウンド）」という記号を用いる。「∂」はギリシャ文字ではなく数学記号である）

りんごに関する限界効用 MU_x の解釈は，

「みかん（Y 財）の消費量を一定として，
りんご（X 財）をさらに 1 つ消費することによる効用の増加分」

になる。噛み砕いて言うと，「みかんを食べる量は変えずに，りんごだけをもう 1 つ食べたときに増える効用」のことである。

同様に考えると，みかんに関する限界効用 MU_y の解釈は，

「りんご（X 財）の消費量を一定として，
みかん（Y 財）をさらに 1 つ消費することによる効用の増加分」

になり，「りんごを食べる量は変えずに，みかんだけをもう 1 つ食べたときに増える効用」と考えればよい。

では，偏微分の計算方法を確認しておこう。(偏微分の計算問題も第 0 講「経済数学入門」で数多く取り上げている)

次のような 2 変数（x と y）の式（正確には 2 変数関数という）を考える。

$$z = x^2 + y^3$$

この式を **x に関して偏微分するには，もう一方の変数 y を定数と考えて「微分」をすればよい**。このとき，y^3 が定数として扱われるので，

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x^{2-1} + \boxed{0} = \underline{2x}$$

となる。また，**y に関して偏微分するには，もう一方の変数 x を定数と考えて「微分」をすればよい**。このとき，x^2 が定数として扱われるので，

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{0} + 3y^{3-1} = \underline{3y^2}$$

となる。これで，$z = x^2 + y^3$ を x と y に関して偏微分が出来たということになる。このように，**微分の計算方法と偏微分の計算方法はあまり変わらない**のである。

では，次の偏微分の問題を考える。その前に，微分のルールで

$$y = ax \ \rightarrow \ \frac{dy}{dx} = a$$

このようなルールがあったことを思い出そう。（a は定数）

もちろん，

$$y = xa \ \rightarrow \ \frac{dy}{dx} = a \quad \cdots ①$$

このように考えても同じである（かけ算はかける順番を逆にしても同じ)。

それでは，この知識を使って次のような 2 変数の式の偏微分を考える。

$$z = xy^2$$

この式を **x に関して偏微分すると，y^2 を定数として考える**ので，

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y^2$$

となる（①式と同じような状況になっているので，①式とよく見比べてほしい)

また，**y に関して偏微分すると，x を定数として考える**ので，

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x \cdot 2y^{2-1} = 2xy$$

となる。

これで偏微分の計算方法のエッセンスは解説したことになるが，次に 5 つの「偏微分の計算例」を挙げておくので，これらも確認しておいてほしい。

偏微分の計算例 1　　$z = x^3 + y^2 \quad \to \quad \dfrac{\partial z}{\partial x} = 3x^{3-1} + 0 = 3x^2 \quad \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0 + 2y^{2-1} = 2y$

偏微分の計算例 2　　$z = x^2y^3 \quad \to \quad \dfrac{\partial z}{\partial x} = 2x^{2-1}y^3 = 2xy^3 \quad \dfrac{\partial z}{\partial y} = x^2 \cdot 3y^{3-1} = 3x^2y^2$

偏微分の計算例 3　　$z = x^2y \quad \to \quad \dfrac{\partial z}{\partial x} = 2x^{2-1} \cdot y = 2xy \quad \dfrac{\partial z}{\partial y} = x^2$

偏微分の計算例 4　　$z = 4xy \quad \to \quad \dfrac{\partial z}{\partial x} = 4y \quad \dfrac{\partial z}{\partial y} = 4x$

偏微分の計算例 5　　$z = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

$$\to \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}y^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}\left(= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} \cdot y^{\frac{1}{2}} = \frac{y^{\frac{1}{2}}}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}\right)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2}y^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}\left(= \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{y^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{2y^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}\right)$$

偏微分の計算例 5 について，どこで計算を止めればといいのかということで悩む人がいるかもしれないが「式がすっきりしていてきれいな形だな」と（主観的に）思うところで止めてもらえればいい。この第 4 講では（限界代替率を計算するときのことを考えて）

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$$

で止めることにしておくことにする。もちろん，

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2}\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{や} \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}} \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}$$

を解答としてもらっても間違いではない。

＜補足５＞ 限界〇〇の種類

経済学では「限界〇〇」という用語がたくさん登場する。経済学で登場する「限界〇〇」という用語を思いつくだけ並べてみると，

［主にミクロ経済学で登場する限界〇〇］

限界効用，限界代替率，限界費用，限界収入，限界生産力，技術的限界代替率，限界利潤，限界便益，限界変形率，限界外部費用，私的限界費用，社会的限界費用，限界削減費用

［主にマクロ経済学で登場する限界〇〇］

限界消費性向，限界貯蓄性向，限界租税性向（限界税率），限界輸入性向，限界効率，限界不効用，限界の ρ（ロー）

＊ アンダーラインはこの問題集でも扱う用語である。

経済学ではこのように数多くの「限界〇〇」が登場する。そして，これら「限界〇〇」には例外なく微分（もしくは，偏微分）が関係しているのである。

【例題】次の各効用関数における限界効用 MU_x と MU_y を求めなさい。

1. $U = 3x + y^2$

（解答）

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 3 + 0 = 3,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 0 + 2y = 2y$$

$MU_x =\ \ 3\quad , MU_y =\ \ 2y$

2. $U = 5x^3y^4$

（解答）

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 3 \cdot 5x^{3-1}y^4 = 15x^2y^4,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 4 \cdot 5x^3y^{4-1} = 20x^3y^3$$

$MU_x =\ \ 15x^2y^4\quad , MU_y =\ \ 20x^3y^3$

3. $U = 2xy$

（解答）

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 2y,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 2x$$

$MU_x =\ \ 2y\quad , MU_y =\ \ 2x$

4. $U = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

（解答）

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}y^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}},\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$$

$MU_x =\ \ \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}\quad , MU_y =\ \ \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$

＊ ルートを含めない形で答えておこう。

【問題】

(1) 次の各効用関数における限界効用 MU_x と MU_y を求めなさい。

1. $U = x^4y^3$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 4x^{4-1}y^3 = 4x^3y^3,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 3x^4y^{3-1} = 3x^4y^2$$

$MU_x =\ \ 4x^3y^3\quad , MU_y =\ \ 3x^4y^2$

2. $U = 3x^2y^2$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 2 \cdot 3x^{2-1}y^2 = 6xy^2,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 2 \cdot 3x^2y^{2-1} = 6x^2y$$

$MU_x =\ \ 6xy^2\quad , MU_y =\ \ 6x^2y$

3. $U = xy$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = y,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = x$$

$MU_x =\ \ y\quad , MU_y =\ \ x$

4. $U = 4xy^2$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 4y^2,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 2 \cdot 4xy^{2-1} = 8xy$$

$MU_x =\ \ 4y^2\quad , MU_y =\ \ 8xy$

5. $U = 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2} \cdot 2x^{\frac{1}{2}-1}y^{\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$, $MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{2} \cdot 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}-1} = x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$

$MU_x =$ $x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$, $MU_y =$ $x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$

6. $U = x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}-1}y^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}$, $MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}}$

$MU_x =$ $\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}$, $MU_y =$ $\frac{3}{4}x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}}$

7. $U = 3x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{2}{3} \cdot 3x^{\frac{2}{3}-1}y^{\frac{1}{3}} = 2x^{-\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}$, $MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{3} \cdot 3x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}-1} = x^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$

$MU_x =$ $2x^{-\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}$, $MU_y =$ $x^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$

8. $U = 3x + 4y$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 3 + 0 = 3$, $MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 0 + 4 = 4$

$MU_x =$ 3 , $MU_y =$ 4

9. $U = x + y$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 1 + 0 = 1$, $MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 0 + 1 = 1$

$MU_x =$ 1 , $MU_y =$ 1

10. $U = \sqrt{x} + y (= x^{\frac{1}{2}} + y)$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} + 0 = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$, $MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 0 + 1 = 1$

［補足］$U = \sqrt{x} + y$ は「準線形の効用関数」という。詳細についてはこの授業の難易度を超えるため割愛する。

$MU_x =$ $\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$, $MU_y =$ 1

(2) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

X 財に関する限界効用 MU_x とは，他の財（Y 財）の消費量を一定としたときに，X 財を追加的に（ 1 ）単位消費することによる（ 効用 ）の増加分である。また，Y 財に関する限界効用 MU_y とは，他の財，つまり，（ X ）財の消費量を一定としたときに，（ Y ）財を追加的に 1 単位消費することによる効用の（〇増加 / 減少 ）分である。

(3)　次の各効用関数において，消費量 $x = 4$，$y = 9$ における限界効用 MU_x と MU_y の値を求めなさい。

1.　$U = xy$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = y = 9,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = x = 4$$

$MU_x =$ 9　, $MU_y =$ 4

2.　$U = x^2 y$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 2xy = 2 \cdot 4 \cdot 9 = 72,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = x^2 = 4^2 = 16$$

$MU_x =$ 72　, $MU_y =$ 16

3.　$U = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} = \frac{y^{\frac{1}{2}}}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{9}}{2\sqrt{4}} = \frac{3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$$

$$MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{2}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{2y^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{4}}{2\sqrt{9}} = \frac{2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$MU_x = \frac{3}{4}$　, $MU_y = \frac{1}{3}$

4.　$U = 3x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{3}{2}}$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2} \cdot 3x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{3}{2}} = \frac{3y^{\frac{3}{2}}}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{3\sqrt{y^3}}{2\sqrt{x}} = \frac{3y\sqrt{y}}{2\sqrt{x}} = \frac{3 \cdot 9\sqrt{9}}{2\sqrt{4}} = \frac{3 \cdot 9 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{81}{4}$$

$$MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{3}{2} \cdot 3x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} = \frac{9}{2}\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \frac{9}{2}\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \frac{9}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 27$$

$MU_x = \frac{81}{4}$　, $MU_y =$ 27

5.　$U = 2x + y$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 2 + 0 = 2,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 0 + 1 = 1$$　（$x = 4, y = 9$ は使わない）

$MU_x =$ 2　, $MU_y =$ 1

6.　$U = 2\sqrt{x} + y$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{x}} + 0 = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2},\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 0 + 1 = 1$$　（$y = 9$ は使わない）

$MU_x = \frac{1}{2}$　, $MU_y =$ 1

(4)　効用関数が $U = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$（$x$：$X$ 財の消費量，y：Y 財の消費量）であるとき，次の各問いに答えなさい。

1.　$x = 1$，$y = 1$ における X 財に関する限界効用 MU_x の値を求めなさい。

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = \frac{y^{\frac{1}{2}}}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}}\left(= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}\right)$ より，$x = 1, y = 1$ のとき，$MU_x = \frac{\sqrt{1}}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2}$

$MU_x = \frac{1}{2}$

2.　$x = 4$，$y = 1$ における X 財に関する限界効用 MU_x の値を求めなさい。

$MU_x = \frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}}$ より，$x = 4, y = 1$ のとき，$MU_x = \frac{\sqrt{1}}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$

$MU_x = \frac{1}{4}$

3.　$x = 9$，$y = 1$ における X 財に関する限界効用 MU_x の値を求めなさい。

$MU_x = \frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}}$ より，$x = 9, y = 1$ のとき，$MU_x = \frac{\sqrt{1}}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$

$MU_x = \frac{1}{6}$

4.　1.から 3.より X 財に関する限界効用 MU_x は，X 財の消費量 x の増加に伴って減少していることがわかるが，X 財について成立しているこのような法則を何と言うか。

限界効用逓減の法則

上記の問題(4)について，同様に考えると Y 財についても限界効用逓減の法則は成立している。（より一般的に書くと，効用関数 $U = x^a y^b$ のとき，$0 < a < 1$ であれば，X 財について限界効用逓減の法則が成立し，$0 < b < 1$ であれば，Y 財について限界効用逓減の法則が成立する）

3. 限界代替率

限界代替率 MRS（Marginal：限界の，Rate：比率，Substitution：代替）とは，X 財の消費量 x が 1 単位増加したときに，元の効用水準に戻るために必要な Y 財の消費量 y の減少分のことである。この説明では分かりにくいと思うので，りんごとみかんの 2 財モデルを使って噛み砕いて書いておくと，限界代替率 MRS とは，
「りんごをもう 1 個おかわりすると効用が上がってしまうが，おかわりする前の効用に戻すためには，みかんの食べる量を「何個」減らせば良いのか」
である。（みかんを「3 個」減らせば良いのであれば，$MRS = 3$ である）

授業で，前節で学んだ限界効用を用いると 2 財モデルにおける限界代替率 MRS は，

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y}$$

と表せることを学んだ（MU_x/MU_y：**限界効用の比**）。この式を用いて限界代替率 MRS を計算するには「指数の計算方法」にも慣れていないといけない。

また，限界代替率 MRS の特徴として，

「限界代替率 $\boldsymbol{MRS}$ は，無差別曲線の接線の傾きに $\boldsymbol{-1}$ をかけた値」

になることもおさえておこう。

＜補足６＞ X 財の Y 財に対する限界代替率

通常，限界代替率 MRS と言ったとき，「X 財の Y 財に対する」限界代替率を表している（このことから，MRS をMRS_{xy}と書くこともある。添え字である xy は，横軸→縦軸の順だと考えると覚えやすい）。この X 財の Y 財に対する限界代替率とは，横軸を x，縦軸を y としたときの限界代替率と考えてもらってよいが，正確には次の通りである。

X 財の Y 財に対する限界代替率 MRS とは，X 財（りんご）の消費量 x が 1 単位増加したときに，元の効用水準に戻るために必要な Y 財（みかん）の消費量 y の減少分である。しかし，これではなんとも理解しづらい。よりわかりやすく言い換えた文章を 3 通り用意するので，自分が理解しやすい文章を見つけてほしい。

X 財の Y 財に対する限界代替率 MRS とは，

言い換え①「りんごを 1 つ食べるために，みかんを何個まで売ってもいいと考えるか」

言い換え②「(その人にとっての）りんご 1 個分の価値をみかんの個数で表現してみた」

言い換え③「みかん（Y 財）で計ったりんご（X 財）価値」

例えば，$MRS = 2$ とすれば，りんごを 1 つ食べる（買う）ために，みかんを 2 個まで売ってもいいと考えているなどと具体的にイメージするとよい。

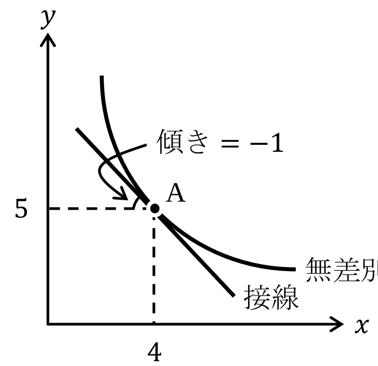
【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 限界代替率 MRS とは，X 財の消費量 x が（ 1 ）単位増加したときに，元の効用水準に戻るために必要な Y 財の消費量 y の減少分のことである。
2. 限界代替率 MRS とは，X 財の消費量 x が 1 単位増加したときに，元の効用水準に戻るために必要な Y 財の消費量 y の（ 増加分 /〇減少分 ）のことである。もしくは，X 財の消費量 x が 1 単位（ 増加 /〇減少 ）したときに，元の効用水準に戻るために必要な Y 財の消費量 y の増加分と考えてもよい。
3. X 財の消費量 x が 1 単位増加したときに，元の効用水準に戻るために，減らす必要のある Y 財の消費量 y が 3 であるとき，限界代替率 MRS の値は（ 3 ）である。
4. 限界代替率 MRS は，（ 限界効用 ）の比で表すことができ，X 財，Y 財に関する限界効用 MU_x，MU_y を用いて式で書くと次のようになる。

$$MRS = \left(\frac{MU_x}{MU_y} \right)$$

5. 限界代替率 MRS は，無差別曲線の（ 接線 ）の傾きに -1 をかけた値である。
6. 下図の点 A における限界代替率 MRS の値は（ 1 ）である。点 A の座標はひっかけ



7. 同一の無差別曲線上において，X 財の消費量 x が増加すればするほど，限界代替率 MRS が低下していくことを（ 限界代替率逓減 ）の法則といい，これにより無差別曲線が原点に対して（〇凸 / 凹 ）の形状となる。

(2) 次の英単語を 3 回ずつ書きなさい。

限界代替率 MRS　　Marginal Rate of Substitution

（ Marginal Rate of Substitution ），
（ Marginal Rate of Substitution ），
（ Marginal Rate of Substitution ）

【例題】効用関数 $U=x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}$ の限界代替率 MRS を求めなさい。

（解答）

$$MU_x=\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}y^{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}} \qquad MU_y=\frac{\partial U}{\partial y}=\frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}-1}=\frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{3}}$$

より，

$$MRS=\frac{MU_x}{MU_y}=\underbrace{\frac{\frac{1}{2}\boxed{x^{-\frac{1}{2}}}y^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}}\boxed{\boxed{y^{-\frac{1}{3}}}}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot 6\cdot y^{\frac{2}{3}}\cdot\boxed{\boxed{y^{\frac{1}{3}}}}}{\frac{2}{3}\cdot 6\cdot x^{\frac{1}{2}}\cdot\boxed{x^{\frac{1}{2}}}}}_{\text{この計算に慣れることが大切！}}=\frac{3y^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}}{4x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}=\frac{3y^1}{4x^1}=\frac{3y}{4x}$$

⇒ 指数にマイナスが入っていると「分子から分母へ」もしくは「分母から分子へ」移動！

$$MRS=\frac{3y}{4x}$$

【問題】

(1)　次の各効用関数における限界代替率 MRS を求めなさい。

1.　$U=5x^2y^3$

$$MU_x=\frac{\partial U}{\partial x}=2\cdot 5x^{2-1}y^3=10xy^3,\quad MU_y=\frac{\partial U}{\partial y}=3\cdot 5x^2y^{3-1}=15x^2y^2$$

より，

$$MRS=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{10xy^3}{15x^2y^2}=\frac{2y}{3x}$$

$$MRS=\frac{2y}{3x}$$

2.　$U=xy$

$$MU_x=\frac{\partial U}{\partial x}=y,\quad MU_y=\frac{\partial U}{\partial y}=x$$

より，

$$MRS=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{y}{x}$$

$$MRS=\frac{y}{x}$$

3.　$U=2xy$

$$MU_x=\frac{\partial U}{\partial x}=2y,\quad MU_y=\frac{\partial U}{\partial y}=2x$$

より，

$$MRS=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{2y}{2x}=\frac{y}{x}$$

$$MRS=\frac{y}{x}$$

4.　$U = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}},\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$

より，

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 2\cdot y^{\frac{1}{2}}\cdot y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\cdot 2\cdot x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}} = \frac{y^1}{x^1} = \frac{y}{x}$$

$MRS = \frac{y}{x}$

5.　$U = x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}},\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}}$

より，

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}}{\frac{3}{4}x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}}} = \frac{\frac{1}{4}\cdot 4\cdot y^{\frac{3}{4}}\cdot y^{\frac{1}{4}}}{\frac{3}{4}\cdot 4\cdot x^{\frac{1}{4}}\cdot x^{\frac{3}{4}}} = \frac{y^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}}{3x^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}} = \frac{y^1}{3x^1} = \frac{y}{3x}$$

$MRS = \frac{y}{3x}$

6.　$U = 12x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{4}}$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{3}\cdot 12x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{4}} = 4x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{4}},\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{4}\cdot 12x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{3}{4}} = 3x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{3}{4}}$

より，

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{4x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{4}}}{3x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{3}{4}}} = \frac{4y^{\frac{1}{4}}\cdot y^{\frac{3}{4}}}{3x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{2}{3}}} = \frac{4y^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}}{3x^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}} = \frac{4y^1}{3x^1} = \frac{4y}{3x}$$

$MRS = \frac{4y}{3x}$

7.　$U = 4x + 3y$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 4 + 0 = 4,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 0 + 3 = 3$

より，

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{4}{3}$$

$MRS = \frac{4}{3}$

8.　$U = \sqrt{x} + y\ (= x^{\frac{1}{2}} + y)$

$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} + 0 = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}},\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 0 + 1 = 1$

より，

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}{1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\left(= \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

$MRS = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

(2)　次の各効用関数において，消費量 $x = 3$，$y = 2$ における限界代替率 MRS の値を求めなさい。

1.　$U = 4x^2y$

$MU_x = \dfrac{\partial U}{\partial x} = 2 \cdot 4x^{2-1}y = 8xy$,　$MU_y = \dfrac{\partial U}{\partial y} = 4x^2$

これと $x = 3$，$y = 2$ より，

$MRS = \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{8xy}{4x^2} = \dfrac{2y}{x} = \dfrac{2 \cdot 2}{3} = \dfrac{4}{3}$

$MRS = \dfrac{4}{3}$

2.　$U = 2xy$

$MU_x = \dfrac{\partial U}{\partial x} = 2y$,　$MU_y = \dfrac{\partial U}{\partial y} = 2x$

これと $x = 3$，$y = 2$ より，

$MRS = \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{2y}{2x} = \dfrac{y}{x} = \dfrac{2}{3}$

$MRS = \dfrac{2}{3}$

3.　$U = 4x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

$MU_x = \dfrac{\partial U}{\partial x} = \dfrac{1}{2} \cdot 4x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = 2x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$,　$MU_y = \dfrac{\partial U}{\partial y} = \dfrac{1}{2} \cdot 4x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}} = 2x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$

これと $x = 3$，$y = 2$ より，

$MRS = \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{2x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{2x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}} = \dfrac{y^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{y^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}} = \dfrac{y}{x} = \dfrac{2}{3}$

$MRS = \dfrac{2}{3}$

4.　$U = 6x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}$

$MU_x = \dfrac{\partial U}{\partial x} = \dfrac{1}{3} \cdot 6x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{2}} = 2x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{2}}$,　$MU_y = \dfrac{\partial U}{\partial y} = \dfrac{1}{2} \cdot 6x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{2}}$

これと $x = 3$，$y = 2$ より，

$MRS = \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{2x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{2}}}{3x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{2}}} = \dfrac{2y^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{3x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{2}{3}}} = \dfrac{2y^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}{3x^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}} = \dfrac{2y}{3x} = \dfrac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \dfrac{4}{9}$

$MRS = \dfrac{4}{9}$

　ここまで解いてきた人は薄々気付いているかもしれないが…
効用関数を $U = ax^by^c$ とするとき，その限界代替率 MRS は，

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{abx^{b-1}y^c}{acx^by^{c-1}} = \frac{by^cy^{1-c}}{cx^bx^{1-b}} = \frac{by^{c+1-c}}{cx^{b+1-b}} = \frac{by^1}{cx^1} = \frac{by}{cx}$$

となり，効用関数 $U = ax^by^c$ の b や c の値が何であれ，MRS の式の中に $\dfrac{y}{x}$ が現れ，a の値が何であれ，MRS の式の中には a が現れないことがわかるだろう。

5.　$U = 3x + y$

$MU_x = \dfrac{\partial U}{\partial x} = 3$,　$MU_y = \dfrac{\partial U}{\partial y} = 1$

これより，

$MRS = \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{3}{1} = 3$　（$x = 3$，$y = 2$ は使わない）

$MRS = $ 3

6.　$U = 3\sqrt{x} + y$ $(= x^{\frac{1}{2}} + y)$

$MU_x = \dfrac{\partial U}{\partial x} = \dfrac{1}{2} \cdot 3x^{-\frac{1}{2}} + 0 = \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{3}{2\sqrt{x}}$,　$MU_y = \dfrac{\partial U}{\partial y} = 0 + 1 = 1$

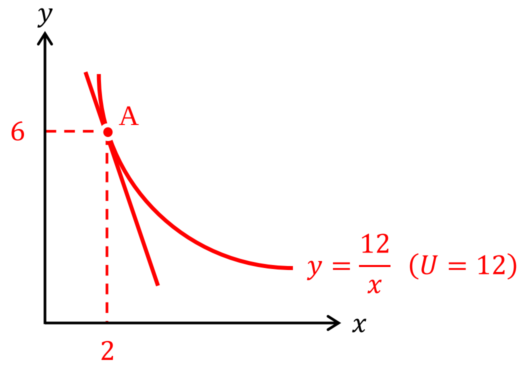
これと $x = 3$ より，

$MRS = \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{\frac{3}{2\sqrt{x}}}{1} = \dfrac{3}{2\sqrt{x}} = \dfrac{3}{2\sqrt{3}} \left(= \dfrac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \right)$　（$y = 2$ は使わない）

$MRS = \dfrac{3}{2\sqrt{3}}$

(3)　効用関数を $U = xy$ とするとき，次の各問いに答えなさい。

1.　効用 $U = 12$ における無差別曲線のグラフを書きなさい。ただし，$x = 2$，$y = 6$ である点 A における接線もグラフ中に明記しなさい。$12 = xy \rightarrow y = 12/x$ ：無差別曲線の式



2.　消費量 $x = 2$，$y = 6$ における限界代替率 MRS の値を求めなさい。

$MU_x = \dfrac{\partial U}{\partial x} = y$,　$MU_y = \dfrac{\partial U}{\partial y} = x$

これと $x = 2$，$y = 6$ より，

$MRS = \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{y}{x} = \dfrac{6}{2} = 3$

$MRS = $ 3

3.　消費量 $x = 3$，$y = 4$ における限界代替率 MRS の値を求めなさい。

$MRS = \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{y}{x} = \dfrac{4}{3}$

$MRS = \dfrac{4}{3}$

4.　消費量 $x=4$，$y=3$ における限界代替率 MRS の値を求めなさい。

$$MRS=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{y}{x}=\frac{3}{4}$$

$MRS=\dfrac{3}{4}$

5.　消費量 $x=6$，$y=2$ における限界代替率 MRS の値を求めなさい。

$$MRS=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{y}{x}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

$MRS=\dfrac{1}{3}$

6.　2.から 5.より，1.で書いた無差別曲線上において，X 財の消費量 x が増加すればするほど，限界代替率 MRS が低下していくことがわかるが，このような法則を何と言うか。

限界代替率逓減の法則

7.　消費量 $y=6$ における X 財に関する限界効用 MU_x を求めなさい。

$U=xy=x\cdot 6=6x$ より，$MU_x=6$

$MU_x=$ 6

8.　消費量 $y=2$ における X 財に関する限界効用 MU_x を求めなさい。

$U=xy=x\cdot 2=2x$ より，$MU_x=2$

$MU_x=$ 2

問題(3)の 7.と 8.は，第 4 講の授業動画のスライド 23 に書いた「りんごに飽きている」に関連している。7.を Step2，8.を Step4 に対応させると，確かに，7.から 8.にかけて，X 財（りんご）に関する限界効用 MU_x が低下しているのである。

＜補足 7＞ 限界効用の「比」

$$\frac{MU_x}{MU_y}\text{：限界効用の比}$$

限界効用の比の「比」という言葉の使い方に違和感を感じた人もいるのではないだろうか。ちなみに，価格「比」P_x/P_y も，同じ「比」の使い方をしていることに気付くだろう。

私たちは小学生の頃から，比の表し方は「2：3」や「5：4」と習ってきた。そのため，「比」と聞くと「2：3」などを連想してしまうが，経済学で登場する「比」は「比率」のことだと考えた方がよい。そもそも，比は英語で ratio（レシオ），つまり，比率なのである。例えば，$P_x=3$，$P_y=10$ としたとき，$P_x\ (=3)$ の $P_y\ (=10)$ に対する比率（割合）は 30%(= 0.3) だと暗算できると思うが，これが価格比 $P_x/P_y=3/10=0.3$ なのである。

実は，経済学で「価格比」を「価格比率」と呼ぶこともある。そのため，限界効用の比（率）や価格比（率）と考えておけばよいであろう。

＜補足８＞ 効用の考え方（１）

ところで，効用（満足度）が $U = 10$ と求められたときに，そもそも効用が 10 とは一体何なのかと不思議に思わなかっただろうか。脳神経科学的に考えて，効用 10 がドーパミンの分泌量と対応付けられているのか…？などと考えた方がいいのだろうか。

経済学はそこまでややこしい話に踏み込むものではない。ある人が「りんごを 1 つ食べること」と「みかんを 1 つ食べること」のどちらが良いかを比べたときに，「りんごを 1 つ食べること」の方が良いと判断したならば,「りんごを 1 つ食べることで得られる効用 $U_{りんご}$」は「みかんを 1 つ食べることで得られる効用 $U_{みかん}$」よりも大きいと解釈するに過ぎないのである。

そこで，$U_{りんご} = 10$，$U_{みかん} = 5$ というように（無理矢理）数字を当てはめて，$U_{りんご} > U_{みかん}$ だったから「この人はりんごを選んだんだな」と理解し直すのである。

これに関して，経済学の歴史上，論争になった効用の序数性と基数性という話に触れておこう。

まず，歴史的には「効用の基数性」の方が古い考え方だ。**効用の基数性**（**基数的効用**）とは，効用の値自体に意味があるものとする考え方である。先程の $U_{りんご} = 10$，$U_{みかん} = 5$ の例であれば「りんごはみかんよりも 2 倍の効用が得られている」と解釈する立場である。1900 年代初頭までの（ほとんどの）経済学者は「効用の基数性」を前提に考えていた。

それに対し，**効用の序数性**（**序数的効用**）とは，効用の値にはその大小だけに意味があるとする考え方である。つまり，$U_{りんご} = 10$，$U_{みかん} = 5$ からは,「りんごを食べた方がみかんを食べて得られる効用よりも高い」としか解釈せず，基数性のように「りんごはみかんよりも 2 倍の効用が得られている」とは考えないという立場である。この立場を採れば，「$U_{りんご} = 10$，$U_{みかん} = 5$」，「$U_{りんご} = 10$，$U_{みかん} = 9$」，「$U_{りんご} = 100$，$U_{みかん} = 1$」はどれも「りんごを食べた方がみかんを食べて得られる効用よりも高い」と言っているに過ぎないのである。

現在のミクロ経済学は「効用の序数性」で効用最大化を説明できるようになっている。つまり，効用 10 は効用 5 よりも満足度が 2 倍大きいといった（怪しい）議論をすることなく，効用最大化を説明することができるのである。

ここまで読んで「さっぱり意味がわからない…」と感じる人が大半だと思う。実は，今回の授業の範囲だけで効用の基数性と序数性の違いを説明するには，まだ内容的に不十分である。次回（第 5 講）の**＜補足４＞**「効用の考え方（２）」で説明の続きをすることにしたい。

今回のところは，効用 5 は効用 10 の半分と考えるのが「効用の基数性」で，効用 5 は効用 10 の半分とは考えず，効用 10 の方が「効用が大きい」とだけ考えるのが「効用の序数性」だと理解しておけばいいだろう。

はじめよう経済学　ー解答編ー
第 5 講　効用最大化

　第 5 講では，消費者行動の終着点である「効用最大化」について学んでいきます。前回，「限界代替率」の求め方を勉強しましたが，ここではそれを用いて「効用最大化条件」を導出していきます。その上で，いよいよ効用最大化問題を解くわけですが，解く方法はいたって簡単です。要は…

「次のような効用最大化条件と予算制約式の連立方程式を解く！」

$$\begin{cases} \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{P_x}{P_y} & \text{：効用最大化条件} \\ P_x x + P_y y = I & \text{：予算制約式} \end{cases}$$

この連立方程式を解けば，効用最大化問題を解いたことになるのです。（難しそうな連立方程式に見えますが，実際には数値や式が代入されていて，例えば，

$$\begin{cases} \dfrac{y}{x} = \dfrac{3}{1} & \text{：効用最大化条件} \\ 3x + y = 30 & \text{：予算制約式} \end{cases}$$

このような連立方程式を解くだけなのです）

＜第 5 講のノーテーション＞

x：X 財の数量（消費量，購入量，需要量）　y：Y 財の数量（消費量，購入量，需要量）
P_x：X 財の価格　P_y：Y 財の価格　I：所得　U：効用
MU_x：X 財に関する限界効用　MU_y：Y 財に関する限界効用
MRS：（X 財の Y 財に対する）限界代替率

目次

＜補足一覧＞　＊ 補足 8, 9, 10 は難易度が高いので飛ばしてもよい。

1. 効用最大化条件

授業でも見たように，**効用最大化条件**は，

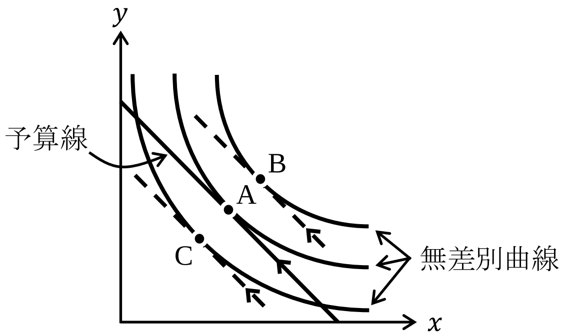
$$(MRS =)\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

＊ 両方の分子に x，両方の分母に y なので覚えやすい。

と表すことができた。これは，**「無差別曲線の接線の傾き」と「予算線の傾き」が等しくなっている**，もしくは，**「限界代替率（限界効用の比）」と「価格比（相対価格）」が等しくなっている**という状況を表していた。

また，「効用最大化条件を満たしても効用最大化しているとは限らない」という話も授業で出てきた。これがどういった意味か今一度確認していこう。

下図において，点 A が**最適消費点**（効用が最大となる点）であるが，効用最大化条件を満たしている点は点 A だけだろうか。



実は，**点 A, B, C のいずれの点も効用最大化条件を満たしている**のである。点 A, B, C はどの点も，「無差別曲線の接線の傾き」と「予算線の傾き」が等しくなっているので，効用最大化条件を満たしている。これより，

「効用最大化条件を満たしていても，効用最大化しているとは限らない！」

ことに十分注意をしなければならないのである（これに関して**＜補足８＞**により詳しい説明を書きました）。

【例題】X 財の価格を $P_x = 2$，Y 財の価格を $P_y = 3$ とするとき，効用関数 $U = x^2 y$ における効用最大化条件を求めなさい。

（解答）

$MU_x = \dfrac{\partial U}{\partial x} = 2xy$，$MU_y = \dfrac{\partial U}{\partial y} = x^2$ より，$MRS = \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{2xy}{x^2} = \dfrac{2y}{x}$

したがって，

$\dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{P_x}{P_y}$ より，$\dfrac{2y}{x} = \dfrac{2}{3}$ が得られる。$\left(\dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{3}\right.$ や $y = \dfrac{1}{3}x$ と解答しても構いません$\left.\right)$

$$\underline{\frac{2y}{x} = \frac{2}{3}}$$

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。

1.　次の式を（　　　効用最大化条件　　　）という。

$$\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{P_x}{P_y}\quad（もしくは，MRS=\frac{P_x}{P_y}）$$

2.　効用最大化条件とは，（　　無差別曲線　　）の接線の傾きと（　予算線　）の傾きが等しいことである。

3.　無差別曲線の接線の傾き×(−1)が（　　限界代替率　　），もしくは（　　限界効用　　）の比であり，予算線の傾き×(−1)が（　価格比　）であるので，これらが一致することを効用最大化条件という。［補足］無差別曲線の接線の傾きも予算線の傾きもどちらもマイナスの値になるので×(−1)をしてプラスの値に直す。

(2)　次の選択肢のうち，正しいものを2つ選びなさい。

① 効用最大化をしているとき，必ず効用最大化条件を満たしている。　正しい

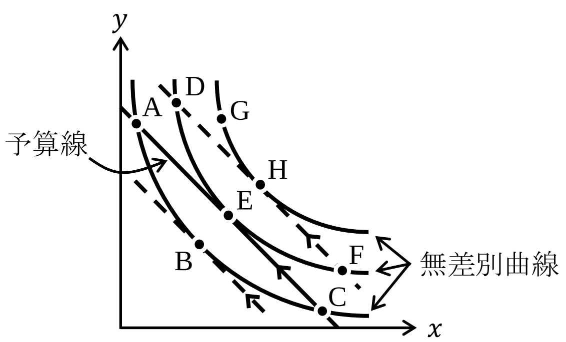
② 効用最大化をしていても，効用最大化条件を満たすとは限らない。　必ず満たす

③ 効用最大化条件を満たしていれば，必ず効用は最大化される。　「必ず」ではない

④ 効用最大化条件を満たしていても，効用が最大化されているとは限らない。　正しい

［補足］②は標準的な無差別曲線と内点解を仮定すれば必ず満たす　　①，④

(3)　以下のグラフに関して，次の各問いに記号A〜Hの中から答えなさい。ただし，2本の点線と予算線は平行であるとする。（ヒント）＜補足１＞



1.　効用最大化条件を満たしている点をすべて答えなさい。　（　B，E，H　）

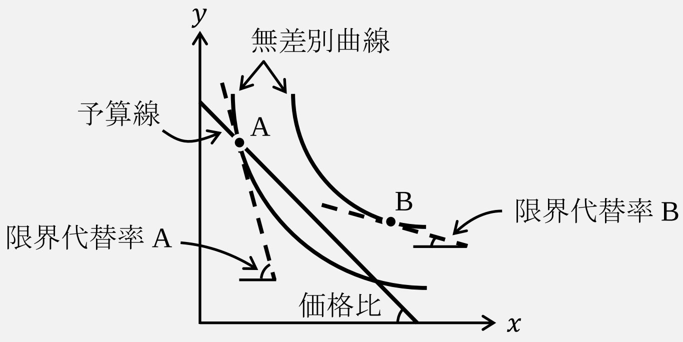
2.　限界代替率が価格比よりも大きくなる点をすべて答えなさい。　（　A，D，G　）

3.　限界効用の比が価格比よりも小さくなる点をすべて答えなさい。　（　C，F　）

各点において無差別曲線の接線を引いて，その傾き（限界代替率，限界効用の比）と予算線の傾き（価格比）の大小を比較すればよい。

<補足１> 限界代替率≠価格比という状況



上図において，点 A における限界代替率は図中の「限界代替率 A」である。これは予算線の傾きである図中の「価格比」よりも大きい。そのため，点 A においては（予算を使い切ってはいるが）効用最大化条件を満たしていない。

また，点 B における限界代替率は図中の「限界代替率 B」である。これは予算線の傾きである図中の「価格比」よりも小さい。そのため，点 B においては（そもそも買えない上に）効用最大化条件を満たしていない。

(4) X 財，Y 財に関する限界効用を MU_x，MU_y とし，X 財の価格を P_x，Y 財の価格を P_y とするとき，効用最大化条件を書きなさい。

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

(5) 次の各効用関数における効用最大化条件を求めなさい。

1. $U = xy$

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = y,\quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = x \ \rightarrow\ MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{y}{x}$$

$\dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{P_x}{P_y}$ より，$\dfrac{y}{x} = \dfrac{P_x}{P_y}$

$$\frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y}$$

2. $U = x^3y^2$

$$MU_x = 3x^{3-1}y^2 = 3x^2y^2,\quad MU_y = 2x^3y^{2-1} = 2x^3y \ \rightarrow\ MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{3x^2y^2}{2x^3y} = \frac{3y}{2x}$$

$\dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{P_x}{P_y}$ より，$\dfrac{3y}{2x} = \dfrac{P_x}{P_y}$

$$\frac{3y}{2x} = \frac{P_x}{P_y}$$

3.　$U = 3x^2y^2$

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{2 \cdot 3x^{2-1}y^2}{2 \cdot 3x^2y^{2-1}} = \frac{6xy^2}{6x^2y} = \boxed{\frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y}}$$

$$\underline{\frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y}}$$

4.　$U = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}-1}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 2 \cdot x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\cdot 2 \cdot x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}} = \underbrace{\frac{x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}}}_{*} = \frac{y^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}} = \boxed{\frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y}}$$

＊ 指数にマイナスが入っていると「分子から分母へ」もしくは「分母から分子へ」移動！

$$\underline{\frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y}}$$

5.　$U = 2x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{4}\cdot 2x^{\frac{1}{4}-1}y^{\frac{3}{4}}}{\frac{3}{4}\cdot 2x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}-1}} = \frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}}{\frac{3}{2}x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 2 \cdot x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}}{\frac{3}{2}\cdot 2 \cdot x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}}} = \frac{x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}}{3x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}}} = \frac{y^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{4}}}{3x^{\frac{1}{4}}x^{\frac{3}{4}}} = \frac{y^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}}{3x^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}} = \boxed{\frac{y}{3x} = \frac{P_x}{P_y}}$$

$$\underline{\frac{y}{3x} = \frac{P_x}{P_y}}$$

(6)　X 財の価格を $P_x = 1$，Y 財の価格を $P_y = 2$ とするとき，次の各効用関数における効用最大化条件を求めなさい。

1.　$U = 2xy$

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{2y}{2x} = \boxed{\frac{y}{x} = \frac{1}{2}} = \frac{P_x}{P_y} \quad \left(y = \frac{1}{2}x \text{ と解答しても構いません}\right)$$

$$\underline{\frac{y}{x} = \frac{1}{2}}$$

2.　$U = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1}y^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}-1}} = \frac{x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}}{2x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{3}}} = \frac{y^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}}{2x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{2}{3}}} = \boxed{\frac{y}{2x} = \frac{1}{2}} = \frac{P_x}{P_y} \quad \left(\frac{y}{x} = 1 \text{ や } y = x \text{ でも OK}\right)$$

$$\underline{\frac{y}{2x} = \frac{1}{2}}$$

3.　$U = x^{0.4}y^{0.6}$

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{0.4x^{0.4-1}y^{0.6}}{0.6x^{0.4}y^{0.6-1}} = \frac{4x^{-0.6}y^{0.6}}{6x^{0.4}y^{-0.4}} = \frac{2y^{0.6}y^{0.4}}{3x^{0.4}x^{0.6}} = \boxed{\frac{2y}{3x} = \frac{1}{2}} = \frac{P_x}{P_y} \quad \left(y = \frac{3}{4}x \text{ でも OK}\right)$$

$$\underline{\frac{2y}{3x} = \frac{1}{2}}$$

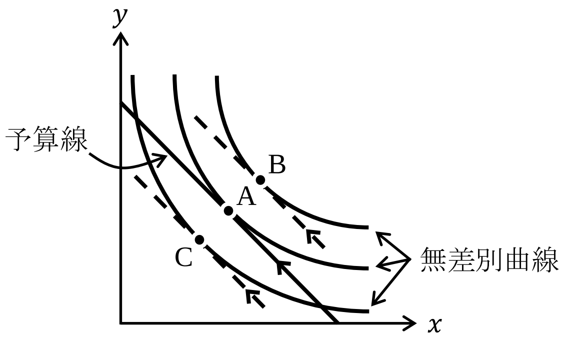
ところで，この第 1 節に関する補足が＜補足８＞と＜補足９＞であるが，これらは難易度が高いため後ろのページに回している。

2. 効用最大化問題

前節で，

「効用最大化条件を満たしていても，効用最大化しているとは限らない！」

ということを学んだ。これは，下図において効用最大化している点（最適消費点）は点 A であるが，点 A, B, C のすべてが効用最大化条件を満たす点であるということであった。



では，効用最大化条件を満たしつつ，最適消費点である点 A を見つけるにはどうすればいいのだろうか。言い換えてしまえば，上図内の点 A と点 B, C の違いは何なのだろうか。

その違いは，予算線の上に乗っているか乗っていないかで考えるのである。予算線の上に乗っていれば点 A，乗っていなければ点 B, C ということになる。では，予算線の上に乗っているとはどういうことか。それは，**予算線の上に乗っているということは予算制約式を満たしている**ということである。

（どういうことかと言うと…

予算制約式が $10x+5y=100$（$\to\ 5y=-10x+100\ \to\ y=-2x+20$）であったとき，

例えば，$x=\underline{\ 6\ }, y=-2\cdot 6+20=\underline{\ 8\ }$ となるような点 D は予算線の上に乗っていて，

その点 D（$x=6, y=8$）は，$\underbrace{10x+5y}_{10\cdot 6+5\cdot 8}=100\ \to\ 100=100$ というように，予算制約式である $10x+5y=100$ をちゃんと満たしているということです）

そのため，最適消費点である点 A を求めるには，

$$\begin{cases}\text{効用最大化条件}\\ \text{予算制約式}\end{cases}$$

この連立方程式を解けばいいということになる。（連立方程式を解くということは，「効用最大化条件」と「予算制約式」を同時に満たす点を求めるということになりますね）

この連立方程式を数式で表せば，

$$\begin{cases}\dfrac{MU_x}{MU_y}=\dfrac{P_x}{P_y} & ：\text{効用最大化条件}\\ P_x x+P_y y=I & ：\text{予算制約式}\end{cases}$$

となり，これを解けば x と y の**最適消費量**である x^* と y^* が求まるのである。

【例題】効用関数 $U=xy$，$P_x=3$，$P_y=1$，$I=30$ であるとき，最適消費量 x^*，y^* を求めなさい。

（解答）

効用関数 $U=xy$ より，

$$MU_x=\frac{\partial U}{\partial x}=y \qquad MU_y=\frac{\partial U}{\partial y}=x$$

であり，$P_x=3$，$P_y=1$ であるので，効用最大化条件は，

$$\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{P_x}{P_y}\ \rightarrow\ \frac{y}{x}=\frac{3}{1} \quad ：効用最大化条件$$

と求まる。

次に，効用最大化条件と予算制約式の連立方程式を解く。

$$\begin{cases}\dfrac{y}{x}=\dfrac{3}{1} & ：効用最大化条件\\ 3x+y=30 & ：予算制約式\end{cases}$$

この連立方程式を（少し）楽に解くには，ちょっとしたテクニックがある。このテクニックは次の手順で解くことであるので，下の式を左から丁寧に目で追ってほしい。

$$\begin{cases}\dfrac{y}{x}=\dfrac{3}{1}\\ 3x+y=30\end{cases} \rightarrow \underbrace{\begin{cases}\boxed{3x}=y & \cdots ①\\ \boxed{3x}+y=30 & \cdots ②\end{cases}}_{（*）} \rightarrow\ y+y=30\ \rightarrow\ 2y=30\ \rightarrow\ y^*=15$$

このテクニックのポイントは，上式の（*）において①式中の $3x$ と②式中の $3x$ が共通しているので，①式を②式に代入して $y+y=30$ を得ているというところである。

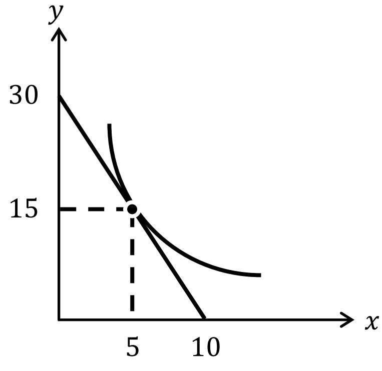
これより得られた $y^*=15$ を①式（もしくは②式）に代入すると，

$$3x=15\ \rightarrow\ x^*=5 \quad (3x+15=30\ \rightarrow\ 3x=15\ \rightarrow\ x^*=5)$$

というように，$x^*=5$ が得られるのである。

$x^*=$ 5 , $y^*=$ 15

この問題の状況を図に書くと次のようになる。



【問題】

(1)　次の効用最大化問題を解きなさい。

1.　$U = xy$, $P_x = 1$, $P_y = 3$, $I = 12$ であるとき，最適消費量 x^*, y^* を求めなさい。

$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$ より，$\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$

$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \\ x + 3y = 12 \end{cases} \to \begin{cases} x = 3y \\ x + 3y = 12 \end{cases} \to 3y + 3y = 12 \to 6y = 12 \to y^* = 2$

これを $x = 3y$ に代入して，$x^* = 3 \cdot 2 = 6$

$x^* =$ 6　, $y^* =$ 2

2.　$U = x^2y^3$, $P_x = 5$, $P_y = 10$, $I = 100$ であるとき，最適消費量 x^*, y^* を求めなさい。

$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$ より，$\frac{2xy^3}{3x^2y^2} = \frac{2y}{3x} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\begin{cases} \frac{2y}{3x} = \frac{1}{2} \\ 5x + 10y = 100 \end{cases} \to \begin{cases} 3x = 4y \\ x + 2y = 20 \end{cases} \to \begin{cases} x = \frac{4}{3}y \\ x + 2y = 20 \end{cases} \to \frac{4}{3}y + 2y = \frac{10}{3}y = 20 \to y^* = 6$

これを $x = \frac{4}{3}y$ に代入して，$x^* = \frac{4}{3} \cdot 6 = 8$

$x^* =$ 8　, $y^* =$ 6

3.　$U = x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$, $P_x = 4$, $P_y = 5$, $I = 60$ であるとき，最適消費量 x^*, y^* を求めなさい。

$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$ より，$\frac{\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{2}{3}}} = \frac{2y}{x} = \frac{4}{5}$

$\begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{4}{5} \\ 4x + 5y = 60 \end{cases} \to \begin{cases} 4x = 10y \\ 4x + 5y = 60 \end{cases} \to 10y + 5y = 60 \to 15y = 60 \to y^* = 4$

これを $4x = 10y$ に代入して，$4x = 10 \cdot 4 = 40 \to x^* = 10$

$x^* =$ 10　, $y^* =$ 4

4.　$U = x^{0.8}y^{0.2}$, $P_x = 2$, $P_y = 2$, $I = 120$ であるとき，最適消費量 x^*, y^* を求めなさい。

$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$ より，$\frac{0.8x^{-0.2}y^{0.2}}{0.2x^{0.8}y^{-0.8}} = \frac{4y}{x} = \frac{2}{2} = 1$

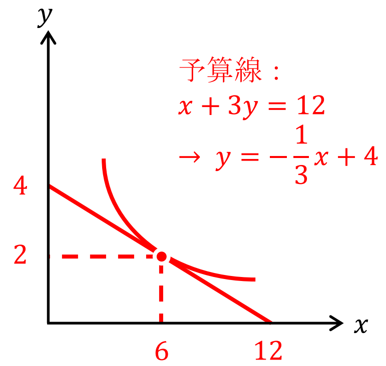
$\begin{cases} \frac{4y}{x} = 1 \\ 2x + 2y = 120 \end{cases} \to \begin{cases} x = 4y \\ x + y = 60 \end{cases} \to 4y + y = 60 \to 5y = 60 \to y^* = 12$

これを $x = 4y$ に代入して，$x^* = 4 \cdot 12 = 48$

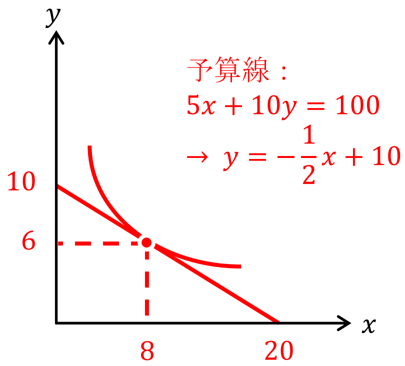
$x^* =$ 48　, $y^* =$ 12

(2)　問題(1)の各小問に関して，最適消費点を通る無差別曲線と予算線をグラフに書き，【例題】で示したように，最適消費点の座標と予算線の x 切片と y 切片の値を書き入れなさい。

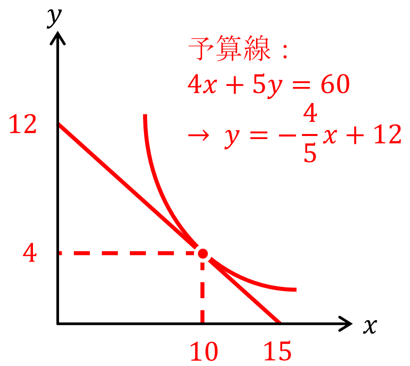
1.



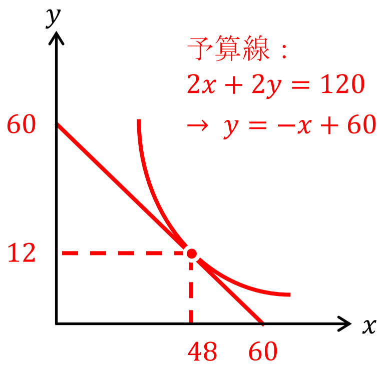
2.



3.



4.



(3)　次の効用最大化問題を解きなさい。

1.　$U=x^2y$，$P_x=2$，$P_y=3$，$I=90$ であるとき，最適消費量 x^*，y^* を求めなさい。

$\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{P_x}{P_y}$ より，$\frac{2xy}{x^2}=\frac{2y}{x}=\frac{2}{3}$

$\begin{cases}\frac{2y}{x}=\frac{2}{3}\\ 2x+3y=90\end{cases}\rightarrow\begin{cases}2x=6y\\ 2x+3y=90\end{cases}\rightarrow 6y+3y=90\rightarrow 9y=90\rightarrow y^*=10$

これを $2x=6y$ に代入して，$2x=6\cdot 10=60\rightarrow x^*=30$

$x^*=$ 30　$,y^*=$ 10

2.　$U=2x^2y$，$P_x=2$，$P_y=3$，$I=90$ であるとき，最適消費量 x^*，y^* を求めなさい。

$\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{P_x}{P_y}$ より，$\frac{2\cdot 2xy}{2x^2}=\frac{2y}{x}=\frac{2}{3}$

$\begin{cases}\frac{2y}{x}=\frac{2}{3}\\ 2x+3y=90\end{cases}\rightarrow\begin{cases}2x=6y\\ 2x+3y=90\end{cases}\rightarrow 6y+3y=90\rightarrow 9y=90\rightarrow y^*=10$

これを $2x=6y$ に代入して，$2x=6\cdot 10=60\rightarrow x^*=30$

$x^*=$ 30　$,y^*=$ 10

3. $U = x^4y^2$, $P_x = 2$, $P_y = 3$, $I = 90$ であるとき，最適消費量 x^*, y^* を求めなさい。

$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$ より，$\frac{4x^3y^2}{2x^4y} = \frac{2y}{x} = \frac{2}{3}$

$\begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{2}{3} \\ 2x + 3y = 90 \end{cases} \to \begin{cases} 2x = 6y \\ 2x + 3y = 90 \end{cases} \to 6y + 3y = 90 \to 9y = 90 \to y^* = 10$

これを $2x = 6y$ に代入して，$2x = 6 \cdot 10 = 60 \to x^* = 30$

$x^* =$ 30 , $y^* =$ 10

4. $U = xy^{\frac{1}{2}}$, $P_x = 2$, $P_y = 3$, $I = 90$ であるとき，最適消費量 x^*, y^* を求めなさい。

$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$ より，$\frac{y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}xy^{-\frac{1}{2}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)}}{\frac{1}{2}x} = \frac{y}{\frac{1}{2}x} = \frac{2y}{x} = \frac{2}{3}$

$\begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{2}{3} \\ 2x + 3y = 90 \end{cases} \to \begin{cases} 2x = 6y \\ 2x + 3y = 90 \end{cases} \to 6y + 3y = 90 \to 9y = 90 \to y^* = 10$

これを $2x = 6y$ に代入して，$2x = 6 \cdot 10 = 60 \to x^* = 30$

$x^* =$ 30 , $y^* =$ 10

5. $U = x^2y$, $P_x = 4$, $P_y = 6$, $I = 180$ であるとき，最適消費量 x^*, y^* を求めなさい。

$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$ より，$\frac{2xy}{x^2} = \frac{2y}{x} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{2}{3} \\ 4x + 6y = 180 \end{cases} \to \begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{2}{3} \\ 2x + 3y = 90 \end{cases} \to \begin{cases} 2x = 6y \\ 2x + 3y = 90 \end{cases} \to 6y + 3y = 90 \to y^* = 10$

これを $2x = 6y$ に代入して，$2x = 6 \cdot 10 = 60 \to x^* = 30$

$x^* =$ 30 , $y^* =$ 10

6. $U = 4x^6y^3$, $P_x = 20$, $P_y = 30$, $I = 900$ であるとき，最適消費量 x^*, y^* を求めなさい。

$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$ より，$\frac{6 \cdot 4x^5y^3}{3 \cdot 4x^6y^2} = \frac{2y}{x} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

$\begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{2}{3} \\ 20x + 30y = 900 \end{cases} \to \begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{2}{3} \\ 2x + 3y = 90 \end{cases} \to \begin{cases} 2x = 6y \\ 2x + 3y = 90 \end{cases} \to 6y + 3y = 90 \to y^* = 10$

これを $2x = 6y$ に代入して，$2x = 6 \cdot 10 = 60 \to x^* = 30$

$x^* =$ 30 , $y^* =$ 10

問題(3)は，各小問の設定が違うのにも関わらず，すべて同じ答えになっていることに気付いただろうか。このからくりについて，＜補足２＞と＜補足３＞で説明していく。とても大切な内容なので丁寧に読んでいこう。

＜補足２＞ 実は同じ予算線

問題(3)の各小問の「予算制約式」に着目してみよう。

問題 1.から 6.は $P_x = 2$，$P_y = 3$，$I = 90$ で共通しているので，予算制約式は

$$P_x x + P_y y = I \ \rightarrow\ \boxed{2x + 3y = 90}$$

と書ける。次に，問題 5.は $P_x = 4$，$P_y = 6$，$I = 180$ から

$$P_x x + P_y y = I \ \rightarrow\ 4x + 6y = 180 \ \rightarrow\ \boxed{2x + 3y = 90}$$

と書け，問題 6.は $P_x = 20$，$P_y = 30$，$I = 900$ から

$$P_x x + P_y y = I \ \rightarrow\ 20x + 30y = 900 \ \rightarrow\ \boxed{2x + 3y = 90}$$

と書ける。つまり，問題 1.から 6.の予算制約式はどれも $2x + 3y = 90$ と書くことができ，グラフで書いても同じ予算線になるのである。

次に，問題 1.と問題 5.に着目してみる。これら 2 つの問題を再掲すると，

問題 1.　$U = x^2y$，$P_x = 2$，$P_y = 3$，$I = 90$ であるとき，最適消費量 x^*，y^* を求めなさい。

問題 5.　$U = x^2y$，$P_x = 4$，$P_y = 6$，$I = 180$ であるとき，最適消費量 x^*，y^* を求めなさい。

であり，答えはどちらも $x^* = 30$，$y^* = 10$ で同じであった。

これより，すべて財の価格を 2 倍したとしても所得が 2 倍になっていれば，答えは変わらないということである（第 3 講の**＜補足３＞**でも確認した）。確かに，私たちのお給料が 10 倍になったとしても，商品の価格がすべて 10 倍になったら「何も変わらなさそうだ」ということは直観的にもわかるかと思うが，問題 1.と問題 5.の答えが同じだということは，その直観が正しいことを示しているのである。

＜補足３＞ 効用関数の単調変換

問題(3)の各小問の「効用関数」に着目してみよう。

問題 1.から 6.の効用関数から得られる限界代替率 MRS はすべて

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{2}{3}$$

となっている。ここで，問題 1.から 6.の効用関数をすべて並べてみる。（以下の括弧内は，問題 1.の効用関数を基準としたときに，何倍，もしくは何乗したのかを表している）

問題 1.	$U = x^2y$	（基準）	問題 4.	$U = xy^{\frac{1}{2}}$	（$\frac{1}{2}$乗）
問題 2.	$U = 2x^2y$	（$\times 2$）	問題 5.	$U = x^2y$	（問題 1.と同じ）
問題 3.	$U = x^4y^2$	（2 乗）	問題 6.	$U = 4x^6y^3$	（$\times 4$ と 3 乗）

これらからわかるように，問題 1.の効用関数 $U = x^2y$ に対して，x 倍や x 乗したとしても限界代替率は 2/3 から変化しないというわけである。

この x 倍や x 乗したり作業を**単調変換**と言う。(例えば，「$U=2x^2y$ は $U=x^2y$ を単調変換した効用関数である」と表現する)

単調変換を数学的に定義することは難易度が上がるため，ここでは経済学における単調変換の解釈について説明しておく。

x	1	1	2	2	1	2	3	3	3
y	1	2	1	2	3	3	1	2	3
A　$U=xy$	① 1	② 2	③ 2	④ 4	⑤ 3	⑥ 6	⑦ 3	⑧ 6	⑨ 9
B　$U=2xy$	❶ 2	❷ 4	❸ 4	❹ 8	❺ 6	❻12	❼ 6	❽12	❾18
C　$U=x^2y^2$	㊀ 1	㊁ 4	㊂ 4	㊃16	㊄ 9	㊅36	㊆ 9	㊇36	㊈81
D　$U=xy+5$	Ⅰ 6	Ⅱ 7	Ⅲ 7	Ⅳ 9	Ⅴ 8	Ⅵ11	Ⅶ 8	Ⅷ11	Ⅸ14

まず，上の表の効用関数 A から D はすべて単調変換の関係にあることを念頭に置いた上で，表の見方から説明していく。

表中の①に書かれている「1」は，$x=1$，$y=1$ のとき，$U=xy=1\cdot 1=\underline{1}$ であることを表している。②に書かれている「2」は，$x=1$，$y=2$ のとき，$U=xy=1\cdot 2=\underline{2}$ であることを表している。

それでは，まず効用関数 A「$U=xy$」にだけ着目し，①～⑨を効用（水準）が小さい順にならべてみると，

①＜②＝③＜⑤＝⑦＜④＜⑥＝⑧＜⑨

となる。同様に，効用関数 B，C，D についても並べてみると，

❶＜❷＝❸＜❺＝❼＜❹＜❻＝❽＜❾

㊀＜㊁＝㊂＜㊄＝㊆＜㊃＜㊅＝㊇＜㊈

Ⅰ＜Ⅱ＝Ⅲ＜Ⅴ＝Ⅶ＜Ⅳ＜Ⅵ＝Ⅷ＜Ⅸ

となり，よく見てみると，効用水準の順位がどの効用関数も変わらないことに気付く！

このことから，効用関数を単調変換すると効用水準自体は変わるかもしれないが，その人の好みを変えることがないということである。(好みを変えることがないとは，「$x=2$，$y=1$」と「$x=1$，$y=3$」のどちらが良いかを聞いたときに，常に「$x=1$，$y=3$」が良いと答えるということである)

話が長引いてしまったが，つまり，**効用関数は単調変換しても，限界代替率を変化させないので効用最大化問題の解に影響を与えない**のである。(これが効用の序数性に関係するのですが＜補足４＞で解説します)

この知識を知っていると次のような計算テクニックが使える。これはとても便利なテクニックなので単調変換をよく理解した上で使うと，問題を解く時間を短縮することができる。

【例題】$U=x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}$，$P_x=3$，$P_y=1$，$I=30$ であるとき，最適消費量 x^*，y^* を求めなさい。

（解答）

$U=x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}$ を単調変換して, $V=xy$ とする。(3 乗したことで, 効用関数が変更されたので, 新しい効用関数を「$V=\cdots$」とした）

$V=xy$ より，限界代替率 MRS は

$$MRS=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{\frac{\partial V}{\partial x}}{\frac{\partial V}{\partial y}}=\frac{y}{x}$$

となるので,

$$\begin{cases} \dfrac{y}{x}=\dfrac{3}{1} & \text{：効用最大化条件} \\ 3x+y=30 & \text{：予算制約式} \end{cases}$$

を解いて，$x^*=5$，$y^*=15$ が得られる。（ちなみに p.7 の【例題】と同じ解答）

$x^*=\ 5$, $y^*=\ 15$

この解法では，効用関数を $U=x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}$ のまま，限界代替率 MRS を計算するのは面倒であるので，$V=xy$ に単調変換してから限界代替率 MRS を計算している。このように効用関数を単調変換すると効用最大化問題が簡単に解けるようになるので，知っておくと便利である。

問題(3)を総括すると, 問題 1.から 6.は, 予算制約式が実質的にはどれも同じものであり, さらに，どの効用関数も問題 1.の効用関数から単調変換をしたものであるので，答えが同じになったというわけである。

＜補足４＞ 効用の考え方（２）

この補足は直前の＜補足３＞と第 4 講の＜補足８＞の続きである。

効用関数を単調変換しても効用最大化問題の解が変わらない，つまり，私たちの消費行動が変わらないとはどういうことであろうか。＜補足３＞でも見たように，効用関数を単調変換すると，効用の値は変わってしまうが，結論である効用最大化問題の解が変わらなかった。これは，**効用の値自体は本質的には重要ではなく，好みの順番が大切である**ということである（ここがわかりにくい人は＜補足３＞を読み直してほしい)。

ここで，前回の＜補足８＞を振り返ってみると，**効用の基数性（基数的効用**）とは，効用の値自体に意味があるものとする考え方であり，**効用の序数性（序数的効用**）とは，効用の値にはその大小だけに意味があるとする考え方であった。

このことから，私達が学んでいるミクロ経済学は「効用の序数性」に立脚しているということがわかるのである（問題(3)のすべての問題が同じ解答になったことは，効用の序数性を前提にしているということ)。私達が学んでいるミクロ経済学は,「効用関数を単調変換し, 効用の値が変わってしまっても，好みの順番は変わっていないので私達は消費行動を変えない」ということから，効用の値自体を重要視しないというスタンスなのである。

（ただし，ゲーム理論や不確実性の内容では，効用の基数性を前提とすることもある）

3. 財の種類

上級財（正常財）：所得 I の増加［減少］により，消費量 x が増加［減少］する財
下級財（劣等財）：所得 I の増加［減少］により，消費量 x が減少［増加］する財
中級財（**中立財**）：所得 I が増加［減少］しても，消費量 x が変化しない財
需要法則を満たす財：価格 P が上昇［下落］すると，消費量 x が減少［増加］する財
⇒ 需要曲線が右下がりになる（つまり，通常の財の性質ですね）
ギッフェン財（超下級財）：価格 P が上昇［下落］すると，消費量 x が増加［減少］する財
⇒ 需要曲線が**右上がり**になる（第１講の**＜補足５＞**を参照）

理解しやすいように，思い切って簡単に説明すると次のようである。

「お給料が増えて買う量を増やせば，上級財」
「お給料が増えて買う量を減らせば，下級財」例：カップラーメン
「お給料が増えても買う量が変わらなければ，中級財」例：トイレットペーパー
「値段が高くなったのに，たくさん買うようになれば，ギッフェン財」

【問題】次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。
1. 所得 I の増加により，消費量 x が増加する財を（　上級　）財という。
2. 所得 I の増加により，消費量 x が減少する財を（　下級　）財という。
3. 所得 I の減少により，消費量 x が減少する財を（　上級　）財という。
4. 所得 I の減少により，消費量 x が増加する財を（　下級　）財という。
5. 所得 I の減少にも関わらず，消費量 x が変化しない財を（　中級　）財という。
6. 所得 I の増加にも関わらず，消費量 x が変化しない財を（　中級　）財という。
7. 価格 P の上昇により，需要量 x が減少する財を，（　需要　）法則を満たす財という。
8. 価格 P の上昇により，需要量 x が増加する財を（　ギッフェン　）財という。
9. 価格 P の下落により，需要量 x が（　増加　）する財を，需要法則を満たす財という。
10. 価格 P の（　下落　）により，需要量 x が減少する財をギッフェン財という。

＊ ノーテーションにあるように，x は消費量，購入量，需要量のどれで考えてもよい。

＜補足５＞ カップラーメンは下級財？

下級財の例をカップラーメンと書いたが，カップラーメンしか売っていない世界を考えれば，カップラーメンは上級財となる（所得が増えたときに，買うものはカップラーメンしかないからである）。また，途上国ではカップラーメンが非常に重宝されるものかもしれない。つまり，上級財か下級財か（中級財か）という話は，他の財との関わりの中で決まってくるものであり，さらに人の好みによっても異なってくる。そのため「下級財の例はカップラーメンだ」とは断言できるものではないのである。よくインターネットで，上級財の例や下級財の例を挙げているサイトがあるが，このような注意書きは必要であると思う。

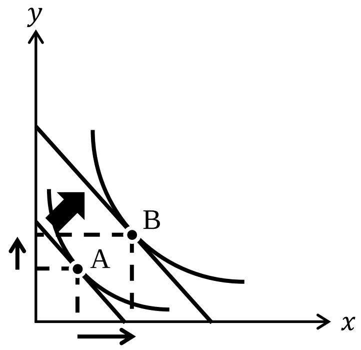
【例題】

(1)　X 財を上級財，Y 財も上級財とするとき，所得 I が増加した場合における，最適消費点の変化について，無差別曲線と予算線を用いた図を書いて示しなさい。ただし，変化前の最適消費点に A，変化後の最適消費点に B と書き入れること。

＊ 以下の【問題】では「X 財：上級財，Y 財：上級財，所得 I：増加」と表記する。

（解答）

次のように作図すればよい。



（解説）

作図の手順は次の通りである。

Step1　元の予算線とそれに接する無差別曲線を書き，最適消費点 A を書き入れる。

Step2　問題文より，所得 I が増加するので，予算線を右上に平行シフトさせる。

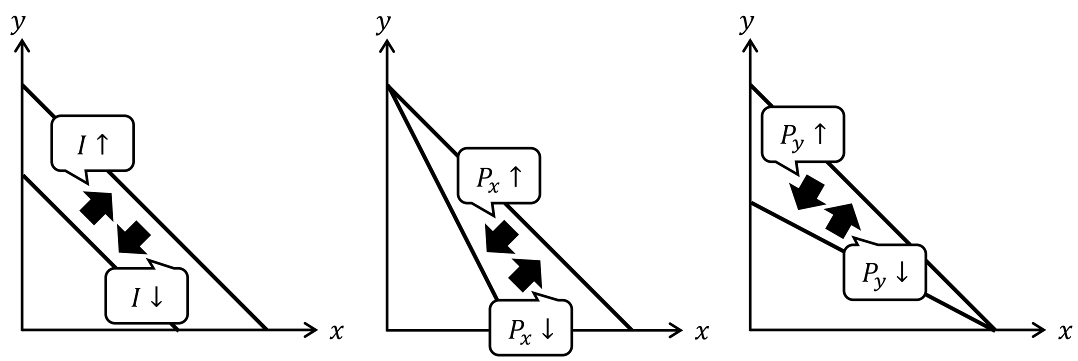
Step3　**X 財も Y 財も上級財であるので，所得 I の増加でどちらの財も消費量が増えなければならない。**

Step4　そのため，新しい最適消費点 B を元の最適消費点 A の右上にくるように新しい予算線の上に書き入れる。

Step5　新しい最適消費点 B を通り，新しい予算線に接するような無差別曲線を書き入れれば完成である。（最適消費点が点 A から点 B に移ることで，X 財の消費量 x と Y 財の消費量 y がともに増加していることがわかる）

この例題では第 3 講で学んだ予算線のシフトが重要になってくる。忘れている人もいるかもしれないので予算線のシフトのまとめを再掲しておく。

［所得 I の変化］　［X 財の価格 P_x の変化］　［Y 財の価格 P_y の変化］

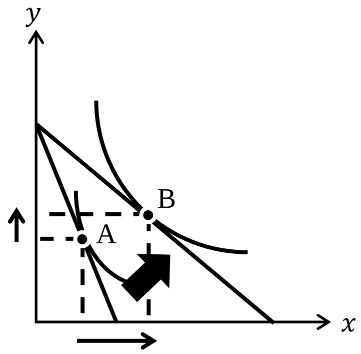


(2)　X 財を需要法則を満たす財とするとき，X 財の価格 P_x が下落した場合における，最適消費点の変化について，無差別曲線と予算線を用いた図を書いて示しなさい。ただし，Y 財の消費量 y は増加するものとして作図し，変化前の最適消費点に A，変化後の最適消費点に B と書き入れること。

＊ 以下，「X 財：需要法則を満たす財，X 財の価格 P_x：下落，Y 財の消費量 y：増加」

（解答）

次のように作図すればよい。



（解説）

作図の手順は次の通りである。

Step1　元の予算線とそれに接する無差別曲線を書き，最適消費点 A を書き入れる。

Step2　問題文より，X 財の価格 P_x が下落するので，予算線を反時計回りに回転させる。

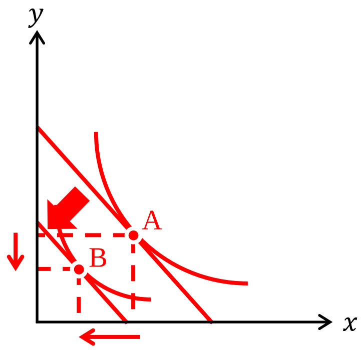
Step3　**X 財は需要法則を満たす財であるので，X 財の価格 P_x が下落に対して需要量 x は増加しなければならない。**

Step4　また，Y 財の消費量 y は増加するものと仮定されているので，新しい最適消費点 B を元の最適消費点 A の右上にくるように新しい予算線の上に書き入れる。

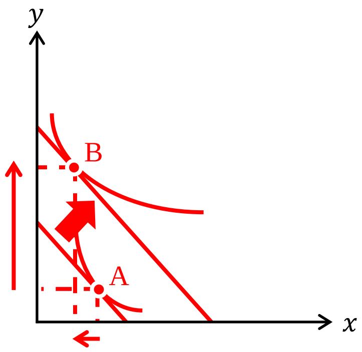
Step5　新しい最適消費点 B を通り，新しい予算線に接するような無差別曲線を書き入れれば完成である。（最適消費点が点 A から点 B に移ることで，X 財の消費量 x と Y 財の消費量 y がともに増加していることがわかる）

【問題】上の【例題】を参考にして，次の各問いに答えなさい。

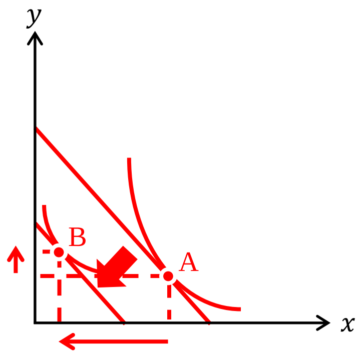
1.　X 財：上級財，Y 財：上級財，所得 I：減少　　所得 I↓⇒ 上級財 x↓，上級財 y↓



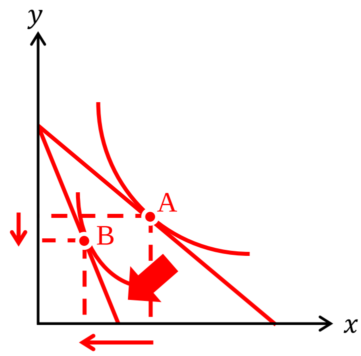
2.　X 財：下級財，Y 財：上級財，所得 I：増加　　所得 $I\uparrow\Rightarrow$ 下級財 $x\downarrow$，上級財 $y\uparrow$



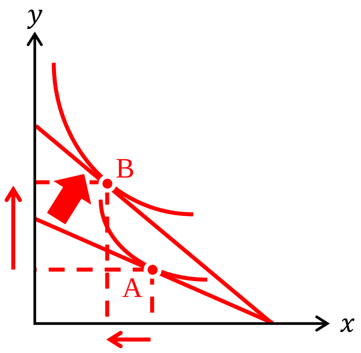
3.　X 財：上級財，Y 財：下級財，所得 I：減少　　所得 $I\downarrow\Rightarrow$ 上級財 $x\downarrow$，下級財 $y\uparrow$



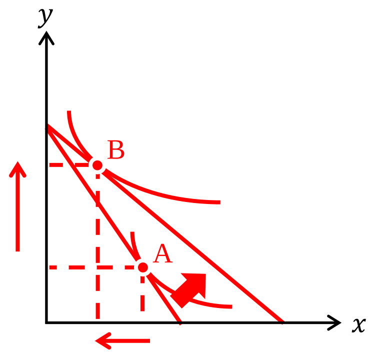
4.　X 財：需要法則を満たす財，X 財の価格 P_x：上昇，Y 財の消費量 y：減少　　$P_x\uparrow\Rightarrow x\downarrow$



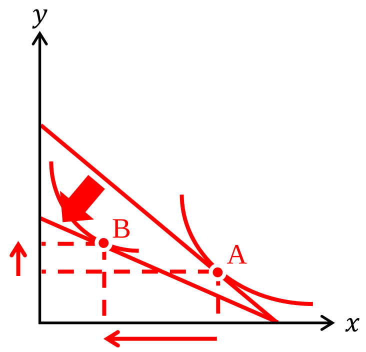
5.　Y 財：需要法則を満たす財，Y 財の価格 P_y：下落，X 財の消費量 x：減少　　$P_y\downarrow\Rightarrow y\uparrow$



6.　X 財：ギッフェン財，$\underline{X\text{ 財の価格 } P_x\text{：下落}}$



7.　Y 財：ギッフェン財，$\underline{Y\text{ 財の価格 } P_y\text{：上昇}}$



＜補足６＞ 粗代替財と粗補完財

問題 4.では，X 財の価格 P_x が上昇して Y 財の消費量 y が減少していたが，このような関係にあるとき，Y 財は X 財の **（粗）補完財**という（補完財と書いてもいいが，勉強が進むと，純補完財という概念も出てくるため，混同しないために粗補完財と書いた方がいい）。

また，問題 5.では，Y 財の価格 P_y が下落して X 財の消費量 x が減少していたが，このような関係にあるとき，X 財は Y 財の **（粗）代替財**という。（同様に，純代替財という概念もあるため，粗代替財と書いた方がいい。また，「代替」は「だいたい」と読むことに注意）

ところで，第 1 講の授業で「需要曲線のシフトの原因」について代替財や補完財の価格の変化を挙げたことを覚えているだろうか。実は，これらも「粗代替財」，「粗補完財」のことを意味しているのである。粗代替財と粗補完財をまとめておくと次のようになる。

$P_x \downarrow \Rightarrow y \downarrow$ もしくは，$P_x \uparrow \Rightarrow y \uparrow$ のとき，Y 財は X 財の（粗）代替財　… ①
$P_y \downarrow \Rightarrow x \downarrow$ もしくは，$P_y \uparrow \Rightarrow x \uparrow$ のとき，X 財は Y 財の（粗）代替財　… ②
$P_x \downarrow \Rightarrow y \uparrow$ もしくは，$P_x \uparrow \Rightarrow y \downarrow$ のとき，Y 財は X 財の（粗）補完財　… ③
$P_y \downarrow \Rightarrow x \uparrow$ もしくは，$P_y \uparrow \Rightarrow x \downarrow$ のとき，X 財は Y 財の（粗）補完財　… ④

ところで，①，②を単に「X 財と Y 財は（粗）代替財」，③，④を単に「X 財と Y 財は（粗）補完財」といってしまうことが多い。（4 通りに分けるのは面倒なので 2 通りにしてしまう）

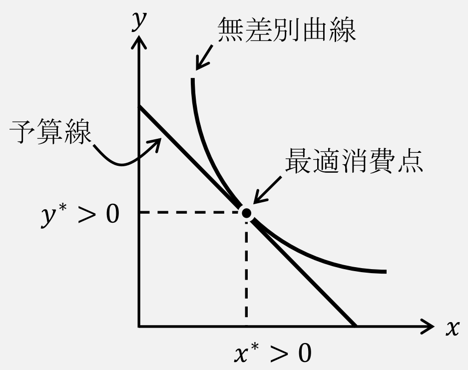
また，粗代替財に関しては，すべて矢印の向きが同じ（例えば，$P_x \boxed{\downarrow} \Rightarrow y \boxed{\downarrow}$）になるので，「**たいだい（大体；代替），向きは同じ**」と覚えておくと忘れないのではないだろうか。

＜補足７＞ 内点解と端点解

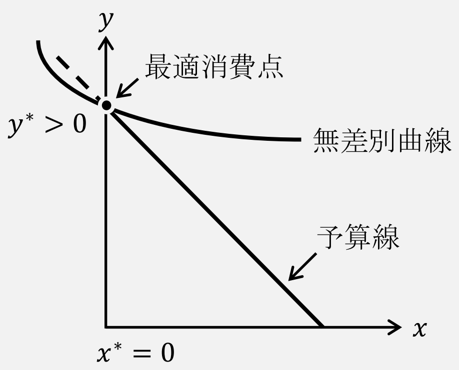
第 3 講の＜補足７＞で，効用最大化問題の解が「りんごとみかんの両方を買う」となることを「内点解となる」もしくは「端点解（コーナー解）がない」と書いた。

内点解とは，最適消費点が $x^* > 0$，$y^* > 0$ となるような解のことをいう。言い換えると，最適消費点が x 軸や y 軸の上にはないということである。それに対して，**端点解**（**コーナー解**）とは，最適消費点が $x^* > 0$，$y^* = 0$，もしくは，$x^* = 0$，$y^* > 0$ となるような解のことをいう。言い換えると，最適消費点が x 軸か y 軸のどちらかの上にあるということである。左下図は内点解，右下図は端点解（コーナー解）の状況を表している。

［内点解］



［端点解（コーナー解）］



端点解（コーナー解）に関して少し補足しておく。まず，右上図の最適消費点は端点解になっており特殊な状況のように思えるが，効用が最大化され，予算を使い切っていることは通常の最適消費点（内点解）と同じ特徴である。しかし，端点解（最適消費点）は無差別曲線と予算線の接点になっていないことには注意が必要である。

また，第 3 講の＜補足７＞で見たように，効用関数が $U = xy$（やその単調変換した式の形）であれば，端点解をもつことはない。なぜなら，$U = xy$ は x か y のどちらかが 0 であれば $U = 0$ となってしまうので，所得が少しでもあるならば X 財と Y 財のどちらも少しは購入しようとするからである。

最後に，端点解となる場合は，

$$\begin{cases} \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{P_x}{P_y} & \text{：効用最大化条件} \\ P_x x + P_y y = I & \text{：予算制約式} \end{cases}$$

この連立方程式を解いて，最適消費点を求めるという解法を使うことができない。なぜなら，端点解においては無差別曲線の接線の傾き（限界代替率）と予算線の傾き（価格比）が一致しないため，効用最大化条件が使えないのである。例えば，右上図における最適消費点（端点解）においては，限界代替率＜価格比となっており（＜補足１＞も参照），効用最大化条件が満たされていないことがわかる。ちなみに，＜補足１０＞で学ぶラグランジュ未定乗数法も，端点解になる場合には用いることができない。

4. 需要曲線の導出

第 3 講から第 5 講の第 3 節までの知識を使えば，第 1 講で学んだ需要曲線を導出することができる。次のような X 財の価格 P_x の変化を考える。

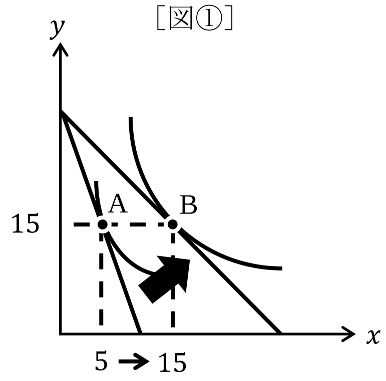
効用関数 $U = xy$，$P_x = 3$，$P_y = 1$，$I = 30$ であるとする（p.7 の【例題】より，$x^* = 5$，$y^* = 15$）。ここで，P_x のみが $P_x = 1$ へ下落したとする。

価格変化**後**の最適消費量 x^*，y^* を求めてみる。

$$\begin{cases} \dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{1} \\ x + y = 30 \end{cases} \rightarrow\ x^* = 15,\ y^* = 15$$

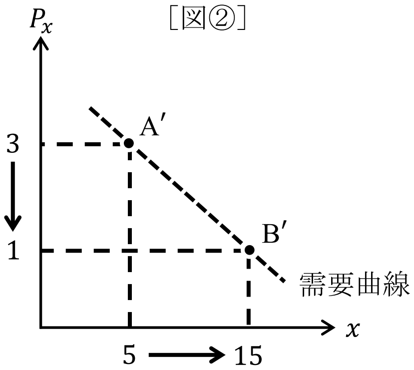
と求めることができる。これを無差別曲線と予算線のグラフで書き表せば，

［図①］



となる。図①は X 財と Y 財の 2 財に注目しているが，X 財のみに注目した図を下に書いてみよう。横軸を X 財の消費量 x とし，縦軸を X 財の価格 P_x としていることに注意しよう。

［図②］



図②の点 A′ は図①の点 A に対応しており，同じように点 B′ は点 B に対応している。（対応しているとは，点 A も点 A′ も $P_x = 3$ のときの最適消費量が $x^* = 5$，点 B も点 B′ も $P_x = 1$ のときの最適消費量が $x^* = 15$ ということである）

そして，図②に需要曲線と書いてあるが，点 A′ と点 B′ を通る曲線（図中の右下がりの点線）が「需要曲線」だということである。このことから，**図①の効用最大化問題から，図②の需要曲線を導くことができる**ことがわかるのである！

（ちなみに，図②で需要曲線を点線で書いている理由は，図①からわかることは図②の点 A′ と点 B′ の 2 点を需要曲線が通るということだけだからである。つまり，需要曲線が点 A′ と点 B′ 以外の箇所はどこを通るかわからないので点線で書いているのである）

【問題】

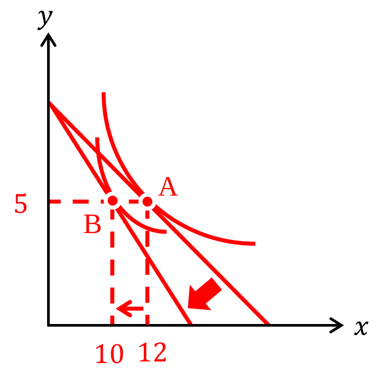
1. $U = x^2 y$，$P_x = 10$，$P_y = 12$，$I = 180$ から，P_x のみが $P_x = 12$ に変化したときの前ページの図①と図②（横軸：x，縦軸：P_x）に対応するグラフを書きなさい。ただし，最適消費点である点 A や点 B の座標や，それに対応する点 A′ と点 B′ の座標を書く必要はあるが，予算線の切片の値や需要曲線は書き入れないでよいものとする。

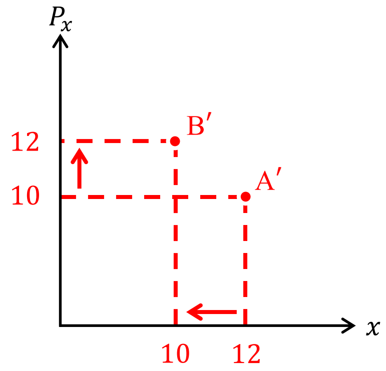
変化前：$\begin{cases} \dfrac{2xy}{x^2} = \dfrac{2y}{x} = \dfrac{10}{12} = \dfrac{5}{6} \\ 10x + 12y = 180 \end{cases} \to \begin{cases} 5x = 12y \\ 5x + 6y = 90 \end{cases} \to 12y + 6y = 18y = 90 \to y^* = \underline{5}$

$\to 5x = 12y \to x^* = \dfrac{12}{5} y^* = \dfrac{12}{5} \cdot 5 = \underline{12}$

変化後：$\begin{cases} \dfrac{2xy}{x^2} = \dfrac{2y}{x} = \dfrac{12}{12} = 1 \\ 12x + 12y = 180 \end{cases} \to \begin{cases} x = 2y \\ x + y = 15 \end{cases} \to 2y + y = 3y = 15 \to y^* = \underline{5}$

$\to x^* = 2y^* = 2 \cdot 5 = \underline{10}$





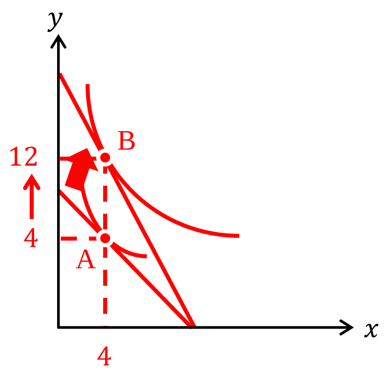
2. $U = x^{0.4} y^{0.6}$，$P_x = 2$，$P_y = 3$，$I = 20$ から，P_y のみが $P_y = 1$ に変化したときの前ページの図①と図②（横軸：$\boxed{y}$，縦軸：$\boxed{P_y}$）に対応するグラフを書きなさい。グラフの書き方は 1.と同様である。

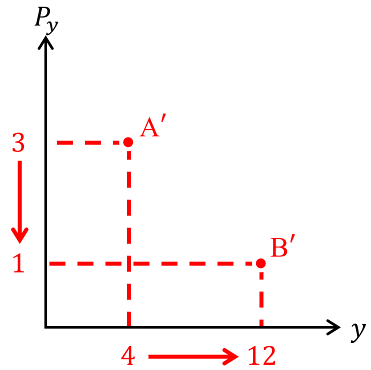
変化前：$\begin{cases} \dfrac{0.4x^{-0.6}y^{0.6}}{0.6x^{0.4}y^{-0.4}} = \dfrac{2y}{3x} = \dfrac{2}{3} \\ 2x + 3y = 20 \end{cases} \to \begin{cases} x = y \\ 2x + 3y = 20 \end{cases} \to 2x + 3x = 5x = 20 \to x^* = \underline{4}$

$\to x = y \to y^* = x^* = \underline{4}$

変化後：$\begin{cases} \dfrac{0.4x^{-0.6}y^{0.6}}{0.6x^{0.4}y^{-0.4}} = \dfrac{2y}{3x} = \dfrac{2}{1} = 2 \\ 2x + y = 20 \end{cases} \to \begin{cases} 3x = y \\ 2x + y = 20 \end{cases} \to 2x + 3x = 5x = 20 \to x^* = \underline{4}$

$\to 3x = y \to y^* = 3x^* = 3 \cdot 4 = \underline{12}$





<補足８> 一階の条件【やや難】

第１節で，「効用最大化条件を満たしていても，効用最大化しているとは限らない」ことを学んだが，これは，

「効用最大化条件を満たす」ことは「効用最大化している」のため**必要条件**　… ①

であると言う。(ただし，端点解であればそもそも効用最大化条件は満たさない**<補足７>**)

①の文章を読んでもさっぱりわからないと思うので，ここから丁寧に説明していくこととする。ところで，必要条件とは高校数学の「論理と集合」という分野で出てくる用語になる。忘れてしまっている人も多いと思うので，簡単に解説をしておこう。

「$x = 1 \Rightarrow x^2 = 1$」と書いたとき，これは，「$x = 1$ ならば $x^2 = 1$」と読む。ところで「$x = 1 \Rightarrow x^2 = 1$」は正しいことがわかるだろう。なぜなら，$x = 1$ だと，x^2 は１になるからである。このとき，

「$x^2 = 1$」は「$x = 1$」であるための**必要条件**

「$x = 1$」は「$x^2 = 1$」であるための**十分条件**

という。これを書き換えれば，次のようになる。

「$A \Rightarrow B$」が正しい（**真**）のとき，

「B」は「A」であるための**必要条件**

「A」は「B」であるための**十分条件**

ところで，「$x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$」は正しくない（**偽**)。なぜなら，$x^2 = 1$ だと，$x = \pm 1$ であるので，「$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$」と書けば正しい（つまり，真である)。このことから，

「$x = 1 \Rightarrow x^2 = 1$」は真

「$x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$」は偽

「$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$」は真

とまとめることができる。

さて，ここで話を経済学に戻す。

「効用最大化条件を満たしていても，効用最大化しているとは限らない」

というのは，

「効用最大化条件を満たす ⇒ 効用最大化している」は偽

と書き直すことができる。しかし，次の書き方であれば正しいのではないだろうか。

「効用最大化している ⇒ 効用最大化条件を満たす」は真　… ②

ここで，この②と先程学んだ

「$A \Rightarrow B$」が真のとき，「B」は「A」であるための必要条件

を比較すると，

「効用最大化条件を満たす（B)」ことは「効用最大化している（A)」のため必要条件

と対応しており，①が得られたのである。

しかし，①は文章が長いので，

効用最大化条件は効用最大化のための**必要条件**である。

または，

効用最大化条件は効用最大化のための**一階の条件**（**FOC**）である。

と表現する。一階の条件は FOC（First Order Condition）と書くこともあることから，大学の経済学部の先生は**効用最大化条件（や利潤最大化条件など）を FOC と書く**ことがある。

ところで，「$y=\cdots$」の式をxで 1 回だけ微分することを，一階微分といい，さらにもう 1 回微分する（つまり，2 回微分する）ことを，二階微分という。効用最大化条件が一階の条件と呼ばれる理由は，効用最大化条件が，効用関数Uをxやyで 1 回ずつ（偏）微分した形（限界効用）を用いて表現されているからである。

（前ページで「$x=1 \Rightarrow x^2=1$」というように「⇒」という記号が登場した。この記号には「論理と集合」における「ならば」を意味するというように数学的意味がある。ところで，この問題集の他の部分でも「⇒」や「→」を多用しているが，これらの矢印は話の流れを表しているだけで数学的意味はない）

＜補足９＞ 加重限界効用均等の法則【やや難】

効用最大化条件は，

$$(MRS=)\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{P_x}{P_y}$$

であったが，これを次のように変形する。

$$\frac{MU_x}{P_x}=\frac{MU_y}{P_y} \quad \cdots ①$$

この式を**加重限界効用均等の法則**という。それでは，①式の意味を理解していく。まずは，①式の左辺と右辺の意味をそれぞれ説明する。

$\frac{MU_x}{P_x}$：X財を 1 円分購入したときに増える効用（X財に関する加重限界効用）

$\frac{MU_y}{P_y}$：Y財を 1 円分購入したときに増える効用（Y財に関する加重限界効用）

なぜ，このような説明になるのだろうか。

仮に，$MU_x=20$，$P_x=5$とすると，$MU_x=20$はX財 1 つを 5 円で購入したときに増える効用である。これを 5 円で効用 20 だけ増えると考えれば，

$\frac{MU_x}{P_x}=\frac{20}{5}=4$：$X$財を 1 円分購入したときに増える効用は 4

ということになる。次に，$MU_y=30$，$P_y=6$とすると同様に，

$\frac{MU_y}{P_y}=\frac{30}{6}=5$：$Y$財を 1 円分購入したときに増える効用は 5

となる。

この状況においては，

$$\underbrace{\frac{MU_x}{P_x}}_{=4} < \underbrace{\frac{MU_y}{P_y}}_{=5} \quad \cdots ②$$

となっている。ところで，**②式の状況では効用が最大化されていない**。

なぜなら，**②式の状況において，X 財の購入に使おうと考えていた 1 円を，Y 財の購入に使うことで，さらに効用を上げることができる**からである。

これを理解するために次のような手順で考えていく。

Step1　所得を使い切る購入計画を立てたとする。（例えば，$x = 8$，$y = 6$ だけ買って所得を使い切るぞ！という計画。$x = 8$，$y = 6$ は適当に考えた値なので気にしないこと）

Step2　ここで，X 財の購入に使おうと考えていた 1 円について考える。この 1 円に対して「X 財の 1 円分の購入はやっぱりやめた！」とする。

Step3　そうすると，$\frac{MU_x}{P_x} = 4$ だけ効用が下がる。（なぜなら，$\frac{MU_x}{P_x}$ は X 財を 1 円分購入したときに増える効用であったので，その逆で，X 財の 1 円分の購入をやめたときに減る効用と考えることもできるからである）

Step4　そして，その 1 円を Y 財の購入に回したとする。

Step5　そうすると，$\frac{MU_y}{P_y} = 5$ だけ効用が上がる。（なぜなら，$\frac{MU_y}{P_y}$ は Y 財を 1 円分購入したときに増える効用だからである）

Step6　したがって，X 財の購入に使おうと考えていた 1 円を Y 財の購入に使うことで，**支出額を変えることなく**（所得は使い切ったまま）効用をさらに$1\ (= -4 + 5)$ だけ上げることができた。

このStep6 は，②式の状態では効用が最大化されていなかったことを意味している。なぜなら Step2 と Step4 の作業をすることで，さらに効用を上げることができたということは，元の②式の状態では効用が最大になっていなかったというわけである。

ここまでを踏まえた上で，①式である

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \quad \cdots ①\text{（再掲）}$$

を眺め直してみる。この①式が成立している状態だと，X 財に関する加重限界効用と Y 財に関する加重限界効用が等しいので，1 円を X 財から Y 財の購入に変更しようが，Y 財から X 財の購入に変更しようが**「もうこれ以上，効用を上げることが出来ない」＝「効用が最大化されている」**ということになるのである。（ここの太字は，最初は理解しにくいかもしれません。もうこれ以上，効用が上がらないということは，効用が最大になっているから，もうこれ以上，効用が上がらないということですね。例えば，「もうこれ以上食べられない」＝「お腹がいっぱいである」ということに似ているような気がします）

まとめると，①式（加重限界効用均等の法則）が成立している（かつ，予算を使い切る）ならば，効用が最大化されているというわけである。

この「かつ，予算を使い切る」という箇所は Step1 で保証されているわけだが，第 1 節の始めにも書いたように，効用最大化条件（加重限界効用均等の法則）が満たされていても，効用最大化されているとは限らず，予算を使い切るときに効用が最大化されるので，「かつ，予算を使い切る」という箇所は必要なのである。

ちなみに，②式の状態

$$\frac{MU_x}{P_x} < \frac{MU_y}{P_y} \quad \cdots ②（再掲）$$

から 1 円分の$x\downarrow$（X 財の購入量の減少）と $y\uparrow$（Y 財の購入量の増加）を繰り返していけば，効用が上がっていく一方，限界効用に関しては，$MU_x\uparrow$，$MU_y\downarrow$となり（これは限界効用逓減の法則から言えることです。$x\downarrow\Rightarrow\ MU_x\uparrow$，$y\uparrow\Rightarrow\ MU_y\downarrow$），

$$\frac{MU_x\uparrow}{P_x} < \frac{MU_y\downarrow}{P_y} \quad \leftarrow \text{左辺と右辺の差は縮まっていく}$$

①式のようにイコールが成立したときに，効用が最大化されているというわけである。

＜補足１０＞ ラグランジュ未定乗数法【やや難】

ここでは，ラグランジュ未定乗数法という（いかにも難しそうな）内容を紹介する。結論を先に書いておくと，効用最大化問題は，

$$\begin{cases} \dfrac{MU_x}{MU_y} = \dfrac{P_x}{P_y} & ：\text{効用最大化条件} \\ P_x x + P_y y = I & ：\text{予算制約式} \end{cases}$$

この連立方程式を解けば答えが求まるという話であったが，「ラグランジュ未定乗数法という方法を使っても同じ答えが求まりますよ」ということである。そのため，ラグランジュ未定乗数法を知らなくても効用最大化問題を解くのに困ることはないのである。ただ，経済学の本を読んだり，大学の講義を受けていて，ラグランジュ未定乗数法が登場したら困るだろうということで解説を書いておくこととする。

再び，p.7 の【例題】に登場してもらおう。

【例題】効用関数 $U = xy$，$P_x = 3$，$P_y = 1$，$I = 30$ であるとき，最適消費量 x^*，y^* を求めなさい。

ところで，この問題文を次のように書き換えることができることも知っておくとよい。

$$\begin{cases} \max\limits_{x,y} & U = xy \\ \text{s.t.} & 3x + y = 30 \end{cases} \quad \leftarrow \text{「\textbf{制約付き最適化問題}」という。}$$

max は <u>max</u>imize（最大化する）の略であり，s. t. は subject to ～（～の制約の下(もと)で）の略である。max の下に x, y が書かれている意味は，「X 財の消費量 x と Y 財の消費量 y を上手く調整して，max の右に書いてある U の値を最大化しなさい」ということである。max の右には最大化することが目的の式である**目的関数**（ここでは効用関数）を書き，s. t. の右には**制約条件**（ここでは予算制約式）を書く。また，s. t. は sub. to と表記することもある。

（ラグランジュ未定乗数法を使った解答）

ラグランジュ関数Lを次のようにおく。

$$L = xy - \lambda(3x + y - 30)$$

ただし，λ（ラムダ）は**ラグランジュ乗数**である。

次に，ラグランジュ関数Lを変数x，y，λに関して偏微分して，イコール 0 とする。

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x} = y - 3\lambda = 0 & \cdots ① \\ \dfrac{\partial L}{\partial y} = x - \lambda = 0 & \cdots ② \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 3x + y - 30 = 0 & \cdots ③ \end{cases}$$

②式（$x - \lambda = 0 \ \to \ \lambda = x$）を①式に代入して，$\lambda$を消去すると，

$$y - 3\lambda = 0 \ \to \ y - 3x = 0 \ \to \ y = 3x \ \to \ \frac{y}{x} = \frac{3}{1}$$ ：効用最大化条件

このように効用最大化条件が得られる。

また，③式より，

$$3x + y - 30 = 0 \ \to \ 3x + y = 30$$ ：予算制約式

このように予算制約式が得られる。

よって，得られた効用最大化条件と予算制約式を連立すると，$x^* = 5$，$y^* = 15$を得る。

$x^* =$ 5 ，$y^* =$ 15

（解説）

ラグランジュ未定乗数法の手順は次の通り。

Step1　ラグランジュ関数Lを作る。ただし，λ（ラムダ）はラグランジュ乗数である。

$$L = \underbrace{xy}_{\text{効用関数}} - \lambda \underbrace{(3x + y - 30)}_{\text{予算制約式の変形}}$$

（ちなみに，ラグランジュ関数Lは次のどれに設定しても同じ答えが得られる）

$$L = xy - \lambda(3x + y - 30)$$
$$L = xy + \lambda(3x + y - 30)$$
$$L = xy - \lambda(30 - 3x + y)$$
$$L = xy + \lambda(30 - 3x + y)$$

Step2　ラグランジュ関数Lを，x，y，λでそれぞれ偏微分して 0 とおく。

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x} = y - 3\lambda = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial y} = x - \lambda = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 3x + y - 30 = 0 \end{cases}$$

Step3　この連立方程式を解けば，効用最大化問題の解が得られる。

そもそも，このようなラグランジュ未定乗数法でなぜ効用最大化問題が解けるのか？また，ラグランジュ乗数λとは何なのか？といった疑問点は残るだろうが，そのようなことを知らなくても Step1－3 の作業を機械的に行うことで答えが得られるのである。もちろん，ラグランジュ関数Lやラグランジュ乗数λにも数学的にも経済学的にも意味がある。しかし，これは経済数学の難易度の高い内容であるので割愛する。詳しく知りたい人は，「経済数学」関連の専門書を読むとよい。

要は，ラグランジュ未定乗数法は道具として使ってしまうことが多く，ラグランジュ未定乗数法の詳しい理論的知識を知らなくても Step1－3 の作業を機械的に行うことで効用最大化問題（や次回から学ぶ利潤最大化問題）を解くことが多いのである。しかし，**＜補足７＞**で見たように端点解がある場合には使えないので，明らかに端点解となることがグラフなどからわかっている場合には，ラグランジュ未定乗数法は使ってはいけない。（さらに上級レベルである**クーン＝タッカー条件**を使えば，端点解も求めることができる）

はじめよう経済学　－解答編－
第 6 講　費用

今回と次回で，**生産者行動**について学びミクロ経済学の分野を終了とします。

家計は効用を最大化（**効用最大化**）するように**消費量**を決定したように，企業は利潤を最大化（**利潤最大化**）するように**生産量**を決定すると考えます。次回，利潤最大化を学ぶことにして，今回はその準備となる企業の「費用」について学んでいきましょう。

今回は総費用 TC，可変費用 VC，固定費用 FC，限界費用 MC，平均費用 AC といったように様々な費用の概念や略語が登場します。新しい用語に慣れるのには少し時間がかかるかもしれませんが，今回の問題をすべて解き終えたときはきっと慣れているかと思います。

ところで，今回も次回も 1 財モデルです。イメージとしては，1 種類の財（例えば，車）をたくさん生産している製造業である企業を考えるといいでしょう。効用最大化で見たような X 財（りんご）と Y 財（みかん）が登場する 2 財モデルではないことに注意してください。

＜第 6 講のノーテーション＞

TC：総費用	VC：可変費用	FC：固定費用	MC：限界費用
AC：平均費用	AVC：平均可変費用	x：財の数量（**生産量**，産出量，供給量）	
L：労働	K：資本		

［注意］グラフの横軸は常に「財の生産量 x 」であるが，縦軸は「総費用 TC 」とするときや「限界費用 MC，平均費用 AC 」とするときがある。

目次

＜補足一覧＞　　＊ 補足 9, 10 は難易度が高いので飛ばしてもよい。

1. 完全競争市場

完全競争市場とは，次のような条件を満たす市場をいう。

① **消費者・生産者は多数存在する**
② **財の同質性**　（その市場の財はすべて同じものである）
③ **情報の完全性**　（消費者・生産者は財について完全な情報をもっている）
④ **参入退出の自由**　（長期的には企業の参入・退出は自由である）

例えば，りんごの市場が完全競争市場であるとして，上記①～④の内容を書き直してみる。

① 消費者はたくさんいて，りんご農家もたくさんいる。
② 売られているりんごはすべて同じ見た目，同じ品質である。
③ りんご農家はりんごの品質についてよく知っており，ライバルのりんご農家がいくらで売っているかも知っている。また，消費者もりんごの品質をよく知っていて，りんごがどこに売っていても，すべてのりんごの価格がそれぞれいくらかを知っている。
④ りんごを作って赤字になる場合，りんご農家は，長期的にはりんごの生産をやめる。また，りんごを作って黒字になることがわかれば，りんごを作っていなかった人も，長期的にはりんごの生産に加わる。

完全競争市場を仮定することで得られる次の 2 つの特徴は特に重要である。

1. **市場メカニズム**によって，**総余剰**が最大化される。（第 1 講「市場」の内容）
2. 消費者・生産者が多数存在することで，それぞれの経済主体は価格を動かす（決める）ことができない**プライステイカー**（価格受容者）となる。

＊ 代表的な**経済主体**とは，家計，企業，政府であるが，ここでは政府は考えていない。

＜補足１＞ プライステイカーとは？

プライステイカー（価格受容者）とは，決まった価格を受け入れるだけであり，価格を動かす（決める）ことができない消費者や生産者のことである。これはどういうことかというと，消費者や生産者は多数存在するので，ある 1 人の消費者が多くの財を買い占めたとしても，全体の需要量にはほとんど影響がなく価格を上昇させない，また，ある 1 企業が大量生産したとしても，全体の供給量にはほとんど影響がなく価格を下落させないということである。

ところで，消費者や生産者をプライステイカーと考えるのはある意味当たり前である。なぜなら，第 1 講「市場」でも「価格は需要と供給の関係で決まる」と学んだのに，1 人の消費者や 1 企業が価格を自由に決めたり動かせたりできると，「価格が，需要と供給の関係で決まるという話は何だったの？」となってしまう。そのため，各消費者や各生産者は価格を**所与**(しょよ)**として**，消費量（需要量）を決めたり，生産量（供給量）を決めたりするのである。
（「所与として」とは「前提としてすでに決まっているものとして」という意味であるが，ここでは「（価格が）決まっているものとして」という意味だと考えておけばよい）

【問題】次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 完全競争市場とは次の 4 条件を満たす市場である。
   ① 消費者・生産者とも（ 少数 /〇多数 ）存在する。これより，完全競争市場において，それぞれの経済主体はプライス（〇テイカー / メイカー ）となる。
   ② 財は（〇同質 / 異質 ）である。
   ③ 消費者・生産者とも取引に必要な情報に関して完全な知識が（〇ある / ない ）。
   ④ 長期的には，市場への参入・退出は（〇自由である / 自由ではない ）。
2. （ 完全競争 ）市場では，市場メカニズムにより総余剰が最大化される。
3. プライステイカーである企業は財の価格を決めることが（ できる /〇できない ）。
4. 需要曲線は（〇消費者 / 生産者 ）の（ 効用 ）最大化問題から導出され，供給曲線は（ 消費者 /〇生産者 ）の（ 利潤 ）最大化問題から導出される。

＜補足２＞ 完全競争市場から分析が始まる

完全競争市場を非現実的に思うかもしれないが，完全競争市場を仮定することで分析がしやすくなるのである（物理学で「風の影響を無視する」と仮定してボールの軌道を計算することに似ていますね）。このようにミクロ経済学では，完全競争市場のように分析が最もしやすい状況からスタートする。その後に，完全競争市場の条件を徐々に外していけば，より現実に状況に近付いていくのである。

＜補足３＞ 市場の失敗

完全競争市場では，市場メカニズムで総余剰が最大化されると学んだ。これは逆に言うと，完全競争市場でなければ，市場メカニズムが働いても総余剰が最大化されず，死荷重が発生してしまうということである。

例えば，「消費者・生産者は多数存在する」という条件が満たされない市場を**不完全競争市場**といい，例えば，①企業が 1 社しか存在しない**独占**（家計が 1 つの場合は**需要独占**），②企業が 2 社しか存在しない**複占**，③企業が少数社しか存在しない**寡占**（かせん）は，不完全競争市場であり，これらの市場では死荷重が発生してしまう。

また，完全競争市場であっても追加の条件が加わることで，市場メカニズムが働いても総余剰が最大化されず，死荷重が発生してしまうということがあり，これを**市場の失敗**という。例えば，①完全競争市場であっても環境問題が発生することで死荷重が生じる（**外部不経済**），②**公共財**のように無料でみんなが使える財に関しては死荷重が生じる，③電力や水道事業のように自然と独占状態が成立していて死荷重が生じる（**自然独占**，もしくは，**費用逓減産業**）といった状況がある。（ちなみに，不完全競争市場において死荷重が発生することも市場の失敗に含める場合もある（教科書によって異なる）ので注意が必要である。また，市場の失敗の他の例としては，**不確実性**や**情報の非対称性**が挙げられる）

2. さまざまな費用概念

ここでは，さまざまな費用概念について学んでいく。本節の内容は次回の授業「利潤最大化」で前提知識として登場するので，しっかりと理解しておきたい。

また，ここでは多くの略語が登場し，似たような用語がいくつも登場するので注意が必要である。例えば，総費用 TC，可変費用 VC，固定費用 FC，限界費用 MC，平均費用 AC が登場するが，これら 5 つの概念の違いをしっかり押さえておこう。

総費用 TC　：生産費用の総額

$$TC = VC + FC \quad ［例］TC = 3x^2 + 5 \rightarrow VC = 3x^2,\quad FC = 5$$

＊ x は生産量である。

可変費用 VC　：生産量に伴って変化する費用

例えば，人件費（**労働** L に対する費用），原材料費

固定費用 FC　：生産量に関わらず（生産量ゼロでも）生じる費用

例えば，機械設備費（**資本** K に対する費用）

限界費用 MC　：さらに 1 つ生産することで増える総費用

⇒ 総費用曲線の接線の傾き

$$MC = \frac{dTC}{dx} \quad ［例］TC = 3x^2 + 5 \rightarrow MC = 3 \times 2x^{2-1} + 0 = 6x$$

＊ わかりやすくは，限界費用 MC：もう 1 つ作るのにかかる費用，1 つ分の増産コスト

平均費用 AC　：生産量 1 つあたりの総費用

⇒ 総費用曲線上の一点と原点を結ぶ直線の傾き

$$AC = \frac{TC}{x} \quad ［例］TC = 3x^2 + 5 \rightarrow AC = \frac{TC}{x} = \frac{3x^2 + 5}{x} = 3x + \frac{5}{x}$$

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. （　総　）費用（略語：　TC　）とは，生産費用の総額である。
2. （　可変　）費用（略語：　VC　）とは，生産量に伴って変化する費用である。具体例としては人件費が挙げられ，これは（〇労働　/　資本　）に対する費用である。
3. （　固定　）費用（略語：　FC　）とは，生産量に関わらず生じる費用である。具体例としては機械設備費が挙げられ，これは（　労働　/〇資本　）に対する費用である。
4. 総費用は（　可変　）費用と（　固定　）費用の合計である。
5. （　限界　）費用（略語：　MC　）とは，さらに 1 つ生産することで増える総費用のことであり，総費用曲線の（　接線　）の傾きで表すことができる。
6. （　平均　）費用（略語：　AC　）とは，生産量 1 つあたりの総費用であり，総費用曲線上の一点と（　原点　）を結ぶ直線の傾きで表すことができる。

(2)　次の英単語を 3 回ずつ書きなさい。

総費用 TC　　Total Cost

（　Total Cost　），（　Total Cost　），（　Total Cost　）

可変費用 VC　　Variable Cost　　variable：変えることができる

（　Variable Cost　），（　Variable Cost　），

（　Variable Cost　）

労働 L　　Labor　　イギリス英語では“Labour”

（　Labor　），（　Labor　），（　Labor　）

固定費用 FC　　Fixed Cost：固定費用　　fixed：固定された

（　Fixed Cost　），（　Fixed Cost　），（　Fixed Cost　）

資本 K　　Capital：資本　　ドイツ語では“Kapital”

（　Capital　），（　Capital　），（　Capital　），（　Capital　）

限界費用 MC　　Marginal Cost

（　Marginal Cost　），（　Marginal Cost　），

（　Marginal Cost　）

平均費用 AC　　Average Cost

（　Average Cost　），（　Average Cost　），

（　Average Cost　）

(3)　次の用語の略語を書きなさい。

総費用（ TC ）	可変費用（ VC ）	固定費用（ FC ）	限界費用（ MC ）
平均費用（ AC ）	限界費用（ MC ）	可変費用（ VC ）	総費用（ TC ）
固定費用（ FC ）	平均費用（ AC ）	総費用（ TC ）	固定費用（ FC ）
平均費用（ AC ）	可変費用（ VC ）	限界費用（ MC ）	平均費用（ AC ）
固定費用（ FC ）	総費用（ TC ）	可変費用（ VC ）	限界費用（ MC ）

＜補足４＞ 労働と資本

経済学では，財を生産するには労働 L と資本 K の 2 種類の**生産要素**を考えることが多い。労働とは，もちろん労働者が働くことである。資本とは，工場，機械やトラックなどである（通常は固定資本を指すが，固定資本については第 9 講の**＜補足２＞**を参照すること）。つまり，「労働 L と資本 K を生産要素とする」とは，労働者 L 人が資本（機械）K 台を使って財を生産するというイメージなのである。

生産要素として他に思いつくものとして「原材料」があるが，原材料も結局は労働と（固定）資本から作られたものであるということや，マクロ経済学で原材料に関する売上や費用は一国の生産から除外して考える（詳しくは第 8 講「GDP」を参照のこと）といった事情もあり，経済学では生産要素は労働 L と資本 K の 2 種類と考えることが多い。（土地も生産要素ではあるが，土地は労働や資本のように増やしたり減らしたりしにくいため，土地の広さは所与（前提としてすでに決まっている）として考えることが多い）

(4)　次の文章中の括弧内に入る適切な数値や式を書きなさい。

1.　可変費用が 30，固定費用が 20 であるとき，総費用は（　50　）である。　$30+20$

2.　総費用が 100，固定費用が 40 であるとき，可変費用は（　60　）である。　$100-40$

3.　TC が 200，VC が 160 であるとき，FC は（　40　）である。　$200-160$

4.　$VC=100$，$FC=50$ のとき，$TC=$（　150　）となる。　$100+50$

5.　$TC=110$，$FC=60$ のとき，$VC=$（　50　）となる。　$110-160$

6.　総費用関数を $TC=x^2+1$（x：生産量）とするとき，$VC=$（　x^2　），$FC=$（　1　）である。

7.　$TC=x^2+2x+2$ のとき，$VC=$（　x^2+2x　），$FC=$（　2　）となる。

8.　$TC=x^2$ のとき，$VC=$（　x^2　），$FC=$（　0　）となる。

9.　$TC=2x^2+3$ のとき，生産量 $x=1$ において，$TC=$（　5　），$VC=$（　2　），$FC=$（　3　）となる。　$TC=2x^2+3=2\cdot1^2+3=2+3(=VC+FC)=5$

10.　$TC=3x^2+4x$ のとき，$x=2$ において，$TC=$（　20　），$VC=$（　20　），$FC=$（　0　）となる。　$TC=3x^2+4x=3\cdot2^2+4\cdot2=20(=VC)$

11.　$TC=x^2$ のとき，$MC=$（　$2x$　）となる。

12.　$TC=10x$ のとき，$MC=$（　10　）となる。

13.　$TC=100$ のとき，$MC=$（　0　）となる。

14.　$TC=5x^2+3$ のとき，$MC=$（　$10x$　）となる。

15.　$TC=4x^2+10x+1$ のとき，$MC=$（　$8x+10$　）となる。

16.　$TC=3x^2$ のとき，$x=5$ において，$MC=$（　30　）となる。　$MC=6x=6\cdot5=30$

17.　$TC=2x^2+10$ のとき，$x=3$ において，$MC=$（　12　）となる。$MC=4x=4\cdot3=12$

18.　$TC=5x$ のとき，$x=10$ において，$MC=$（　5　）となる。$MC=5$（x の値に依らず 5）

19.　$TC=12$ のとき，$x=6$ において，$MC=$（　0　）となる。$MC=0$（x の値に依らず 0）

20.　$TC=12$ のとき，$x=6$ において，$AC=$（　2　）となる。　$12\div6$

21.　$TC=10$ のとき，$x=2$ において，$AC=$（　5　）となる。　$10\div2$

22.　$TC=120$ のとき，$x=15$ において，$AC=$（　8　）となる。　$120\div15$

23.　$TC=x^2$のとき，$AC=$（　x　）となる。　$AC=\frac{TC}{x}=\frac{x^2}{x}=x$

24.　$TC=5x^2+8$ のとき，$AC=$（　$5x+\frac{8}{x}$　）となる。　$AC=\frac{TC}{x}=\frac{5x^2+8}{x}=5x+\frac{8}{x}$

25.　$TC=3x+4$ のとき，$AC=$（　$3+\frac{4}{x}$　）となる。　$AC=\frac{TC}{x}=\frac{3x+4}{x}=3+\frac{4}{x}$

26.　$TC=2x^2$ のとき，$x=3$ において，$AC=$（　6　）となる。

$AC=\frac{TC}{x}=\frac{2x^2}{x}=2x=2\cdot3=6$（別解）$TC=2\cdot3^2=18\to AC=TC\div x=18\div3=6$

27.　$TC=3x^2+6$ のとき，$x=2$ において，$AC=$（　9　）となる。

$AC=\frac{TC}{x}=\frac{3x^2+6}{x}=3x+\frac{6}{x}=3\cdot2+\frac{6}{2}=9$（別解）$AC=(3\cdot2^2+6)\div2=18\div2=9$

28.　$TC=10x^2+5x+25$ のとき，$x=5$ において，$AC=$（　60　）となる。

$AC=\frac{TC}{x}=\frac{10x^2+5x+25}{x}=10x+5+\frac{25}{x}=10\cdot5+5+\frac{25}{5}=60$

（別解）$TC=10\cdot5^2+5\cdot5+25=300\ \to\ AC=TC\div x=300\div5=60$

(5)　次の各総費用関数について，可変費用 VC，固定費用 FC，限界費用 MC，平均費用 AC を求めなさい。

1.　$TC = 3x^2 + 2x + 5$

$TC = \underbrace{3x^2 + 2x}_{VC} + \underbrace{5}_{FC}$

$MC = \dfrac{dTC}{dx} = 6x + 2 \qquad AC = \dfrac{TC}{x} = \dfrac{3x^2 + 2x + 5}{x} = 3x + 2 + \dfrac{5}{x}$

$VC =$ $3x^2 + 2x$ $, FC =$ 5 $, MC =$ $6x + 2$ $, AC =$ $3x + 2 + \dfrac{5}{x}$

2.　$TC = 5x^2 + 4x + 1$

$TC = \underbrace{5x^2 + 4x}_{VC} + \underbrace{1}_{FC}$

$MC = \dfrac{dTC}{dx} = 10x + 4 \qquad AC = \dfrac{TC}{x} = \dfrac{5x^2 + 4x + 1}{x} = 5x + 4 + \dfrac{1}{x}$

$VC =$ $5x^2 + 4x$ $, FC =$ 1 $, MC =$ $10x + 4$ $, AC =$ $5x + 4 + \dfrac{1}{x}$

3.　$TC = 10x^2 + 5$

$TC = \underbrace{10x^2}_{VC} + \underbrace{5}_{FC}$

$MC = \dfrac{dTC}{dx} = 20x \qquad AC = \dfrac{TC}{x} = \dfrac{10x^2 + 5}{x} = 10x + \dfrac{5}{x}$

$VC =$ $10x^2$ $, FC =$ 5 $, MC =$ $20x$ $, AC =$ $10x + \dfrac{5}{x}$

4.　$TC = x^2$

$TC = \underbrace{x^2}_{VC} + \underbrace{0}_{FC}$

$MC = \dfrac{dTC}{dx} = 2x \qquad AC = \dfrac{TC}{x} = \dfrac{x^2}{x} = x$

$VC =$ x^2 $, FC =$ 0 $, MC =$ $2x$ $, AC =$ x

5.　$TC = 5x^2 + 10x$

$TC = \underbrace{5x^2 + 10x}_{VC} + \underbrace{0}_{FC}$

$MC = \dfrac{dTC}{dx} = 10x + 10 \qquad AC = \dfrac{TC}{x} = \dfrac{5x^2 + 10x}{x} = 5x + 10$

$VC =$ $5x^2 + 10x$ $, FC =$ 0 $, MC =$ $10x + 10$ $, AC =$ $5x + 10$

(6)　次の各総費用関数について，生産量が $x=2$ と $x=3$ における総費用 TC，可変費用 VC，固定費用 FC，限界費用 MC，平均費用 AC の値を求めなさい。

1.　$TC = x^2 + x + 1$

① $x = 2$ のとき

$TC = x^2 + x + 1 = 2^2 + 2 + 1 = 4 + 2 + 1 = 6 + 1(= VC + FC) = 7$

$MC = 2x + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

$$AC = \frac{TC}{x} = \frac{x^2 + x + 1}{x} = x + 1 + \frac{1}{x} = 2 + 1 + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

② $x = 3$ のとき

$TC = x^2 + x + 1 = 3^2 + 3 + 1 = 9 + 3 + 1 = 12 + 1(= VC + FC) = 13$

$MC = 2x + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$

$$AC = \frac{TC}{x} = \frac{x^2 + x + 1}{x} = x + 1 + \frac{1}{x} = 3 + 1 + \frac{1}{3} = 4 + \frac{1}{3} = \frac{13}{3}$$

（$x = 2$ のとき）　$TC =$ 7，$VC =$ 6，$FC =$ 1，$MC =$ 5，$AC =$ $\frac{7}{2}$

（$x = 3$ のとき）　$TC =$ 13，$VC =$ 12，$FC =$ 1，$MC =$ 7，$AC =$ $\frac{13}{3}$

2.　$TC = 3x^2 + 4x$

① $x = 2$ のとき

$TC = 3x^2 + 4x = 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 = 12 + 8 = 20 + 0(= VC + FC) = 20$

$MC = 6x + 4 = 6 \cdot 2 + 4 = 16$

$$AC = \frac{TC}{x} = \frac{3x^2 + 4x}{x} = 3x + 4 = 3 \cdot 2 + 4 = 10$$

② $x = 3$ のとき

$TC = 3x^2 + 4x = 3 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 = 27 + 12 = 39 + 0(= VC + FC) = 39$

$MC = 6x + 4 = 6 \cdot 3 + 4 = 22$

$$AC = \frac{TC}{x} = \frac{3x^2 + 4x}{x} = 3x + 4 = 3 \cdot 3 + 4 = 13$$

（$x = 2$ のとき）　$TC =$ 20，$VC =$ 20，$FC =$ 0，$MC =$ 16，$AC =$ 10

（$x = 3$ のとき）　$TC =$ 39，$VC =$ 39，$FC =$ 0，$MC =$ 22，$AC =$ 13

＜補足５＞ 平均可変費用 AVC

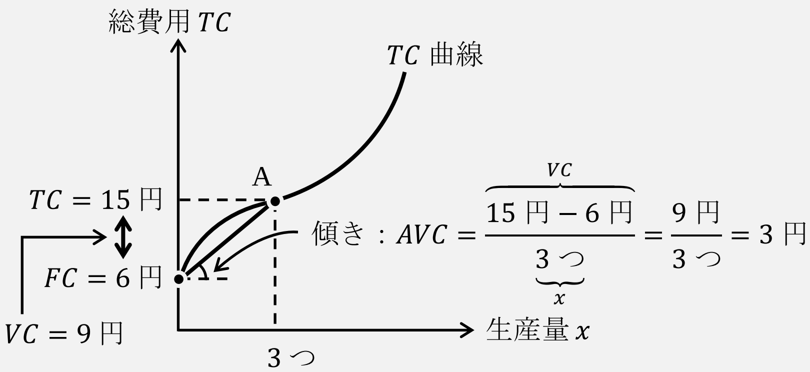
実は，**平均可変費用** AVC（Average Variable Cost）という概念も存在する。この授業は入門レベルであるので平均可変費用 AVC には触れていなかったが，ここで簡単に紹介しておくことにしよう。

平均可変費用 AVC ：生産量１つあたりの可変費用

⇒ 総費用曲線上の一点と総費用曲線の切片を結ぶ直線の傾き

$$AVC = \frac{VC}{x} \quad ［例］TC = \underbrace{3x^2}_{VC} + 5 \rightarrow AVC = \frac{VC}{x} = \frac{3x^2}{x} = 3x$$

下図のようなグラフを用いて平均可変費用 AVC を表すと，総費用曲線上の一点（点 A）と総費用曲線の切片を結ぶ直線の傾きが平均可変費用 AVC であるので，図中の計算式のように生産量 $x = 3$ つにおける平均可変費用は $AVC = 3$ 円であることがわかるのである。



【問題】＜補足５＞を参考にして，次の各問いに答えなさい。

(1) 次の各総費用関数について，平均可変費用 AVC を求めなさい。

1. $TC = 3x^2 + 2x + 5$ $\quad AVC = \frac{VC}{x} = \frac{3x^2 + 2x}{x} = 3x + 2$ $\quad AVC =$ $3x + 2$
2. $TC = 5x^2 + 4x + 1$ $\quad AVC = \frac{VC}{x} = \frac{5x^2 + 4x}{x} = 5x + 4$ $\quad AVC =$ $5x + 4$
3. $TC = 10x^2 + 5$ $\quad AVC = \frac{VC}{x} = \frac{10x^2}{x} = 10x$ $\quad AVC =$ $10x$
4. $TC = x^2$ $\quad AVC = \frac{VC}{x} = \frac{x^2}{x} = x$ $\quad AVC =$ x
5. $TC = 5x^2 + 10x$ $\quad AVC = \frac{VC}{x} = \frac{5x^2 + 10x}{x} = 5x + 10$ $\quad AVC =$ $5x + 10$

＊ p.7 の総費用関数とすべて同じ式にしている。

(2) 総費用関数 $TC = 2x^2 + 5x + 10$ について，生産量 $x = 2$ における平均可変費用 AVC の値を求めなさい。

$$AVC = \frac{VC}{x} = \frac{2x^2 + 5x}{x} = 2x + 5 = 2 \cdot 2 + 5 = 9$$

（別解）

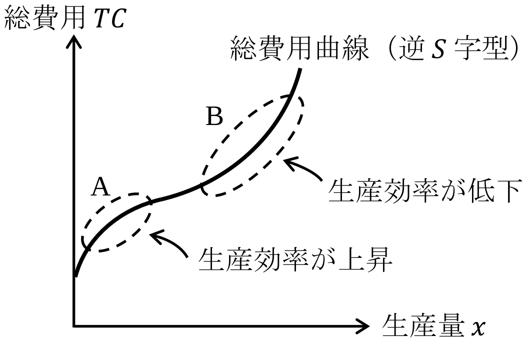
$$VC = 2x^2 + 5x = 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 = 18 \rightarrow AVC = \frac{VC}{x} = \frac{18}{2} = 9$$

$AVC =$ 9

3. 3曲線(TC 曲線, MC 曲線, AC 曲線)の関係

総費用曲線（TC 曲線）と限界費用曲線（MC 曲線）と平均費用曲線（AC 曲線）の 3 曲線の関係は授業でも説明したが，ここはややこしいところであるので改めて解説しておこう。ある程度理解が進んでいる人は 4 ページ後の【問題】まで飛んでもらって構わない。

入門のミクロ経済学では，下図のように**総費用曲線**に**逆 S 字型**を仮定することが多い。

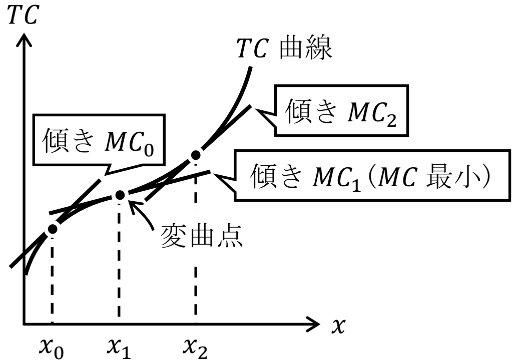


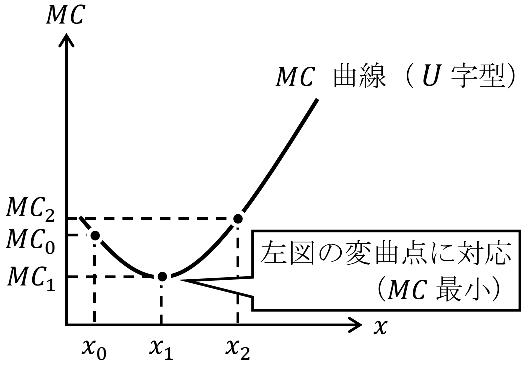
授業でも説明したが，TC 曲線の逆 S 字型になる理由は次のようであった。

図中の A の領域では，まだあまり生産をおこなっておらず，生産量を増やしても総費用はあまり増えない（つまり，生産効率がよい)。

しかし，図中の B の領域では，すでにたくさんの生産をおこなっていて，その工場の規模では少し無理を生産しているような状況である。このため，さらに生産量を増やすには労働者を残業させるなど無理をして働かさなければならなく，増産コストがより高くついてしまう（つまり，生産効率が悪い)。このようなストーリーを考えれば，TC 曲線が逆 S 字型になると考えることにある程度納得がいくのである。（より詳しい内容は＜補足１０＞へ）

これをさらに深く理解するために, 総費用曲線の接線の傾きが限界費用 MC であったことを思い出そう。すると，以下のように，逆 S 字型の総費用曲線（左下図）から U 字型の限界費用曲線（右下図）が書けるのである。（MC 曲線は J 字型に見えるが U 字型と表現する）

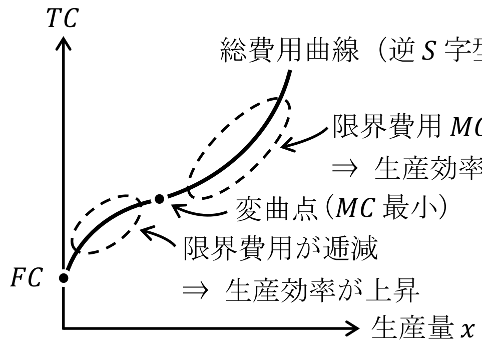




上の 2 図は「総費用曲線」と「限界費用曲線」の対応関係を表す大切なグラフである。右図の縦軸が限界費用 MC になっていることと, 左右のグラフで同じ記号は同じ値を表している（例えば，左図の x_0 と右図の x_0 は同じ値，左図の MC_2 と右図の MC_2 は同じ値といった具合である）ことを考慮にいれてよく見比べてほしい。（変曲点の説明は＜補足９＞へ）

上の右図からは明らかに，生産量x_0からx_1までは限界費用MCが逓減（減少）していき，x_1からx_2までは限界費用MCが逓増（増加）していくことがわかる。これこそ，生産量xが小さいときは作れば作るほど生産効率が良くなっていき，生産量xが大きいときは作れば作るほど生産効率が悪くなっていくということを意味しているのである。

ここまでの内容を総費用曲線のグラフにまとめると，以下のようになる。（ちなみに，生産量$x=0$のときの総費用TCが固定費用FCになるので，グラフの切片がFCである）



＜補足６＞ 逆S字型の総費用「関数」

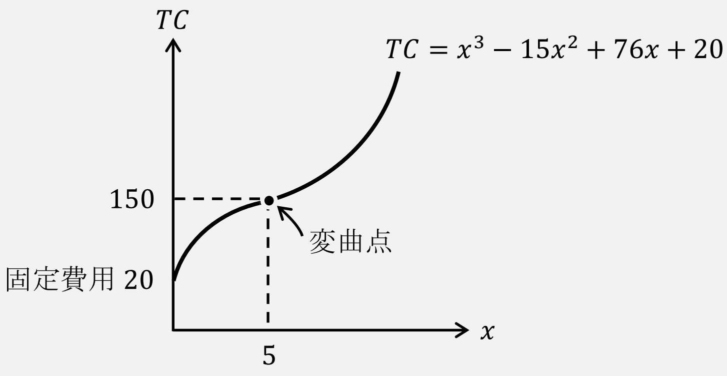
逆S字型の総費用曲線を数式で書こうとしたとき，実は，3 次関数（もしくは，3 次以上の関数）を想定しないと書けない。1 次関数では直線を表し，2 次関数では放物線を表すため，逆S字型の曲線を表すには，1 次関数や 2 次関数では無理なのである。

ここまでの練習問題で登場した総費用関数は 2 次関数がほとんどであったので，逆S字型の総費用曲線に関する計算問題をまだ解いていないことになる。ただ，この授業では生産者行動のエッセンスをつかむために，計算問題では総費用関数は 2 次関数までとする。

ここで，逆S字型の総費用曲線となるような**総費用関数**の例を挙げておく。

$$TC = x^3 - 15x^2 + 76x + 20$$

このような総費用関数を想定すれば，



となるようなグラフが書けるのである。

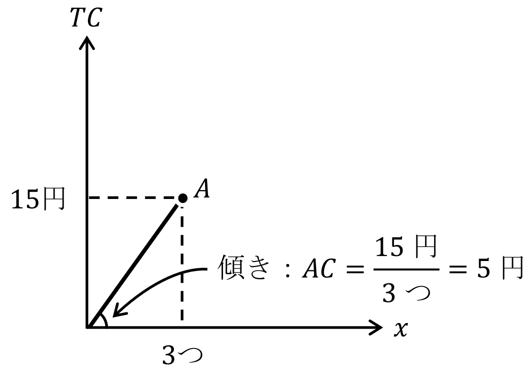
なぜこのようなグラフが書けるのかは**＜補足９＞**で確認するが，2 階微分（×2 回微分）や増減表といった高校数学の数学Ⅲの内容が登場するので，興味のない人は飛ばしてもらって構わない。

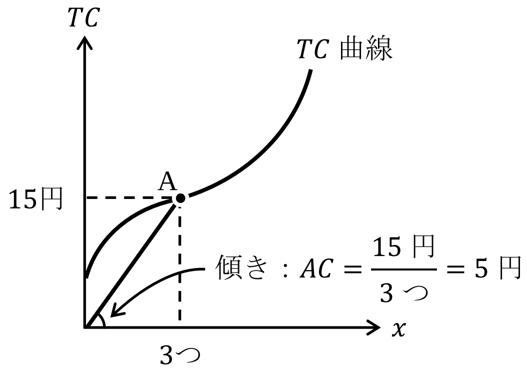
次に，「総費用曲線」と「平均費用曲線」の関係，「限界費用曲線」と「平均費用曲線」の関係を一気に確認しよう。

まず，平均費用 AC は生産量 1 つあたりの総費用であり，総費用曲線上の一点と原点を結ぶ直線の傾きであることを前節で取り上げたが，これを図で確認しておく。

生産量 x が 3 つのとき総費用 TC が 15 円であれば，生産量 1 つあたりの総費用 TC は 5 円 $\left(= 15\text{ 円} \div 3\text{ つ}\right)$ である，つまり，平均費用 $AC = 5$ 円というわけである。

このことをグラフで確認すると左下図のようになる。

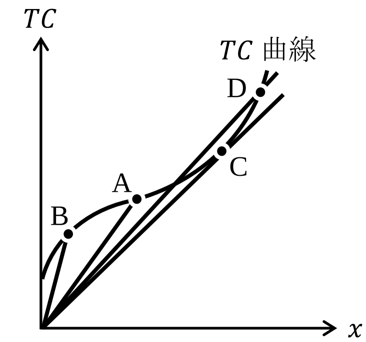




ところで，上図の点 A が総費用曲線上に乗っている場合も，もちろん同じように考えてもよい。例えば，右上図のように考えるということである。

つまり，この図から平均費用 AC が「総費用曲線上の一点と原点を結ぶ直線の傾き」になることがよくわかるであろう。

では次に，下図を見て，平均費用 AC が最も小さい点は点 A から点 D のどれであるかを選んでもらいたい。



右上がりの直線の傾きを最も小さくしている点を選べばよいので，平均費用 AC が最も小さくなっている点は点 C であることがわかる。

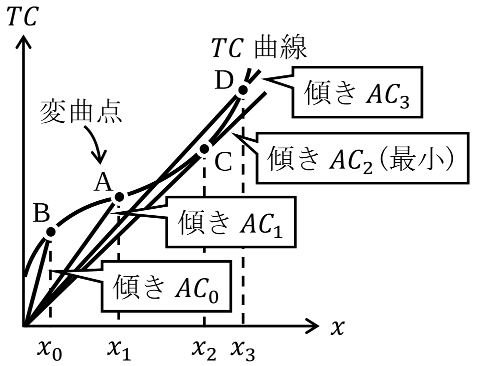
また，この図から次の 2 つのこともわかる。

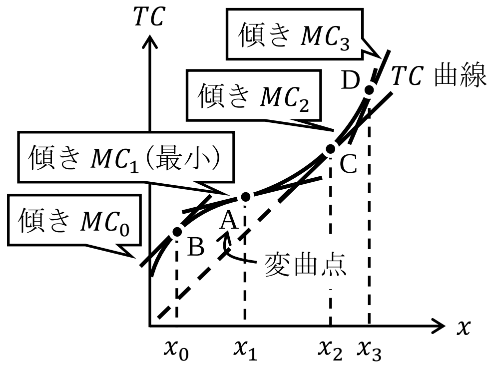
① 生産量 x が増加するにつれて，平均費用 AC は徐々に減少していき，点 C となる生産量を境に AC が増加に転じている（つまり，**点 C で「平均費用 AC が最小化」されている**）

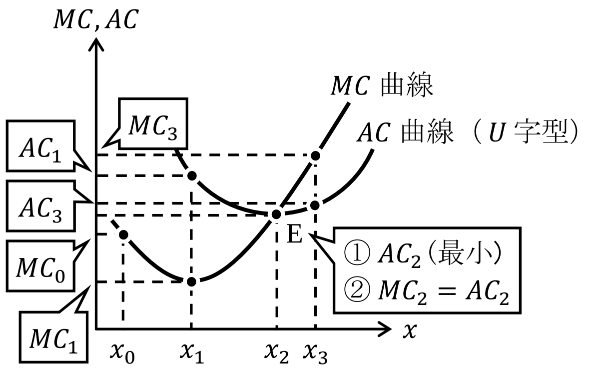
② 点 C と原点を結ぶ「直線」は，ちょうど，総費用曲線上の点 C における「接線」と等しくなっている。ということは，当然この 2 つの線の傾きが等しくなるのである。

（つまり，**点 C で「平均費用 AC = 限界費用 MC 」が成立する**）

これらの事実を踏まえて，下に 3 つの図を書く。（同じ記号は同じ値や同一の点を表している。また，点 A は変曲点である）







3 つの図のうち，上 2 図から下図が得られている。理解できるまで時間をかけてこれらの図を眺めて対応関係を確認してほしい。（$MC_0 < AC_0$，$MC_1 < AC_1$，$MC_2 = AC_2$，$MC_3 > AC_3$ であることも押さえておこう。ちなみに，AC_0 は作図の都合上（3 図中の）下図に示すことができていない）

これらの図の特徴で覚えておくべきことを次にまとめておく。

① MC 曲線は（見た目は）J 字型，AC 曲線は U 字型

② AC 曲線の**最低点**（最下点，もしくは最小点）を MC 曲線が通る

③ 点 E では「AC が最小」かつ「$MC = AC$」

［注意］TC 曲線が逆 S 字型のとき，MC 曲線が U 字型（J 字型）になる。

＜補足７＞ 縦軸に 2 つの変数？

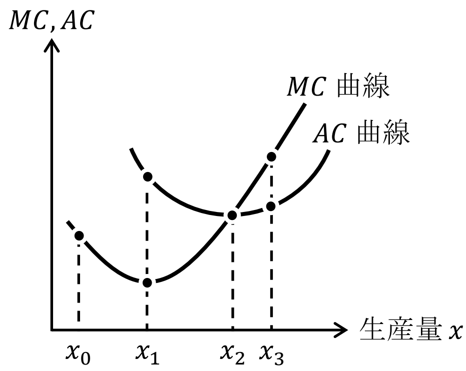
上の 3 つの図のうち下図は，縦軸に 2 種類の変数（MCとAC）が書かれている。中学や高校では，一つの軸に複数の変数が書かれていることがなかったので戸惑ってしまうかもしれない。なぜこのようなことをしてもいいのかというと，MC も AC も単位が同じ「円」であるので，縦軸に MC と AC をとっても構わないのである。MC は増産コストであるので単位は「円」，AC は平均的なコストであるので単位は「円」である。

これと同様の話は，第 2 講の**＜補足１＞**と**＜補足７＞**である。需要曲線と供給曲線の両方が書かれたグラフの横軸は，この授業では「x（財の数量)」としていたが，本によっては横軸を「D, S（需要量，供給量）」や「x^D, x^S」（単位は両方「個」）としていることもある。

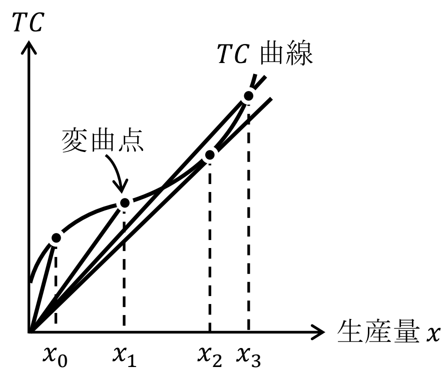
【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 下図のような U 字型の限界費用曲線と平均費用曲線を考えたとき，生産を開始した当初，生産量を増やせば増やすほど限界費用は（ 増加 /〇低下 ）していくが，生産量（ x_0 /〇x_1 / x_2 / x_3 ）を境に，限界費用は（〇増加 / 低下 ）していく。また当初，生産量を増やせば増やすほど平均費用は（ 増加 /〇低下 ）していくが，生産量（ x_0 / x_1 /〇x_2 / x_3 ）を境に，平均費用は（〇増加 / 低下 ）していく。生産量 x_1 において，（〇限界 / 平均 ）費用は最小であり，生産量 x_2 において，（ 限界 /〇平均 ）費用は最小である。



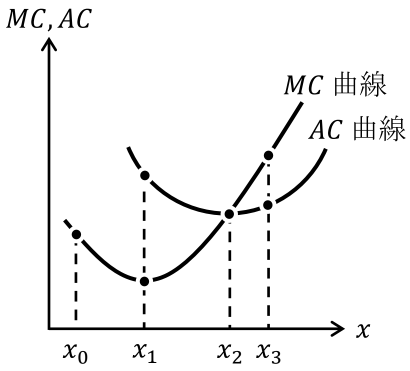
2. 下図のような逆 S 字型の総費用曲線を考えたとき，生産を開始した当初，生産量を増やせば増やすほど限界費用は（ 増加 /〇低下 ）していくが，生産量（ x_0 /〇x_1 / x_2 / x_3 ）を境に，限界費用は（〇増加 / 低下 ）していく。また当初，生産量を増やせば増やすほど平均費用は（ 増加 /〇低下 ）していくが，生産量（ x_0 / x_1 /〇x_2 / x_3 ）を境に，平均費用は（〇増加 / 低下 ）していく。生産量 x_1 において，（〇限界 / 平均 ）費用は最小であり，生産量 x_2 において，（ 限界 /〇平均 ）費用は最小である。 問題 1.と 2.のグラフは対応している。



3. 原点を通り，逆 S 字型の総費用曲線に接する直線を引いた場合，その接点となる生産量では，（ 限界 /〇平均 ）費用が最小化され，（ 限界 ）費用＝（ 平均 ）費用が成立する。 問題 1.と 2.のグラフでは，生産量 x_2 に関する内容である。

4. （ 限界 /〇平均 ）費用曲線の最低点を（〇限界 / 平均 ）費用曲線が通る。

(2)　下図に関する次の文章中の括弧内に入る適切な等号･不等号に〇を書きなさい。また，文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。



1. 生産量 x_0 のとき, MC （　$>$　/　$=$　/〇 $<$　） AC
2. 生産量 x_1 のとき, MC （　$>$　/　$=$　/〇 $<$　） AC
3. 生産量 x_2 のとき, MC （　$>$　/〇 $=$　/　$<$　） AC
4. 生産量 x_3 のとき，MC （〇 $>$　/　$=$　/　$<$　） AC
5. MC が最小化される生産量は（　x_1　）である。
6. AC が最小化される生産量は（　x_2　）である。

【例題】総費用関数 $TC = x^2 + 4$ について，限界費用曲線（MC 曲線）と平均費用曲線（AC 曲線）を図示し，その交点の座標がわかるようにグラフに書き入れなさい。

（解答）

まず，限界費用曲線（MC 曲線）から求める。

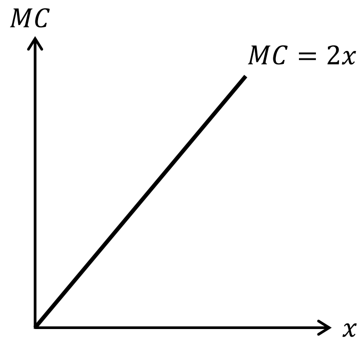
$$TC = x^2 + 4 \ \rightarrow \ MC = \frac{dTC}{dx} = 2x$$

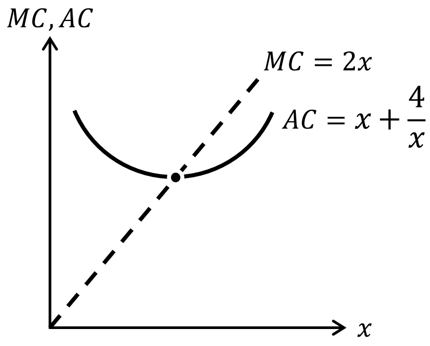
であるので，MC 曲線は左下図のようになる。

次に，平均費用曲線（AC 曲線）は

$$AC = \frac{TC}{x} = \frac{x^2 + 4}{x} = x + \frac{4}{x}$$

より，AC 曲線は右下図のようになる。（この AC 曲線が U 字型になる理由は＜補足８＞へ）





右上図において，AC 曲線の最低点を MC 曲線が通ることもこれまで学んだ通りである。

次に，MC 曲線と AC 曲線の交点を求めるには次の連立方程式を解けばよい。

$$\begin{cases} MC = 2x & : MC \text{ 曲線} \\ AC = x + \dfrac{4}{x} & : AC \text{ 曲線} \end{cases}$$

これらの右辺どうしをくっつけると，

$$2x = x + \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4}{x} \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x > 0 \text{ より，} x = 2$$

となり，交点の x 座標が $x = 2$ であることがわかった。

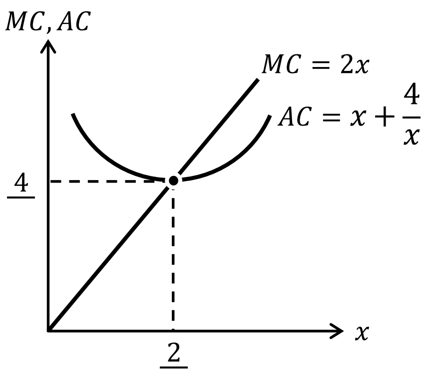
（ところで，連立方程式を解くときに，「左辺が MC と AC が異なっているのに，どうして右辺どうしをくっつけてもいいの？」と思った人もいるかもしれないが，交点では $MC = AC$ が成立しているので，左辺どうしは同じ値になることがわかっている。そのため，右辺どうしをイコールでつないでもいいのである）

最後に，$x = 2$ を MC 曲線（もしくは，AC 曲線）に代入すると，

$$MC = 2x = 2 \cdot 2 = 4 \quad \left(AC = x + \frac{4}{x} = 2 + \frac{4}{2} = 4 \right)$$

となり，MC 曲線と AC 曲線の交点が $(2, 4)$ であることがわかる。

したがって，解答のグラフは下図のようになる。



（別解）

MC 曲線と AC 曲線の交点は必ず AC 曲線の最低点になるので，次のように AC 曲線の式を「微分してゼロ」でも交点の x 座標は求めることができる。（「微分してゼロ」の解法については第 0 講「9. 微分」や第 7 講「5. 利潤最大化の計算問題」を参照）

$$AC = x + \frac{4}{x} = x + 4x^{-1} \rightarrow \frac{dAC}{dx} = 1 + (-1) \cdot 4x^{-1-1} = 1 - 4x^{-2} = 1 - \frac{4}{x^2} \boxed{= 0}$$

$$\rightarrow 1 = \frac{4}{x^2} \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x > 0 \text{ より，} x = \underline{2}$$

あとは（解答）のように，$x = 2$ を MC 曲線（もしくは，AC 曲線）に代入すれば，縦軸の値（ $MC = AC = \underline{4}$ ）を求めることができる。

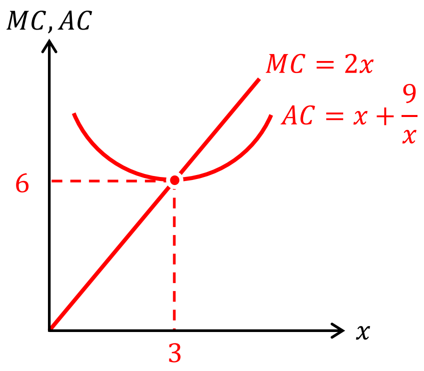
【問題】次の各総費用関数について，限界費用曲線（MC 曲線）と平均費用曲線（AC 曲線）を図示し，その交点の座標がわかるようにグラフに書き入れなさい。

1. $TC = x^2 + 9$

$MC = 2x,\quad AC = \frac{TC}{x} = \frac{x^2+9}{x} = x + \frac{9}{x}$

$2x = x + \frac{9}{x} \rightarrow x = \frac{9}{x} \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x > 0$ より，$x = 3$

$MC = 2x = 2 \cdot 3 = 6 \quad \left(AC = x + \frac{9}{x} = 3 + \frac{9}{3} = 6 \right)$



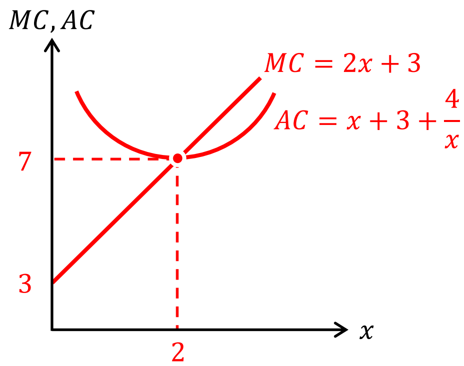
2. $TC = x^2 + 3x + 4$

$MC = 2x + 3,\quad AC = \frac{TC}{x} = \frac{x^2+3x+4}{x} = x + 3 + \frac{4}{x} \quad \left(\frac{dAC}{dx} = 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \rightarrow x = 2 \right)$

$2x + 3 = x + 3 + \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4}{x} \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x > 0$ より，$x = 2$

$MC = 2x + 3 = 2 \cdot 2 + 3 = 7 \quad \left(AC = x + 3 + \frac{4}{x} = 2 + 3 + \frac{4}{2} = 7 \right)$

＊ MC 曲線は原点を通らないことに注意！



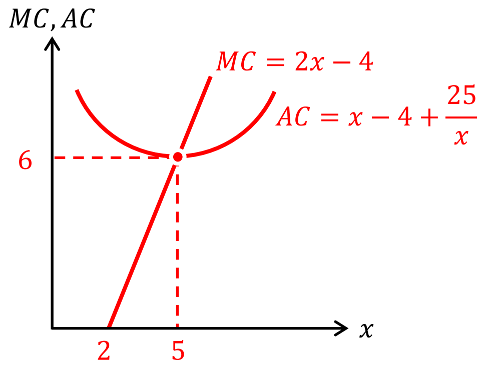
3.　$TC = x^2 - 4x + 25$

$MC = 2x - 4,\quad AC = \frac{TC}{x} = \frac{x^2 - 4x + 25}{x} = x - 4 + \frac{25}{x}\quad \left(\frac{dAC}{dx} = 1 - \frac{25}{x^2} = 0 \to x = 5\right)$

$2x - 4 = x - 4 + \frac{25}{x} \to x = \frac{25}{x} \to x^2 = 25 \to x > 0$ より，$x = 5$

$MC = 2x - 4 = 2 \cdot 5 - 4 = 6\quad \left(AC = x - 4 + \frac{25}{x} = 5 - 4 + \frac{25}{5} = 6\right)$

ちなみに，MC 曲線の横軸切片は，$MC = 2x - 4 = 0 \to x = 2$



＜補足８＞ U 字型の AC 曲線

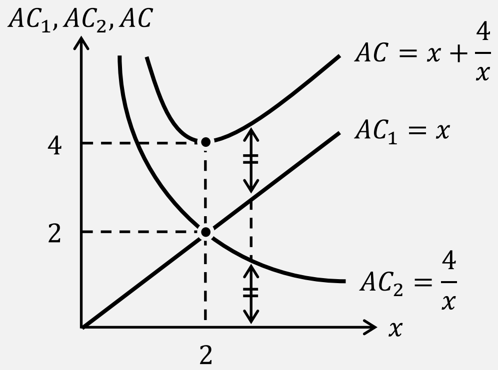
p.15 の【例題】において，AC 曲線の式

$$AC = x + \frac{4}{x}$$

が U 字型になっていた。このグラフが本当に U 字型になるのかを確認するには，x のグラフと $4/x$ のグラフを足し合わせればよい。どういうことかと言うと，

$$AC = \underbrace{x}_{AC_1} + \underbrace{\frac{4}{x}}_{AC_2} = AC_1 + AC_2$$

このように，AC 曲線を $AC_1 = x$ と $AC_2 = 4/x$ に分けて考え，グラフも分けて書くことにする。その上で，AC_1 のグラフと AC_2 のグラフを足し合わせるのである。



この図から AC_1 のグラフと AC_2 のグラフを（縦方向に）足すことで，U 字型の AC 曲線が得られていることがわかるのである。このように，グラフとグラフを縦方向に足すことで元のグラフのおおよその形がわかる方法を知っておくとよい。

＜補足９＞ 逆S字型の総費用関数の増減表【やや難】

ここでは，総費用関数として，

$$TC = x^3 - 15x^2 + 76x + 20$$

を想定すれば，＜補足６＞で示したような逆S字型の総費用曲線が書けるのかについて確認しておく。（ここでは，数学Ⅲで登場する二階微分や増減表の知識を前提とします。経済学で増減表を書くことはあまりないので，増減表の書き方や読み方を一から説明するのは避けておく）

では，増減表を書くための計算をしていく。

$TC = x^3 - 15x^2 + 76x + 20$

$MC = 3x^2 - 30x + 76 = 3(x^2 - 10x) + 76 = 3(x-5)^2 - 75 + 76 = 3(x-5)^2 + 1 > 0$

$\dfrac{dMC}{dx} = 6x - 30 = 0 \ \rightarrow \ x = 5$

$x = 0$のとき，

$TC = 0^3 - 15 \cdot 0^2 + 76 \cdot 0 + 20 = 20$

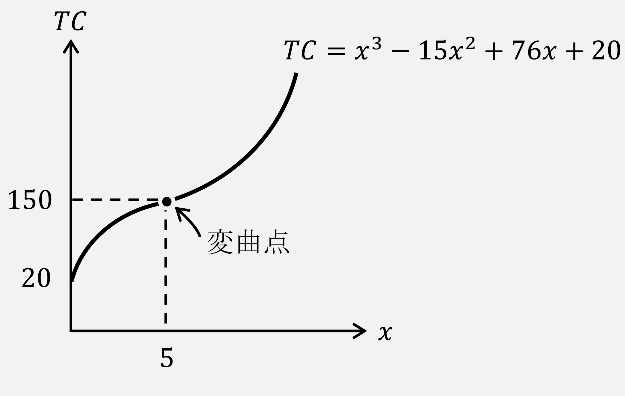
$x = 5$のとき，

$TC = 5^3 - 15 \cdot 5^2 + 76 \cdot 5 + 20 = 125 - 375 + 380 + 20 = 150$

よって，増減表は次のように書ける。

x	0	$\cdots$	5	$\cdots$
MC	$+$	$+$	$+$	$+$
dMC/dx	$-$	$-$	0	$+$
TC	20	↗	150	↗

この増減表から次のような逆S字型の総費用曲線を書けるのである。

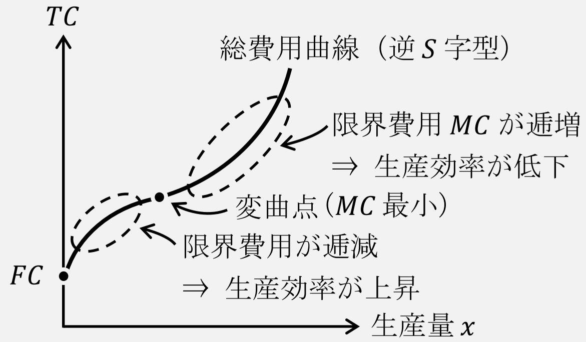


ちなみに，**変曲点**とは「曲」がり方が「変」わる点である。上図を見ると，変曲点よりも左側のグラフは左上の方向に膨らんでおり，変曲点よりも右側のグラフは右下の方向に膨らんでいて，変曲点を境に曲がり方が変わっていることがわかる。

（変曲点をきちんと定義しておくと，二階微分した値の符号が変化する点を変曲点という）

＜補足１０＞ 限界費用が逓増する理由【やや難】

第 3 節で次のような図が登場した。

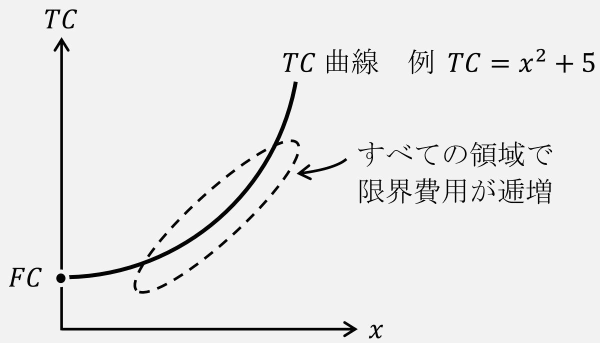


この図から，生産量 x が小さいうちは限界費用 MC が逓減していくが，変曲点となる生産量を超えると限界費用 MC が逓増していくことを学んだ。

この理由を，次のように説明することがある。

「今，固定費用 FC を考えていることから，ある一定の設備の下で生産を行っていると考えられる（固定費用 FC の値は定数（一定）であるので，工場の広さや機械設備の量は一定と考えるということです）。すると，この一定の設備に対して，設備を最も効率よく稼働させるような適切な生産量 x^* があって，この生産量 x^* に達するまでは生産効率が上昇していき（限界費用が逓減し），生産量 x^* を超えると生産効率が低下していく（限界費用が逓増する）と考え，この生産量 x^* が変曲点における生産量である」

この説明は説得的ではあるが，次の TC 曲線の形状を説明することができない。



この図では，固定費用 FC を考慮しているのにも関わらず，限界費用 MC が常に逓増しているのである（このような TC 曲線を想定することも多い）。これは先程の「一定の設備に対して，適切な生産量 x^* がある」という説明に矛盾してしまう。（この図だと，最も生産効率の良い（限界費用が最も小さい）のは生産量 $x = 0$ のときになってしまう）

この 2 図を矛盾なく説明するには，可変費用 VC が労働 L に対する費用（人件費）であったことに着目をして，労働の限界生産力が（途中までは逓増し，後に）逓減するということを考えるとよい。**労働の限界生産力**とは「**労働 L をさらに 1 単位増やしたときに増加する生産量**」（つまり，さらに 1 時間（もしくは，1 人）多く働かせたときに増える生産量）である。最初の 1 時間が最も効率的に働けると考えた場合，$x = 0$ のときに限界費用が最も小さくなり，下図の TC 曲線が導出できる。また，働き始めて数時間後が最も効率的に働けると考えた場合，上図の逆 S 字型の TC 曲線が導出できるのである。

はじめよう経済学　－解答編－
第 7 講　利潤最大化

第 6 講では企業の「費用」について学びました。企業の利潤は（簡単に書くと）

$$\underbrace{\text{利潤}}_{\text{第7講}} = \underbrace{\text{売上}}_{\text{第7講}} - \underbrace{\text{費用}}_{\text{第6講}}$$

＊ 売上：総収入 TR，費用：総費用 TC

と表すことができます。第 7 講は「利潤」最大化について学んでいくことになりますので，上の式より，前回の内容は今回のための準備だったということがわかります。

今回は，限界費用曲線と利潤最大化条件から供給曲線が導出できることを学んでいきます。第 3 講から第 5 講では家計の効用最大化から「需要曲線」を導出しましたが，第 6 講と第 7 講では企業の利潤最大化から「供給曲線」を導出することになります。つまり，第 1 講で学んだ「需要曲線」と「供給曲線」の導出までをきちんと理解するということが，「はじめよう経済学」のミクロ経済学分野の目標となっていたわけです。

今回でミクロ経済学の範囲は終わりですが，もちろん，学問としてのミクロ経済学の範囲はもっと幅広いものです。この授業で扱えたことは氷山の一角に過ぎませんが，それでも「ミクロ経済学の基礎はきちんと学んだ」と自信をもっていいでしょう。

＜第 7 講のノーテーション＞

π：利潤	TR：総収入	TC：総費用	MC：限界費用
AC：平均費用	VC：可変費用	FC：固定費用	$M\pi$：限界利潤
P：財の価格	x：財の数量（**生産量**，産出量，供給量）		

目次

＜補足一覧＞　＊ 補足 13, 14 は難易度が高いので飛ばしてもよい。

1. 総収入 TR

企業の**利潤** π は，

$$\text{利潤}\,\pi = \text{総収入}\,TR - \text{総費用}\,TC$$

と表すことができる。（前ページの売上が総収入に対応し，費用が総費用に対応している）

本節では，総収入 TR について学んでいくこととする。

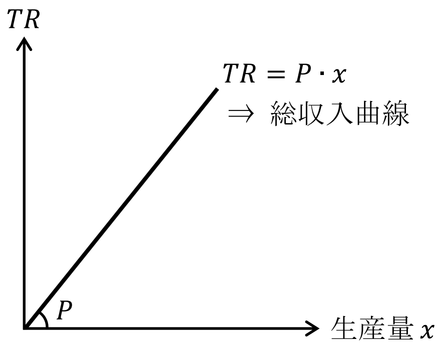
総収入とは，結局は売上高のことであるので，価格 P と売れた個数（生産量）x をかけ算することで求めることができる。（**＜補足１＞**を参照）

$$\begin{aligned}\text{総収入}\,TR &= \text{価格}\,P \times \text{生産量}\,x \\ &= P \cdot x\end{aligned}$$

いま，企業はプライステイカーであり，価格 P は市場で決まったものとして考える，つまり，企業にとって価格は $P = 100$ 円 といったような定数として考えるので，

$$TR = \underbrace{P}_{\text{定数}} \cdot x$$

であり，横軸を生産量 x，縦軸を総収入 TR としたグラフを書くと，



このように，傾きが P となり原点を通る右上がりの直線で書くことができる。（なぜ，このような右上がりの直線になるかは，$y = 2x$ のグラフが傾き 2 で原点を通る右上がりの直線になることと同じ理由である）

この直線を**総収入曲線**と名付けておこう。直線にも関わらず曲線と名付けるのは，直線の需要曲線を需要「曲線」と言うことと同じである。（授業では扱わないが，独占企業を考えた場合，総収入曲線は曲線となり，文字どおり総収入「曲線」となる）

＜補足１＞ 作ったものがすべて売れる？

通常，経済学では「生産量＝販売量」としてしまうことが多い。つまり，作ったものはすべて売れると考えているわけだが，このように考えてもいい理由は次の通り。私たちは，第 1 講で均衡価格 P^* において，売れ残りも品不足もない状況が実現することを学んだ。このことから，企業が作ったものを均衡価格 P^* で売っているのであれば，ちょうど売り切ることができると考えるのである。そのため，売れた個数 x ＝生産量 x としてもよいのである。

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句や値を書きなさい。

1.　利潤は次の式で表される。

利潤 ＝ （　総収入　） − （　総費用　）

2.　総収入は次の式で表される。

総収入 ＝ （　価格　） × （　生産量　）

3.　価格 $P = 10$ とする。生産量 $x = 2$ のとき，総収入は $TR =$ （　20　）となり，生産量 $x = 3$ のとき，総収入は $TR =$ （　30　）となる。　前半：10 × 2，後半：10 × 3

(2)　次の英単語を 3 回ずつ書きなさい。

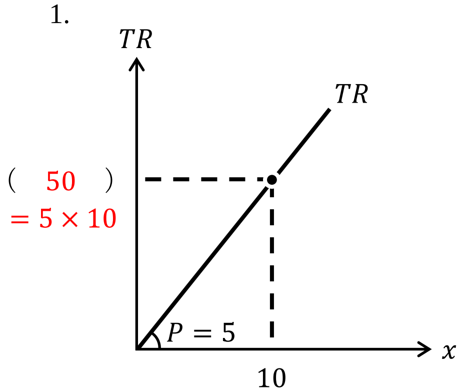
総収入 TR　　　Total Revenue（トータル・レベニュー）

（　Total Revenue　），（　Total Revenue　），

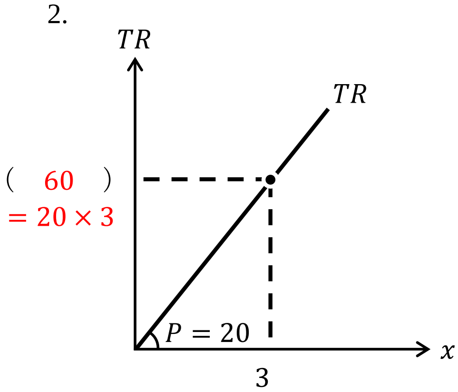
（　Total Revenue　）

(3)　次のグラフの括弧内に入る適切な値を書きなさい。

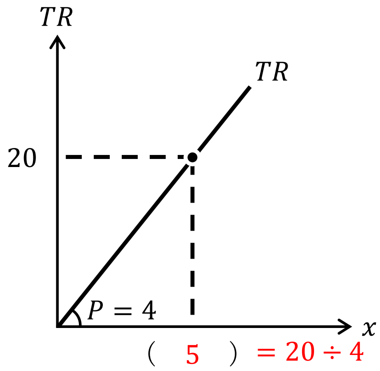
1.



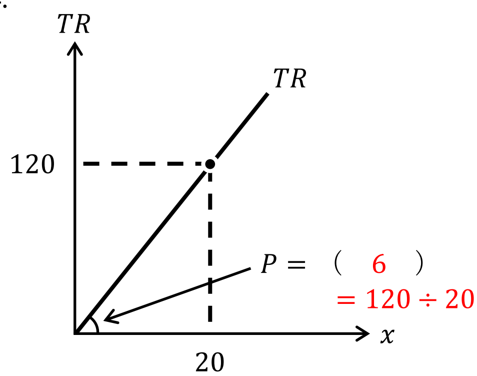
2.



3.



4.



＜補足２＞ 限界収入 MR

　この授業では触れていないが，限界収入 MR（Marginal Revenue；さらに 1 つ生産（販売）することで増える総収入）という概念もある。

$$TR = P \cdot x \quad \rightarrow \quad MR = \frac{dTR}{dx} = P$$

　このように，P を定数とする完全競争市場では，常に $MR = P$ となるため，あえて限界収入という言葉を使わなくても，価格という言葉で説明を済ませることができるのである。

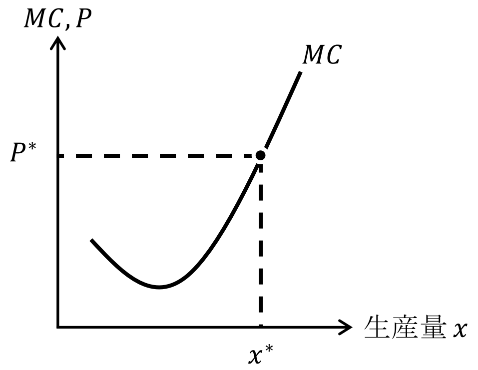
　

2. 利潤最大化条件

授業で学んだ通り，**利潤最大化条件**は

$$\boxed{\text{価格 } P = \text{限界費用 } MC}$$

となる。この意味は，「（価格が P^* であるとき，）企業が $P = MC$ となるような生産量 x^* に決めれば，利潤 π が最大化される」ということである。これをグラフで書けば次のようになる。

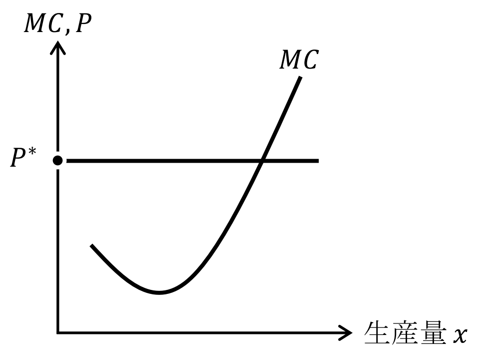


（企業の限界費用曲線が U 字型（J 字型）であることは，総費用曲線に逆 S 字型を想定しているということであった（第 6 講）。また，限界費用 MC と価格 P の単位は「円」であり，同じ単位なので同じ軸を用いてもよい（第 6 講の＜補足７＞へ））

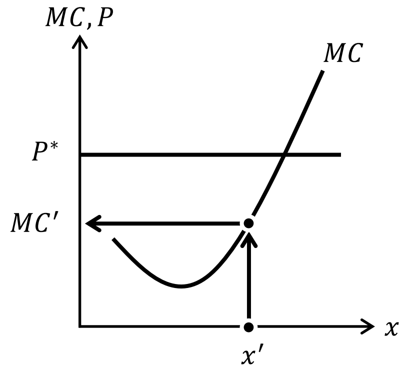
ここでは，利潤最大化条件の考え方について，授業と同じ手順でより丁寧に解説しておく。

Step1　市場メカニズムによって，需要曲線と供給曲線の交点で価格が P^* に決まる。

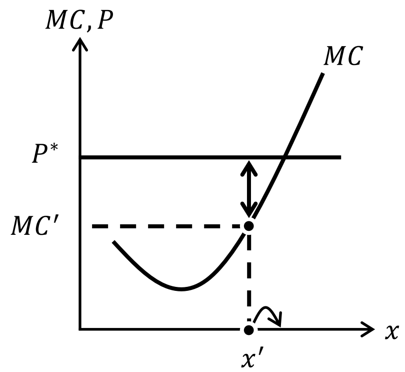
Step2　企業はプライステイカーであるので，企業が販売する価格は P^* である。（企業はプライステイカーなので，自社で価格を決めることができないことに注意すること）
　下図には，ある企業の限界費用曲線が書かれており，価格が P^* に決まったという状況を表している。



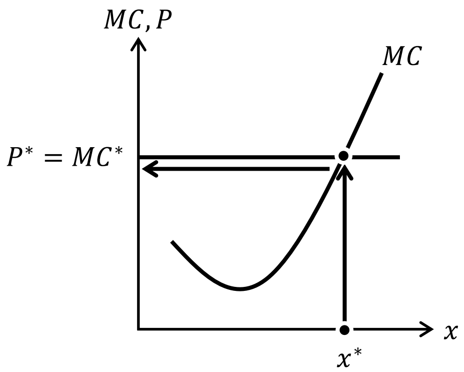
Step3　下図のように企業が生産量を x' に決めたとする。生産量 x' のとき，$P^* > MC'$ となっており，価格が限界費用よりも高くなっている（$P > MC$）。



この場合，企業は利潤が最大となる生産量を選択できていないことになる。なぜなら，生産量 x' からさらに 1 つ生産を行う（増産する）ことで，増える費用は MC' であるのに対し，その 1 つが売れることで増える収入は P^* であるので，増える利潤が $\pi' = P^* - MC'$（下図の両矢印の長さに対応）となる。利潤が増えたということは，生産量 x' のときに利潤が最大になっていなかったということである。

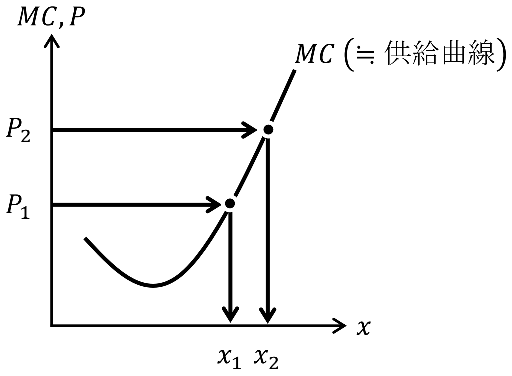


Step4　では，下図のように企業が生産量を x^* に決めた場合はどうだろうか。生産量 x^* のとき，$P^* = MC^*$ となっており，価格と限界費用が等しくなっている（$P = MC$）。



このとき，企業の利潤が最大となっている。なぜなら，生産量 x^* からさらに 1 つ生産を増やしたとしても，増える費用 MC^* と増える収入 P^* が等しいため，これ以上，利潤が増えない，つまり，生産量 x^* で利潤が最大だということになる。

Step5　まとめると，価格 P^* が決まれば，利潤が最大となる生産量 x^* が決まる。このことから下図のように，価格 P_1 のとき，利潤が最大となる生産量は x_1 であり，価格 P_2 のとき，利潤が最大となる生産量は x_2 であることがわかる。



ここで，第 1 講で学んだ供給曲線を思い出してみる。供給曲線とは，ある価格 P に対して，生産量 x がいくつに決まるかを教えてくれる曲線であったが，まさに，限界費用曲線がその役割を果たしているのである。

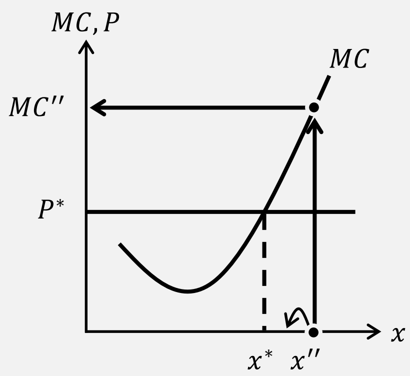
つまり，「供給曲線の正体は，限界費用曲線だった！」というわけである。

（より正確な内容は＜補足４＞と＜補足５＞を参照すること）

＜補足３＞ 価格 < 限界費用 のときは？

ここまで，価格 $P >$ 限界費用 MC のケースで説明をしてきたが，生産量を作り過ぎていて，価格 $P <$ 限界費用 MC となっているケースではどうだろうか。

この場合は，次回の生産計画を考えるときに，今回作った生産量 x'' から仮に 1 つ減産してみることを考える。（下図）



そうすると，作る量を減らしたことで商品 1 つ分の収入 P^* だけ減ってしまう。しかしその一方，作る量を 1 つ減らしたことで，MC'' の分だけ生産コストが浮く（節約できる）ことになる。減ってしまう収入 P^* よりも，浮くコスト MC'' の方が大きいので，生産量 x'' から 1 つ減産した方が儲かるということになる（生産量 x'' の状態から 1 つ減産することで増える利潤は $MC'' - P^*$ である）。

では，減産によってこれ以上利潤が増えなくなる生産量はどこかというと，結局は x^* になるのである。したがって，次回，生産する際は生産量を x^* とすれば利潤が最大となる。

＜補足４＞ 限界費用曲線≒供給曲線（１）

総費用曲線の式から供給曲線の式を導出するには，例えば，次のように考える。

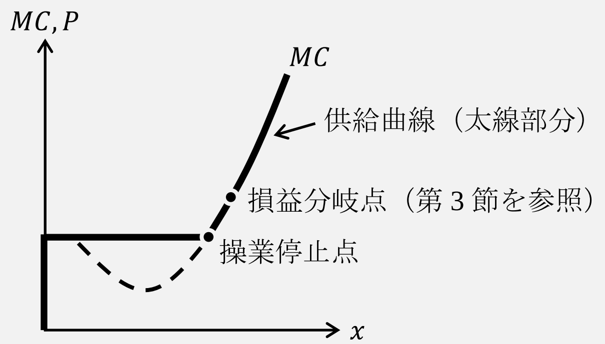
仮に，総費用曲線の式を $TC = x^2$ としたとき，限界費用曲線の式は $MC = 2x$ である。ここで，利潤最大化条件 $P = MC$ を考えると，

$$\text{限界費用曲線の式：}\boxed{MC} = 2x \quad \rightarrow \quad \text{供給曲線の式：}\boxed{P} = 2x$$

が得られるのである。つまり，限界費用曲線に利潤最大化条件を組み合わせることで，供給曲線の式が導出されるのである。そのため，限界費用曲線＋利潤最大化条件≒供給曲線と考えた方が感覚的にはより正しい理解である。（ここで，「＝」ではなく「≒」を使っている理由は，＜補足５＞を考慮しているためである）

＜補足５＞ 限界費用曲線≒供給曲線（２）

より正確には，限界費用曲線と（短期）供給曲線の関係は下図のようになり，限界費用曲線と供給曲線はまったく同じではない。この授業では**操業停止点**を扱わないため，詳しい説明はまた別の機会に譲るが，ひとまず，限界費用曲線≒供給曲線と覚えておけばよいだろう。

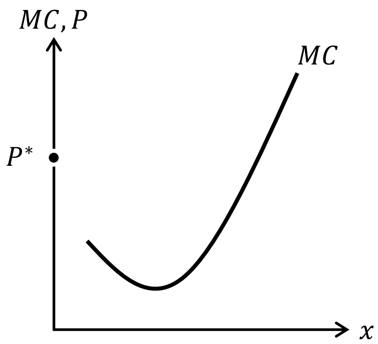


【問題】次の文章中の括弧内に入る適切な語句，もしくは，数式を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に○を書きなさい。

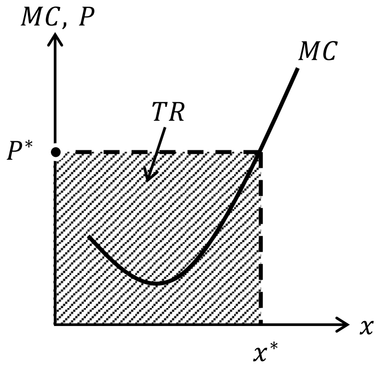
1. 企業は（ 価格 ）＝（ 限界費用 ）となるように生産量を決めることで，（ 利潤 ）を最大化することができる。
2. 価格＝限界費用 を（ 利潤最大化 ）条件という。
3. 価格＞限界費用 であるとき，企業は（○増産 / 減産 ）することで，さらに利潤を高めることができる。
4. 価格＜限界費用 であるとき，企業は（ 増産 /○減産 ）することで，さらに利潤を高めることができる。（ヒント）＜補足３＞
5. 完全競争市場において，企業はプライス（ テイカー ）であるので価格を決めることができず，市場メカニズムによって決まった（○価格 / 生産量 ）にもとづいて（ 価格 /○生産量 ）を決める。
6. 利潤最大化条件を加味すると，限界費用曲線の式は（ 供給 ）曲線の式となる。

【例題】

1. 左下図において，価格が P^* のとき，利潤が最大となる生産量 x^* を書き入れ，その生産量における総収入 $TR\ (= P^*x^*)$ に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。

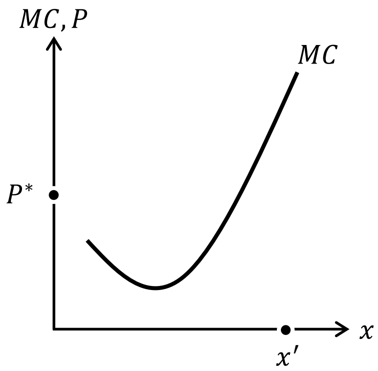


（解答）

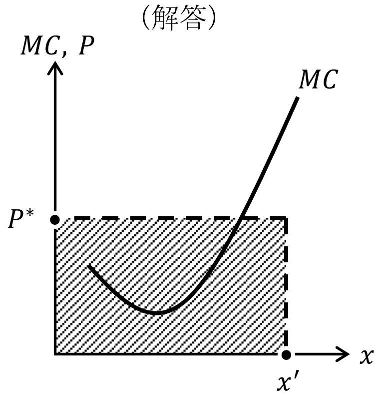


2. 左下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における総収入 $TR\ (= P^*x')$ に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。

［補足］生産量 x' では利潤最大化されていない。

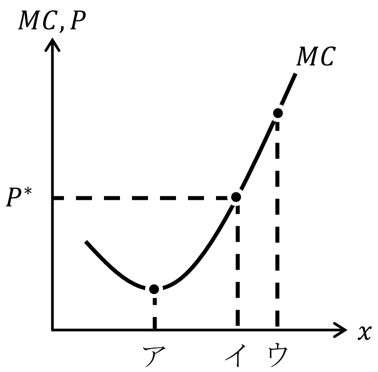


（解答）



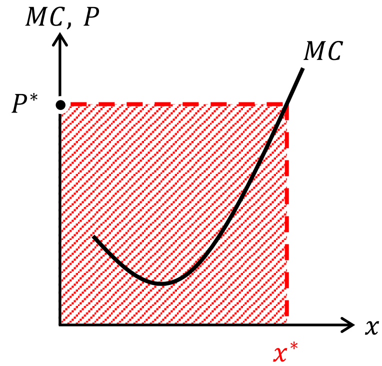
【問題】

1. 下図において，価格が P^* のとき，利潤が最大となる生産量 x を記号で答えなさい。

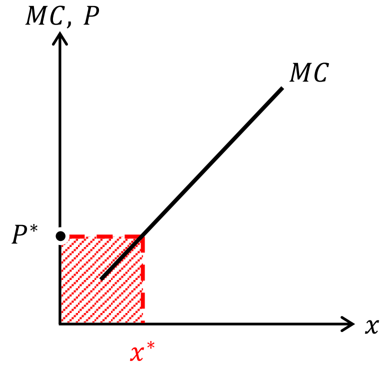


解答：イ

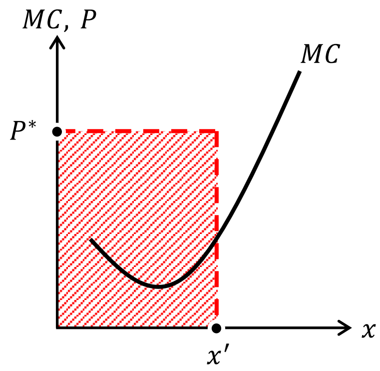
2. 下図において，価格が P^* のとき，利潤が最大となる生産量 x^* を書き入れ，その生産量における総収入 $TR\ (= P^*x^*)$ に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



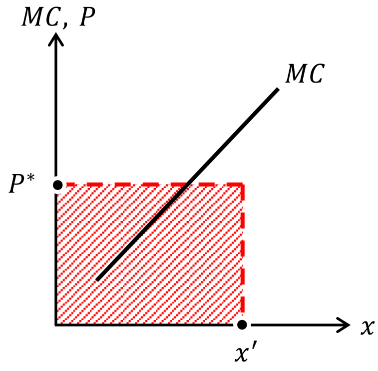
3. 下図において，価格が P^* のとき，利潤が最大となる生産量 x^* を書き入れ，その生産量における総収入 $TR\ (= P^*x^*)$ に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



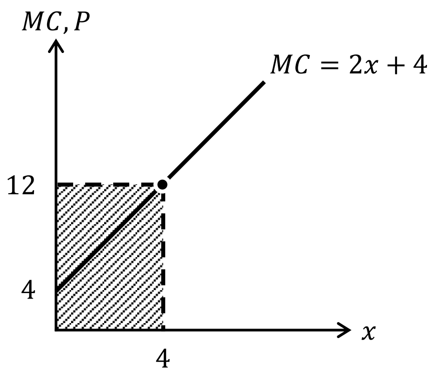
4. 下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における総収入 $TR\ (= P^*x')$ に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



5.　下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における総収入 $TR\ (=P^*x')$ に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



【例題】総費用関数が $TC=x^2+4x$ で表されるとき, 限界費用曲線をグラフで示しなさい。また，価格が $P=12$ であるとき，利潤最大化となる生産量における総収入 TR に相当する箇所がわかるように斜線部で示し，総収入 TR の値も求めなさい。



（解答）

$TC=x^2+4x\ \rightarrow\ MC=2x+4$

より，限界費用曲線は左図のようになる。

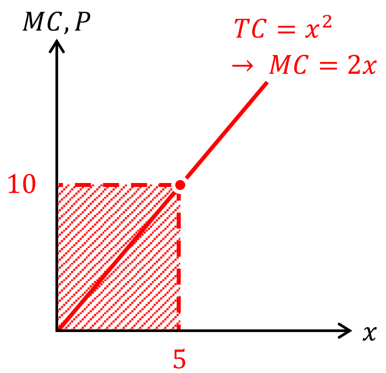
また，$P=MC$ より，$12=2x+4\ \rightarrow\ x^*=4$

よって，$TR=P\cdot x^*=12\cdot 4=48$

$TR=$ 48

【問題】

1.　総費用関数が $TC=x^2$ で表されるとき，限界費用曲線をグラフで示しなさい。
また，価格が $P=10$ であるとき，利潤最大化となる生産量における総収入 TR に相当する箇所がわかるように斜線部で示し，総収入 TR の値も求めなさい。

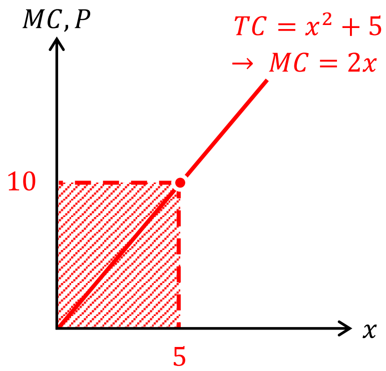


$P=MC$ より，$10=2x\ \rightarrow\ x^*=5$

よって，$TR=P\cdot x^*=10\cdot 5=50$

$TR=$ 50

2. 総費用関数が $TC = x^2 + 5$ で表されるとき，限界費用曲線をグラフで示しなさい。また，価格が $P = 10$ であるとき，利潤最大化となる生産量における総収入 TR に相当する箇所がわかるように斜線部で示し，総収入 TR の値も求めなさい。

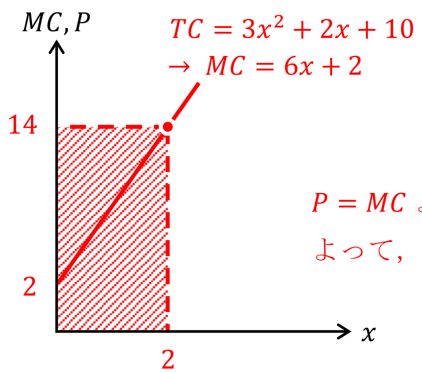


$P = MC$ より，$10 = 2x \rightarrow x^* = 5$

よって，$TR = P \cdot x^* = 10 \cdot 5 = 50$

$TR =$ 50

3. 総費用関数が $TC = 3x^2 + 2x + 10$ で表されるとき，限界費用曲線をグラフで示しなさい。また，価格が $P = 14$ であるとき，利潤最大化となる生産量における総収入 TR に相当する箇所がわかるように斜線部で示し，総収入 TR の値も求めなさい。



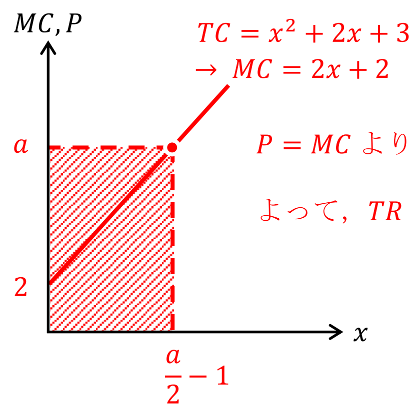
$P = MC$ より，$14 = 6x + 2 \rightarrow 6x = 12 \rightarrow x^* = 2$

よって，$TR = P \cdot x^* = 14 \cdot 2 = 28$

$TR =$ 28

4. 総費用関数が $TC = x^2 + 2x + 3$ で表されるとき，限界費用曲線をグラフで示しなさい。また，価格が $P = a$ であるとき（$a > 2$），利潤最大化となる生産量における総収入 TR に相当する箇所がわかるように斜線部で示し，総収入 TR の値も求めなさい。

（ヒント）解答の TR は a が含まれた式となる。



$P = MC$ より，$a = 2x + 2 \rightarrow 2x = a - 2 \rightarrow x^* = \dfrac{a}{2} - 1$

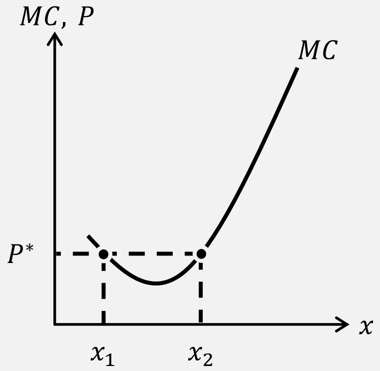
よって，$TR = P \cdot x^* = a \cdot \left(\dfrac{a}{2} - 1\right) = \dfrac{a^2}{2} - a$

$TR = \dfrac{a^2}{2} - a$

問題 1.と 2.の解答を見比べることで，$TC = x^2 + 5$ の固定費用 $FC = 5$ は利潤最大化条件に影響せず（微分すると FC は消える），総収入 TR にも影響しないことがわかる。

＜補足６＞ $P=MC$ の解が 2 つある場合

ここまで問題を解いてきた人の中には，下図のような状況だと，利潤が最大となる生産量は x_1 と x_2 のどちらになるのだろうかと疑問をもった人はいないだろうか。



結論を先に言っておくと，利潤が最大となる生産量は x_2 であり，x_1 は利潤が「最小」になる生産量である。この理由を説明するために，第 6 講の＜補足９＞で登場した逆 S 字型の総費用関数 $TC=x^3-15x^2+76x+20$ に登場してもらおう。

$$TC=x^3-15x^2+76x+20 \quad \rightarrow \quad MC=3x^2-30x+76$$

ここで，価格を $P=28$ とする。このとき，利潤最大化条件 $P=MC$ より，

$$P=MC \ \rightarrow \ 28=3x^2-30x+76 \ \rightarrow \ -3x^2+30x-48=0$$

$$\rightarrow \ x^2-10x+16=0 \ \rightarrow \ (x-2)(x-8)=0$$

よって，$x=2,8$ が得られる。（因数分解については，第 0 講の＜補足８＞を参照）

このように，$P=MC$ の解が 2 つ得られたことが，上図の状況に対応しており，$x_1=2$，$x_2=8$ という対応関係になっている。ここで，次のように $x_1=2$ のときの利潤と，$x_2=8$ のときの利潤を求めてみると，x_2 における利潤 π_2 の方が大きいことがわかる。

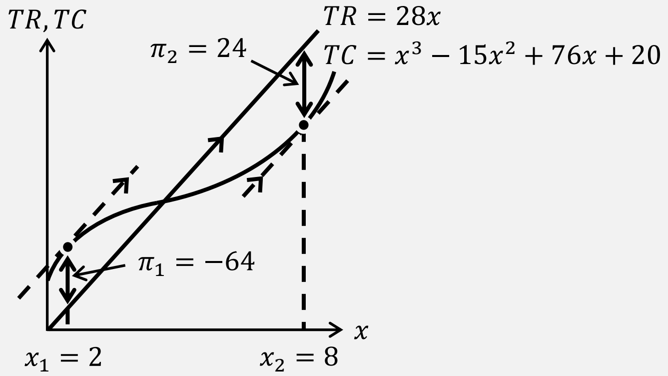
・　$x_1=2$ のとき

$$\pi_1=TR_1-TC_1=P\cdot x_1-(x_1^3-15x_1^2+76x_1+20)=28x_1-x_1^3+15x_1^2-76x_1-20$$
$$=-x_1^3+15x_1^2-48x_1-20=-2^3+15\cdot 2^2-48\cdot 2-20=-8+60-96-20=-64$$

・　$x_2=8$ のとき

$$\pi_2=TR_2-TC_2=P\cdot x_2-(x_2^3-15x_2^2+76x_2+20)=28x_2-x_2^3+15x_2^2-76x_2-20$$
$$=-x_2^3+15x_2^2-48x_2-20=-8^3+15\cdot 8^2-48\cdot 8-20=-512+960-384-20=24$$

また，下図から π_2 が最大で π_1 が最小であることもわかる。



3. 損益分岐点

前節まで，利潤が最大となる生産量 x を求めたり，総収入 TR を求めたりしたが，企業の利潤 π の値を求めていないことに気付いていただろうか。実は前節までの内容だと利潤 π の値を求めることができない。なぜなら，

$$\text{利潤}\,\pi = \text{総収入}\,TR - \underbrace{\text{総費用}\,TC}_{\text{本節}}$$

総費用 TC が登場していなかったからである。

それではここから総費用 TC を登場させることにしよう。

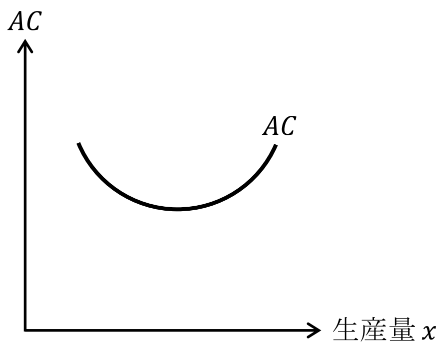
$$\text{平均費用}\,AC = \frac{\boxed{TC}}{x}$$

この式は前回学んだ平均費用の式である。また，この式から総費用 TC は，

$$TC = AC \cdot x \quad \cdots ①$$

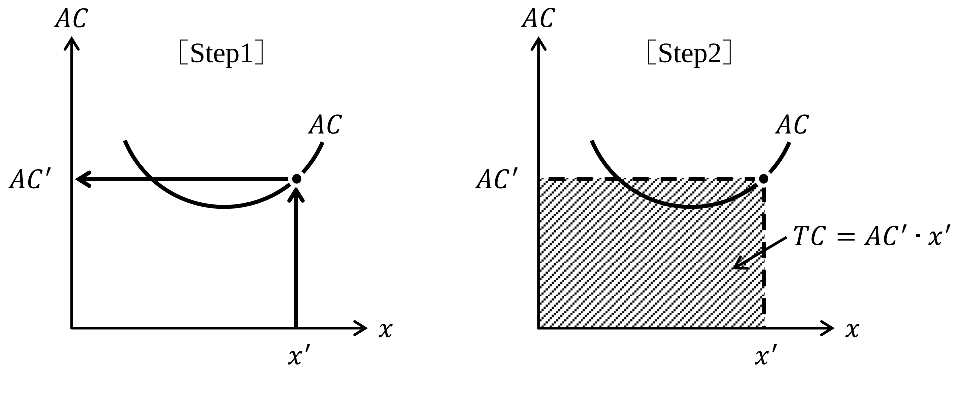
と書けることにも注意をしておこう。

さらに，平均費用曲線は下図のように U 字型で書くことができた。



この図を次のように使うことにしよう。

企業が生産量を x' に決めたとする。このとき，左下図（Step1）のように平均費用曲線から生産量が x' のときの平均費用は AC' であることがわかる。



次に，右上図（Step2）からそのときの総費用 TC は，①式から $TC = AC' \cdot x'$ と計算することができることから，斜線部の面積が総費用 TC の値を表すことがわかる。

（１）利潤$\pi > 0$（黒字）のとき

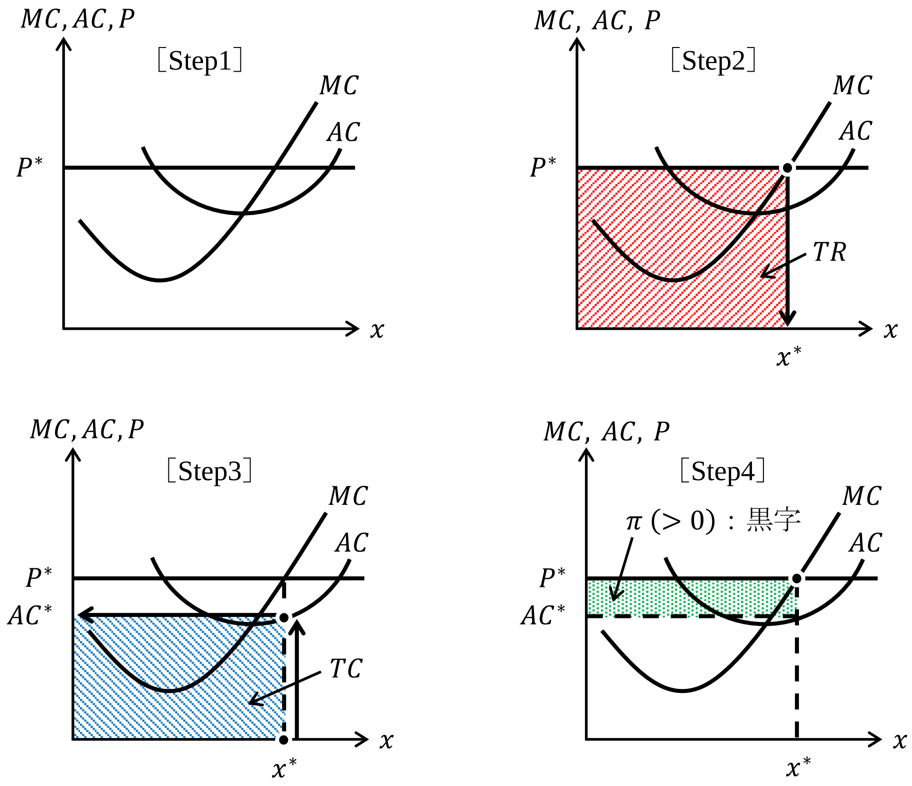
それでは，前節の内容と前ページの内容を組み合わせてみる。下図を Step1 から Step4 の手順で説明していく。

Step1　市場メカニズムで価格が P^* に決まる。

Step2　利潤を最大化するように企業が生産量を x^* に決める。すると，総収入が $TR = P^* \cdot x^*$ と決まり，斜線部の面積が総収入 TR の値に対応する。

Step3　生産量が x^* のとき，平均費用は AC^* となる。すると，総費用が $TC = AC^* \cdot x^*$ と決まり，斜線部の面積が総費用 TC の値に対応する。

Step4　Step2 で求まった総収入 TR から，Step3 で求まった総費用 TC を引くと，この企業の利潤 π が決まり，ドット柄の面積が利潤 π の値に対応する。



このように，平均費用曲線も加えて考えることで，総費用 TC の値が求まり，利潤 π の値が求まるのである。第 2 節では，平均費用曲線を考えていなかったので，総収入 TR の値までしか求まらず，利潤 π の値まで求まっていなかったことに注意をしてほしい。

＜補足７＞ 軸に書く変数の省略

このページのグラフの縦軸には「MC, AC, P」と 3 種類もの変数が書かれている。このように並べて書くことが正確ではあるが，MC と AC は省略してしまって「P」の 1 種類としてしまうことが多い。（授業でも縦軸は「P」の 1 種類と省略しましたね）

（２）利潤 $\pi = 0$（利潤ゼロ）のとき：損益分岐点のケース

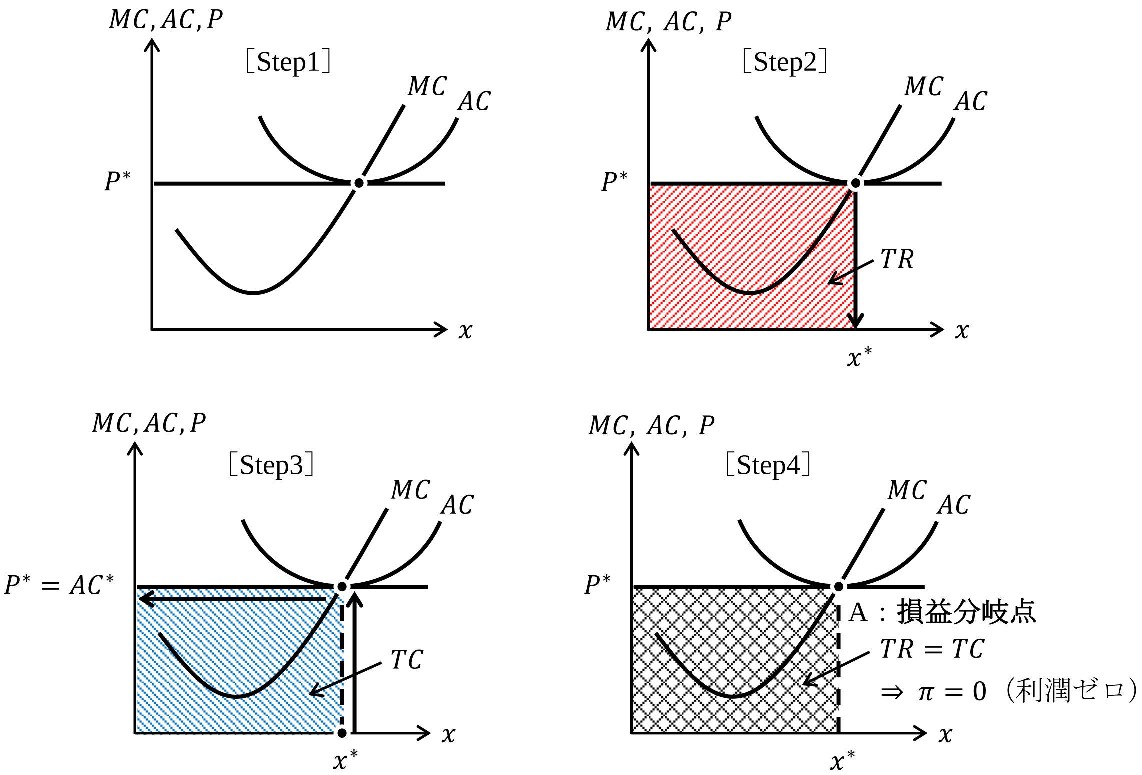
ここでは，企業が利潤最大化をしても（利潤最大化条件 $P = MC$ に基づいて生産量を決めても）利潤が $\pi = 0$（利潤ゼロ）になるケースについて見ていく。以下の Step1－Step3 は前ページとまったく同じ説明文であるが，図は異なっていることに注意をしてほしい。

Step1　市場メカニズムで価格が P^* に決まる。

Step2　利潤を最大化するように企業が生産量を x^* に決める。すると，総収入が $TR = P^* \cdot x^*$ と決まり，斜線部の面積が総収入 TR の値に対応する。

Step3　生産量が x^* のとき，平均費用は AC^* となる。すると，総費用が $TC = AC^* \cdot x^*$ と決まり，斜線部の面積が総費用 TC の値に対応する。

Step4　Step2 で求まった総収入 TR から，Step3 で求まった総費用 TC を引くと，ちょうど両者の面積が相殺され，この企業の利潤は $\pi = 0$（利潤ゼロ）となる。このことから，限界費用曲線と平均費用曲線の交点である点 A を**損益分岐点**という。



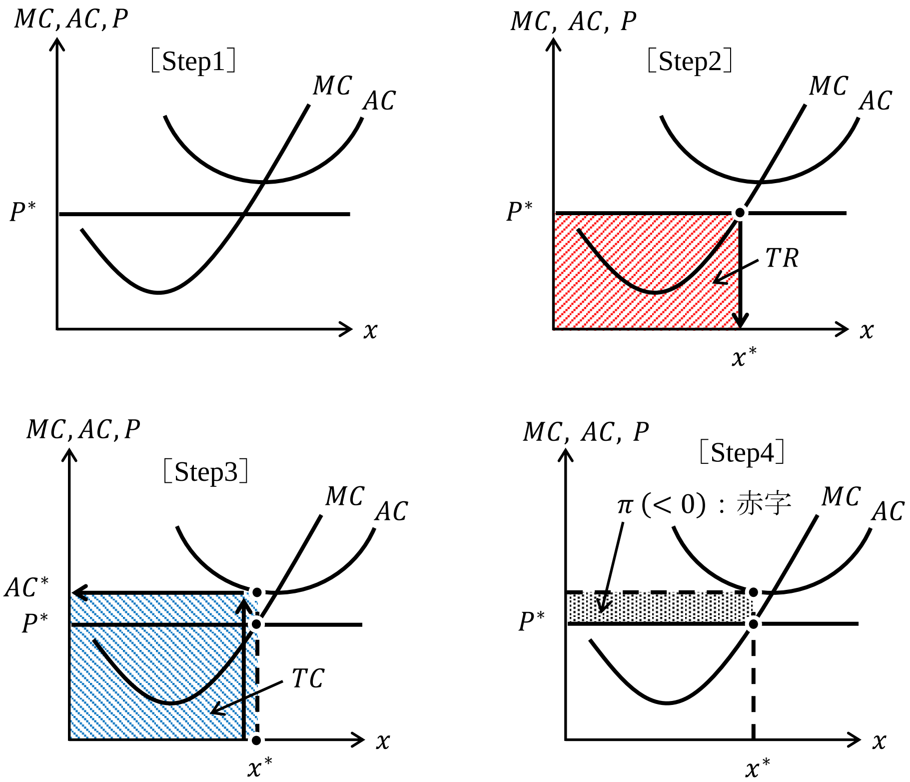
企業の利潤が $\pi = 0$ になってしまうケースを見てきたが，勘違いしてはいけないのは，この企業は経営を怠ったから，利潤がゼロになってしまったわけではない。「この企業が販売する商品の価格が低かったから，利潤最大化をしても最大の利潤がゼロであった」と解釈すべきなのである。

また，以上の議論から，損益分岐点よりも高い価格だと黒字（$\pi > 0$）になり，損益分岐点が実現する価格だと利潤ゼロ（$\pi = 0$）になることがわかる。次のページでは，損益分岐点よりも低い価格で赤字（$\pi < 0$）になるケースを取り上げる。

（３）利潤$\pi < 0$（赤字）のとき

ここでは，企業が利潤最大化をしても利潤が$\pi < 0$（赤字）になるケースについて見ていく。以下の Step1－Step3 はこれまでと同じ説明文であるため省略する。

Step4　Step2 で求まった総収入TRから，Step3 で求まった総費用TCを引くと，総費用TCの面積の方が大きいため，その差であるドット柄の面積がこの企業の利潤の赤字額（$\pi < 0$）を表していることになる。



ここでも，企業が経営を怠ったから利潤が赤字になってしまったわけではない。「この企業が販売する商品の価格が低かったから，利潤最大化をしても最大の利潤が赤字となってしまった」と解釈すべきなのである。

＜補足８＞　生産をいつやめるか？

（３）「利潤$\pi < 0$（赤字）のとき」の説明で，この企業は利潤を最大にしても赤字がでてしまうことを学んだ。赤字になるのなら生産をやめて（$x = 0$）しまえばいいじゃないか？と思うかもしれない。ここで，仮に生産をやめる（$x = 0$）とする。すると，

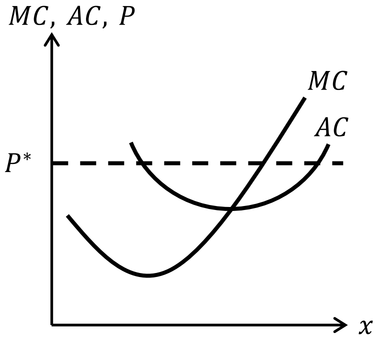
$$\pi = TR - TC = P \cdot x - (VC + FC) = P \cdot 0 - (0 + FC) = 0 - FC = -FC：\text{赤字}$$

＊　生産量に伴って変化する可変費用VCは$x = 0$だと$VC = 0$である。

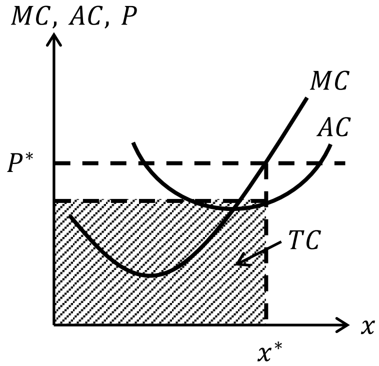
このように生産を止めた途端，固定費用FC分の赤字が発生することとなってしまう。このことから，**固定費用ほど大きくない赤字であれば，企業は無理して生産を続けることになる**のである。そして，赤字が固定費用を超えたときに生産をやめるのである。この内容は＜補足５＞の操業停止点に関する話であるので，詳細は別の機会に譲ることにする。

【例題】

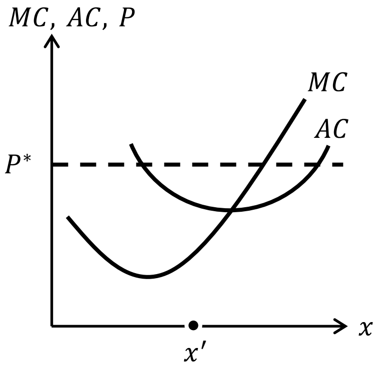
1. 左下図において，価格が P^* のとき，利潤が最大となる生産量 x^* を書き入れ，その生産量における総費用 TC に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



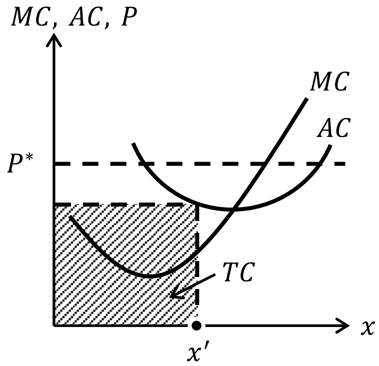
（解答）



2. 左下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における総費用 TC に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



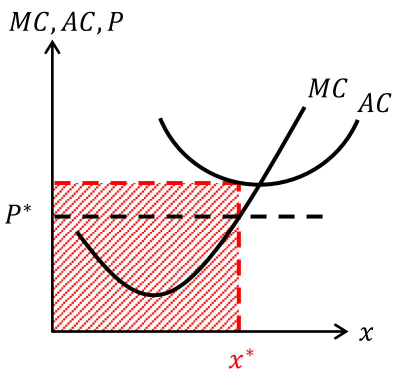
（解答）



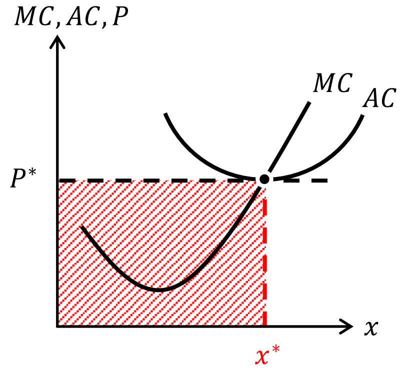
＊ 2.では P^* が解答に影響しないことに注意。

【問題】

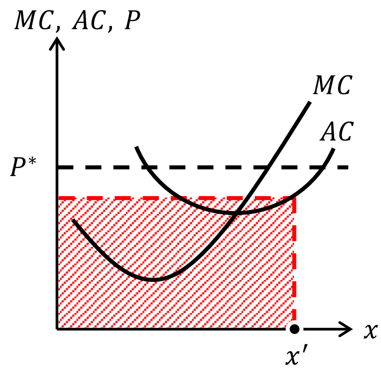
1. 下図において，価格が P^* のとき，利潤が最大となる生産量 x^* を書き入れ，その生産量における総費用 TC に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



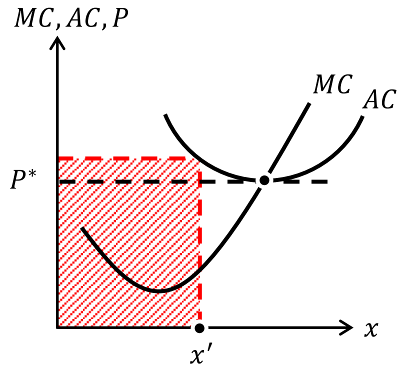
2. 下図において，価格が P^* のとき，利潤が最大となる生産量 x^* を書き入れ，その生産量における総費用 TC に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



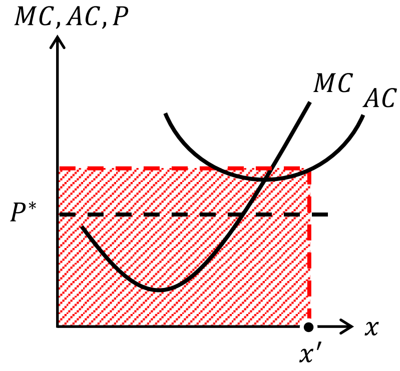
3. 下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における総費用 TC に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



4. 下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における総費用 TC に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



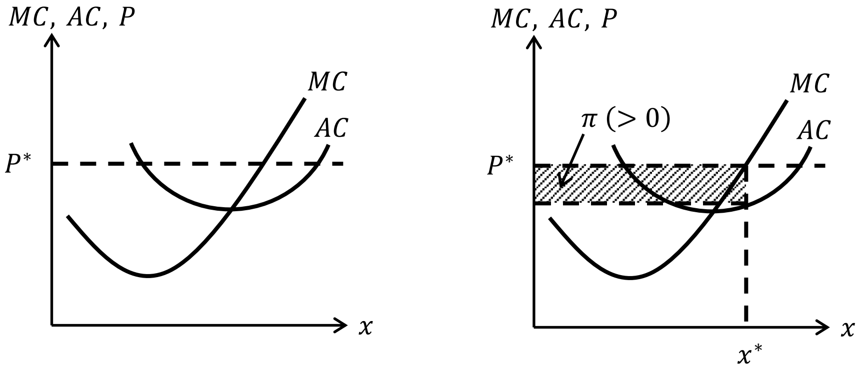
5.　下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における総費用 TC に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



【例題】

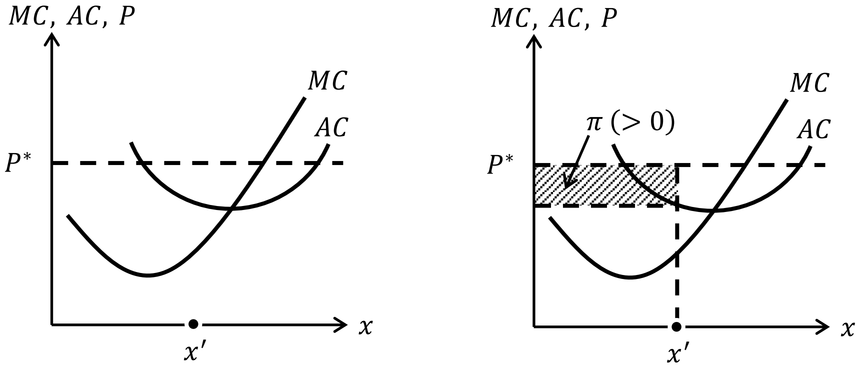
1.　左下図において，価格が P^* のとき，利潤が最大となる生産量 x^* を書き入れ，その生産量における利潤 π に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。

（解答）



2.　左下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における利潤 π に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。

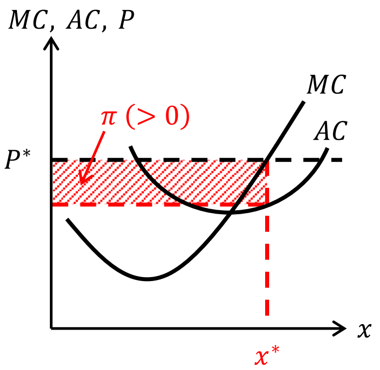
（解答）



＊ 2.では利潤最大化をしていないが，利潤は $\pi > 0$（黒字）であることに注意。

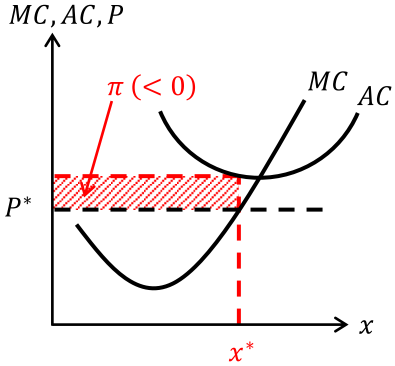
【問題】

1. 下図において，価格が P^* のとき，利潤が最大となる生産量 x^* を書き入れ，その生産量における利潤 π に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。

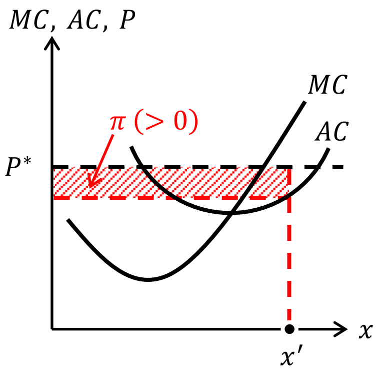


＊ 例題の 1.と同じである。

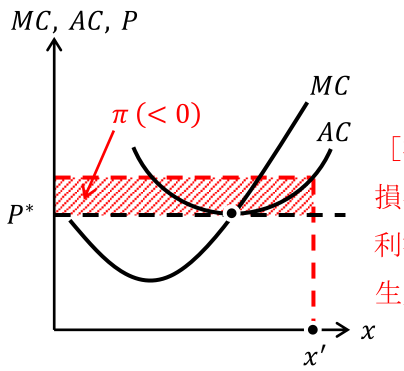
2. 下図において，価格が P^* のとき，利潤が最大となる生産量 x^* を書き入れ，その生産量における利潤 π に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



3. 下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における利潤 π に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。

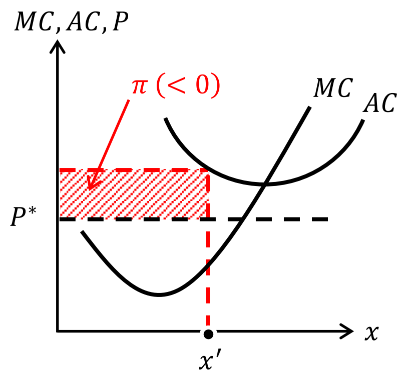


4. 下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における利潤 π に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



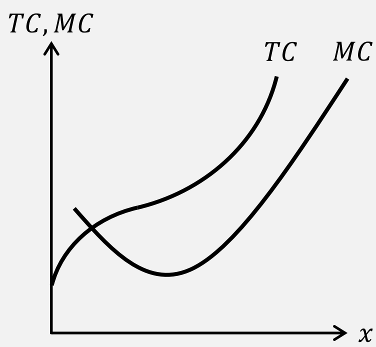
［補足］
損益分岐点における生産量であれば利潤が最大となり $\pi = 0$ となったが，生産量を x' としたことで赤字となった。

5. 下図において，価格が P^* のとき，生産量 x' を選択するとする。この生産量における利潤 π に相当する箇所がわかるように斜線部で示しなさい。



＜補足９＞ 単位「円」は「円」でも…

次の図は正しいだろうか？



この図は正しくない。そもそも限界費用曲線は総費用曲線から得られるので，このように両者を同じグラフに書くのは間違っている。ただ，次のように反論されたらどうだろうか？

「総費用も限界費用も単位が「円」なのだから，同じ縦軸に並べてもいいはずだ！」

いかにも合っていそうな主張だが，やはり間違っている。限界費用の単位（や平均費用の単位や価格の単位）は正確には「円/個」なのである。この単位の意味は「1 個あたりの金額（円）」である。確かに，限界費用は 1 つ分の増産コストであったので納得いくだろう。

5. 利潤最大化の計算問題

前節までは，利潤最大化問題をグラフで考えてきたが，ここでは，主に利潤最大化問題の計算問題について扱っていくこととする。

第 2 節で，「企業は $P = MC$ となるように生産量 x^* を決める」ということを学んだが，次の例題を見てみよう。

【例題】限界費用関数を $MC = x + 1$ とし，価格を $P = 3$ とするとき，この企業の利潤が最大となる生産量 x^* を求めなさい。

（解答）

利潤最大化条件 $P = MC$ より，

$$P = MC$$

$$3 = x + 1$$

よって，$x^* = 2$ となる。

$x^* =$ 2

この例題を見てわかるように，利潤最大化条件 $P = MC$ を使って求まるのは，利潤を最大とする生産量 x^* なのである。まさに，

「企業は $P = MC$ となるように生産量 x^* を決める」

という文章通りではないだろうか。

【問題】次の利潤最大化問題を解きなさい。

1. 限界費用関数が $MC = x + 3$ であり，価格が $P = 5$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* を求めなさい。

$P = MC$ より，

$5 = x + 3 \rightarrow -x = -2 \rightarrow x^* = 2$

$x^* =$ 2

2. 限界費用関数が $MC = 2x + 4$ であり，価格が $P = 8$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* を求めなさい。

$P = MC$ より，

$8 = 2x + 4 \rightarrow -2x = -4 \rightarrow x^* = 2$

$x^* =$ 2

3. 限界費用関数が $MC = 10x + 20$ であり，価格が $P = 50$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* を求めなさい。

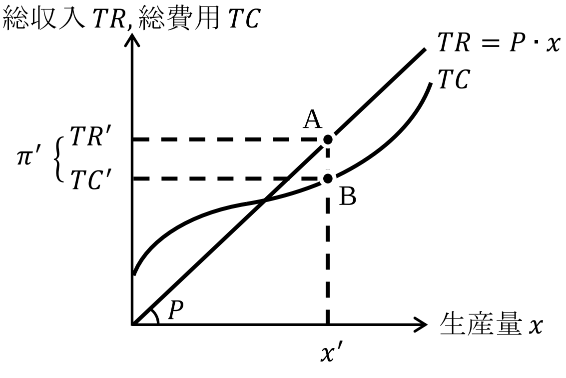
$P = MC$ より，

$50 = 10x + 20 \rightarrow -10x = -30 \rightarrow x^* = 3$

$x^* =$ 3

ここからは，これまでとは違ったグラフを使って利潤最大化について考えていく。

下図は生産量を x' としたときの状況を表している。



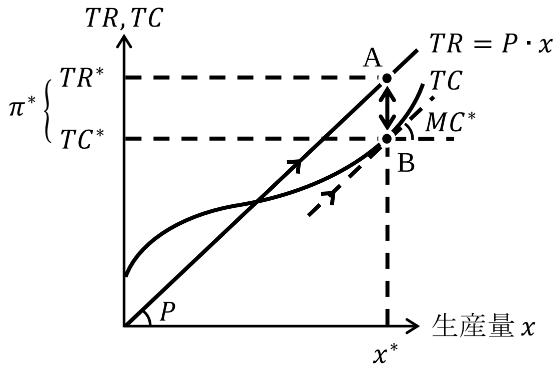
この図から，点 A の高さが生産量 x' における総収入 TR'，点 B の高さが生産量 x' における総費用 TC' であることがわかる。そのため，生産量 x' における利潤は

$$\pi' = TR' - TC'$$

であるので，点 A と点 B の高さの差が利潤 π' であることがわかる。

このことから，利潤を最大化するには点 A と点 B の高さの差が最も大きくなるように生産量 x を選べばよいことがわかる。

ではどうやって，利潤が最大となる生産量 x^* を選べばよいのかというと，下図を見てほしい。



この図では，点 A と点 B の高さの差（両矢印の長さ）である利潤が π^* で最大化されている。なぜなら，点 B における接線と TR 曲線が平行になっているからである。平行であれば，点 A と点 B が最も離れているといえるのである。

さらに，点 B における接線と TR 曲線が平行であるということは，点 B における接線の傾き（限界費用 MC^* ）と TR 曲線の傾き（価格 P ）が等しいということであり，これは利潤最大化条件である $P = MC$ が成立していることを意味している。

このような図を用いても，「企業が $P = MC$ となるように生産量 x^* を決めれば利潤が最大になっている」ということを確認することができるのである。

【例題】総費用関数を$TC = x^2 + 2x + 4$とし，価格を$P = 10$とするとき，この企業の利潤が最大となる生産量x^*とその生産量における利潤π^*を求めなさい。

（解答）$P = MC$を使った解法

総費用関数$TC = x^2 + 2x + 4$より，限界費用関数は$MC = 2x + 2$であるので，

利潤最大化条件$P = MC$より，

$$P = MC$$

$$10 = 2x + 2 \ \rightarrow\ -2x = -8 \ \rightarrow\ x^* = 4$$

また，$x^* = 4$のときの利潤は，

$$\pi = TR - TC = P \cdot x - (x^2 + 2x + 4) = 10x - x^2 - 2x - 4 = -x^2 + 8x - 4$$

より，

$$\pi^* = -4^2 + 8 \cdot 4 - 4 = -16 + 32 - 4 = 12$$

$x^* =$ 4 ,$\pi^* =$ 12

（別解）$M\pi = 0$を使った解法

利潤の式は次のように書ける。

$$\pi = TR - TC = P \cdot x - (x^2 + 2x + 4) = 10x - x^2 - 2x - 4 = -x^2 + 8x - 4$$

これより，**限界利潤**$M\pi$（さらに1つ生産することで増える利潤）をゼロと置いて，

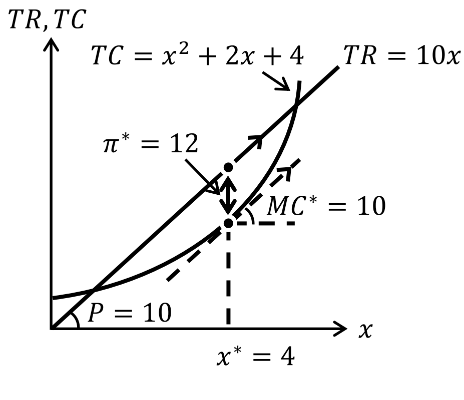
$$\boxed{M\pi = \frac{d\pi}{dx}} = -2x + 8 = 0 \quad \rightarrow \quad x^* = 4$$

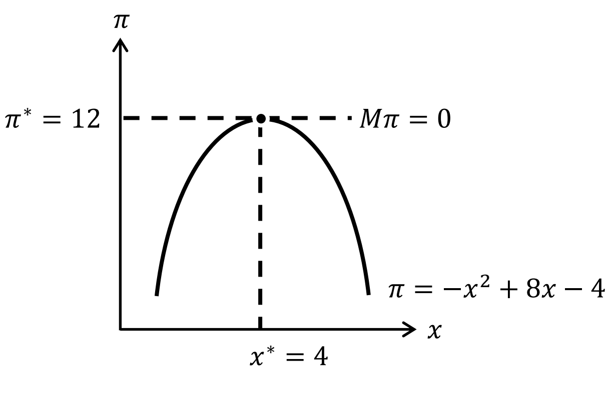
また，$x^* = 4$のときの利潤は，

$$\pi^* = -4^2 + 8 \cdot 4 - 4 = -16 + 32 - 4 = 12$$

$x^* =$ 4 ,$\pi^* =$ 12

この例題から次の2図が書ける。





（別解）「$M\pi = 0$を使った解法」では「微分してゼロ」を使っている。右上図のように，利潤の式が上に凸の放物線となるので，「微分してゼロ」で接線の傾きがゼロになる頂点の生産量xを求めることができるのである。（ここがわからない人は第0講「9. 微分」を参照）

また，$P = MC$と$M\pi = 0$の関係については＜補足１０＞で解説する。

【問題】

(1)　次の利潤最大化問題を解きなさい。

1.　総費用関数が $TC = x^2 + 10$ であり，価格が $P = 20$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* を求めなさい。

$TC = x^2 + 10 \ \rightarrow\ MC = 2x$ であるので，

$P = MC$ より，$20 = 2x \ \rightarrow\ x^* = 10$

（別解）$\pi = 20x - (x^2 + 10) = -x^2 + 20x - 10 \ \rightarrow\ M\pi = -2x + 20 = 0 \ \rightarrow\ x^* = 10$

$x^* =$ 10

2.　総費用関数が $TC = 2x^2 + 3x + 1$ であり，価格が $P = 15$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* を求めなさい。

$TC = 2x^2 + 3x + 1 \ \rightarrow\ MC = 4x + 3$ であるので，

$P = MC$ より，$15 = 4x + 3 \ \rightarrow\ -4x = -12 \ \rightarrow\ x^* = 3$

（別解）$\pi = 15x - (2x^2 + 3x + 1) = -2x^2 + 12x - 1 \ \rightarrow\ M\pi = -4x + 12 = 0 \ \rightarrow\ x^* = 3$

$x^* =$ 3

3.　平均費用関数が $AC = x + 2$ であり，価格が $P = 10$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* を求めなさい。（ヒント）$TC = AC \cdot x$ を使うこと

$TC = AC \cdot x = (x + 2) \cdot x = \boxed{x^2 + 2x} \ \rightarrow\ MC = 2x + 2$ であり，

$P = MC$ より，$10 = 2x + 2 \ \rightarrow\ -2x = -8 \ \rightarrow\ x^* = 4$

（別解）$\pi = 10x - (\boxed{x^2 + 2x}) = -x^2 + 8x \ \rightarrow\ M\pi = -2x + 8 = 0 \ \rightarrow\ x^* = 4$

$x^* =$ 4

4.　平均費用関数が $AC = 6x + 2 + \dfrac{4}{x}$ であり，価格が $P = 14$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* をなさい。

$TC = AC \cdot x = \left(6x + 2 + \dfrac{4}{x}\right) \cdot x = \boxed{6x^2 + 2x + 4} \ \rightarrow\ MC = 12x + 2$ であり，

$P = MC$ より，$14 = 12x + 2 \ \rightarrow\ -12x = -12 \ \rightarrow\ x^* = 1$

（別解）$\pi = 14x - (\boxed{6x^2 + 2x + 4}) = -6x^2 + 12x - 4 \ \rightarrow\ M\pi = -12x + 12 = 0 \ \rightarrow\ x^* = 1$

$x^* =$ 1

(2)　次の利潤最大化問題を解きなさい。

1.　総費用曲線が $TC = x^2$ であり，価格が $P = 8$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* とその生産量における利潤 π^* を求めなさい。

$P = MC$ より，$8 = 2x \ \rightarrow\ x^* = 4$

これを $\pi = TR - TC = P \cdot x - TC = 8x - x^2$

に代入すると，$\pi^* = 8 \cdot 4 - 4^2 = 32 - 16 = 16$

（別解）$\pi = 8x - x^2 \ \rightarrow\ M\pi = 8 - 2x = 0 \ \rightarrow\ x^* = 4$

これを $\pi = 8x - x^2$ に代入して，$\pi^* = 16$ を得る。

$x^* =$ 4 ，$\pi^* =$ 16

2. 総費用関数が $TC = 5x^2 + 10x + 2$ であり，価格が $P = 30$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* とその生産量における利潤 π^* を求めなさい。

$P = MC$ より，$30 = 10x + 10 \ \rightarrow \ -10x = -20 \ \rightarrow \ x^* = 2$

これを $\pi = TR - TC = P \cdot x - TC = 30x - (5x^2 + 10x + 2) = -5x^2 + 20x - 2$

に代入すると，$\pi^* = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 - 2 = -20 + 40 - 2 = 18$

（別解）$\pi = -5x^2 + 20x - 2 \ \rightarrow \ M\pi = -10x + 20 = 0 \ \rightarrow \ x^* = 2$

これを $\pi = -5x^2 + 20x - 2$ に代入して，$\pi^* = 18$ を得る。

$x^* =$ 2 , $\pi^* =$ 18

3. 平均費用関数が $AC = 2x + 4$ であり，価格が $P = 12$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* とその生産量における利潤 π^* を求めよ。

$TC = AC \cdot x = (2x + 4) \cdot x = 2x^2 + 4x \ \rightarrow \ MC = 4x + 4$

$P = MC$ より，$12 = 4x + 4 \ \rightarrow \ -4x = -8 \ \rightarrow \ x^* = 2$

これを $\pi = TR - TC = P \cdot x - TC = 12x - (2x^2 + 4x) = -2x^2 + 8x$

に代入すると，$\pi^* = -2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 = -8 + 16 = 8$

（別解）$\pi = -2x^2 + 8x \ \rightarrow \ M\pi = -4x + 8 = 0 \ \rightarrow \ x^* = 2$

これを $\pi = -2x^2 + 8x$ に代入して，$\pi^* = 8$ を得る。

$x^* =$ 2 , $\pi^* =$ 8

4. 平均費用関数が $AC = x + 2 + \frac{4}{x}$ であり，価格が $P = 10$ であるとき，利潤が最大となる生産量 x^* とその生産量における利潤 π^* を求めなさい。　【例題】と（ほぼ）同じ問題

$TC = AC \cdot x = \left(x + 2 + \frac{4}{x}\right) \cdot x = x^2 + 2x + 4 \ \rightarrow \ MC = 2x + 2$

$P = MC$ より，$10 = 2x + 2 \ \rightarrow \ -2x = -8 \ \rightarrow \ x^* = 4$

これを $\pi = TR - TC = P \cdot x - TC = 10x - (x^2 + 2x + 4) = -x^2 + 8x - 4$

に代入すると，$\pi^* = -4^2 + 8 \cdot 4 - 4 = -16 + 32 - 4 = 12$

（別解）$\pi = -x^2 + 8x - 4 \ \rightarrow \ M\pi = -2x + 8 = 0 \ \rightarrow \ x^* = 4$

これを $\pi = -x^2 + 8x - 4$ に代入して，$\pi^* = 12$ を得る。

$x^* =$ 4 , $\pi^* =$ 12

＜補足１０＞ $P = MC$ と $M\pi = 0$ の関係

結論から言うと，$P = MC$ と $M\pi = 0$ は同じである。ではなぜ同じであるのか示そう。

$$\pi = TR - TC = P \cdot x - TC \quad \rightarrow \quad \boxed{M\pi} = P - MC \boxed{= 0} \quad \rightarrow \quad \boxed{P = MC}$$

これで $P = MC$ と $M\pi = 0$ が同じであると示すことができた。そのため，$P = MC$ を利潤最大化条件と呼ぶように，$M\pi = 0$ も利潤最大化条件と呼んでもいいのである。

ところで正確には，$P = MC$ は「完全競争市場における」利潤最大化条件である。それに対し，「より一般的な」利潤最大化条件は $MR = MC$ である（MR は**＜補足２＞**で説明した限界収入である。$MR = MC$ はこの授業の範囲外としているため説明は別の機会に譲りたい）。

また，第 5 講の**＜補足８＞**に関連するが，$P = MC$，$M\pi = 0$，$MR = MC$ はどれも**一階の条件（FOC）**と表記することがある。

＜補足１１＞ 損益分岐点を求める計算問題

ここでは，少し難易度の高い問題を 1 問紹介しておく。公務員試験だとこれくらいが標準レベルの問題ということになる。

【例題】総費用関数が $TC = x^2 + 4$ であるとき，限界費用曲線と平均費用曲線をグラフに書き，損益分岐点における価格 P_0 を求めなさい。

（解答）

総費用関数が $TC = x^2 + 4$ であるので，限界費用曲線の式は

$$MC = 2x$$

となり，平均費用曲線の式は

$$AC = \frac{TC}{x} = \frac{x^2 + 4}{x} = x + \frac{4}{x}$$

となる。

損益分岐点は，限界費用曲線と平均費用曲線との交点であるので，限界費用曲線の式と平均費用曲線の式の連立方程式を解けばよい。

$$\begin{cases} MC = 2x \\ AC = x + \dfrac{4}{x} \end{cases}$$

右辺どうしをくっつけると，

$$2x = x + \frac{4}{x} \ \rightarrow \ x = \frac{4}{x} \ \rightarrow \ x^2 = 4 \ \rightarrow \ x = \pm 2$$

となる。生産量は $x > 0$ であるので，損益分岐点における生産量が $x_0 = 2$ と求めることができた。（損益分岐点における生産量を x_0 と表記している）

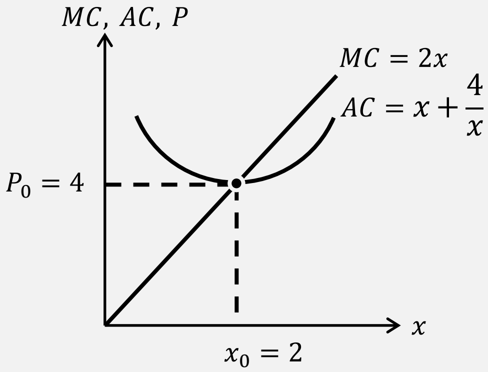
次に，$x_0 = 2$ を限界費用曲線（もしくは，平均費用曲線）に代入すると，

$$MC = 2 \cdot 2 = 4 \quad \left(AC = 2 + \frac{4}{2} = 2 + 2 = 4 \right)$$

となり，これが求めたい $P_0 = 4$ である。

$P_0 =$ 　4

図示すると，次のようになる。



＜補足１２＞ 生産関数

この授業は経済学の入門的な内容に絞るため，ミクロ経済学で有名な「生産関数」には触れていない。ここでは，生産関数について簡単に説明しておくこととする。

生産要素を労働 L と資本 K としたとき，**生産関数**を

$$x = L \cdot K \qquad (x：\text{生産量}，L：\text{労働量}，K：\text{資本量})$$

とする。例えば，労働を $L = 3$ 人だけ雇い，資本（機械）を $K = 2$ 台だけ使ったとするならば，生産量は $x = 3 \cdot 2 = 6$ 個と計算することができる。これを見て効用関数と考え方が似ていると思った人もいるかもしれない。実は，このような消費者理論と生産者理論の対応関係が「**双対性**」という上級論点に繋がっていくのである。

＜補足１３＞ 生産要素を含む利潤最大化【やや難】

この授業では，**＜補足１２＞**で取り上げた生産関数が登場していないため，利潤最大化を考える上で，労働 L と資本 K といった生産要素が登場してこなかった。

しかし，ミクロ経済学のレベルが少し上がれば，労働 L と資本 K といった生産要素を含む利潤最大化問題が登場するので，ここで簡単に紹介しておこう。

第 6 講の問題集 p.4 と第 6 講の**＜補足４＞**から，可変費用 VC は「労働 L に対する費用」であり，固定費用 FC は「資本 K に対する費用」ということであった。ここで，労働の価格を**賃金率** $w = 10$（wage；一人雇うのにかかる費用。労働 L の単位が労働時間であれば，時給をイメージするとよい），資本の価格を**利子率** $r = 20$（interest rate；詳細は第 12 講**＜補足１＞**や第 13 講**＜補足９＞**を参照）とすると，総費用 TC は，

$$\begin{aligned} TC &= \underbrace{\underbrace{\text{労働の価格}}_{w} \times \underbrace{\text{労働量}}_{L}}_{\text{可変費用 } VC} + \underbrace{\underbrace{\text{資本の価格}}_{r} \times \underbrace{\text{資本量}}_{K}}_{\text{固定費用 } FC} \\ &= wL + rK \\ &= 10L + 20K \end{aligned}$$

と表すことができる。

ここで，企業はプライステイカーであるので，企業が生産する財の価格 P は 5 とする。（ちなみに，労働の**価格**や資本の**価格**が 10 や 20 と決まっていたことも，企業がプライステイカーだからである。労働者の賃金（労働の価格）は，労働市場で決まると考えているので，「企業は労働者の給料を決めることが出来ない」と考えるのである）

また，生産関数を**＜補足１２＞**のように，$x = L \cdot K$ とすれば，利潤 π の式は，

$$\begin{aligned} \pi &= TR - TC \\ &= P \cdot \boxed{x} - (wL + rK) \\ &= P \cdot \boxed{L \cdot K} - (wL + rK) \\ &= 5LK - (10L + 20K) \\ &= 5LK - 10L - 20K \end{aligned}$$

と書くことができる。

ここで，利潤πを最大にするために，雇わなければならない労働者数（つまり，労働量L）と使用する機械の台数（つまり，資本量K）を求めたいとする。（これこそ，「生産要素を含む」利潤最大化である！）

どうすれば良いのかというと，利潤πの式を，労働Lと資本Kのそれぞれで「偏微分してゼロ」とするのである。実際にやってみると，$\pi = 5LK - 10L - 20K$より，

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = 5K - 10 = 0 \ \rightarrow\ 5K = 10 \ \rightarrow\ K^* = \underline{\ 2\ }$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = 5L - 20 = 0 \ \rightarrow\ 5L = 20 \ \rightarrow\ L^* = \underline{\ 4\ }$$

したがって，企業の利潤を最大とするために雇わなければならない労働者数は$L^* = 4$人であり，使用する機械の台数は$K^* = 2$台ということになり，生産要素を含む利潤最大化問題が解けたことになるのである。

＜補足１４＞ 資本のレンタル価格【やや難】

直前の＜補足１３＞で資本の価格を利子率rと書いたが，この内容に関しては，経済学の勉強が進むにつれて，（過去の私を含め）混乱する人が続出するので説明を加えておきたいと思う。

資本の価格は，利子率rと書かれることもあるが，**資本のレンタル価格**rと書かれたり，**資本のレンタルコスト**rと書かれたりすることもある。初学者であったら「ふ～ん…」と読み飛ばすかもしれないが，実は，利子率rはマクロ経済学でも頻繁に登場してきて，皆さんの中にもそのうち，利子率rと資本Kの関係って一体何だ！？どうして，資本の価格が利子率rなのか？そして，資本のレンタル価格って…？と疑問が次々に出てくるのではないだろうか。この疑問は考えれば考えるほど，経済学の非常に本質的な内容に近づくことになるので，ここでは深入りは避けながら，ある程度説得的な説明を与えておこう。

結論から言うと，経済学では，

「企業は，資本家から資本Kをレンタルして，生産活動をおこなう」

と考えているのである。

これは，企業は資本（機械設備）を購入するのではなく，レンタルする（借りる）と考えているということである。そのため，資本の価格は，資本の購入費用ではなくて，レンタル費用（レンタルコスト，レンタル価格）と言うのである。これで，資本の価格を「資本のレンタル価格r」と言うことがわかったのではないだろうか。

次に，資本の価格を「利子率r」と言う理由についてである。企業は資本（機械設備）を得る際に，そのお金を銀行から借りることが通常である。このように考えれば，「資本のレンタル価格」は，銀行の金利，つまり「利子率r」と言い換えることができるのである。さらに，銀行にお金を貸している（お金を預けている）人を「家計」であるとすれば，「資本家」の正体は「家計」になるのである。そのため，（より進んだレベルの）経済学では，企業が資本に対して支払うお金は，すべて家計のものになると設定することが多いのである。

はじめよう経済学　－解答編－
第 8 講　GDP

今回からマクロ経済学の内容に入ります。経済学部の大学生であれば必ず学ぶことになる IS－LM 分析を理解することを目標として進んでいくことにしましょう。

マクロ経済学は知識の積み重ねが特に大事な分野になります。第 14 講で IS－LM 分析を本格的に学ぶことになりますが，IS－LM 分析は第 8〜13 講の内容がベースになっていますので，途中の授業でつまづいてしまったら IS－LM 分析の理屈がよく分からなくなってしまうのです。

ところで，入門的なマクロ経済学ではあまり難解な数学は登場しません。基礎的なマクロ経済学の計算問題のほとんどは連立方程式を解く作業ばかりです。しかし，マクロ経済学はその連立方程式の裏にある「式の意味」や「連立方程式を解くことの意味」を理解することが大切になるのです。「計算は簡単だし，解けたからいいや！」とならないように，マクロ経済学の内容や本質を理解することに力を入れて欲しいと思います。

第 8 講の内容は，国内総生産（略して GDP）ついて学んでいきます。「はじめよう経済学」のマクロ経済学分野の目標である IS－LM 分析も，結局は「GDP がどう決まるのか？」といった内容になるので，そもそも GDP とは何なのかということを今回で学んでおきましょう。今回の内容は一般常識としても大切ですのでよく理解しておくと，ニュースを見る際にも役立つことでしょう。

＜第 8 講のノーテーション＞　notation：記号による表記法
今回は変数が登場しません。

目次

＜補足一覧＞

1．GDP とは

国内総生産（**GDP** ; Gross Domestic Product）は「その国の経済の規模」を表していて，「GDP の数値が大きくなれば，その国は経済成長している」などといった感覚をもっている人が多いだろう。大雑把にはその理解で構わないが，GDP はマクロ経済学の分析の中心になるのでより詳しく学んでいくことにしよう。

まず，各国で GDP の計算方法が異なっては困るため，計算のルールが国際連合などで決められている。その計算ルールを**国民経済計算**（SNA；System of National Accounts；エス・エヌ・エー），通称は **GDP 統計**という。この計算ルールは 1953 年に初めて発表された（1953 年に国連で採択された）が，その計算ルールを 53SNA という。以降，68SNA（1968 年），93SNA（1993 年）と改訂され，現在では **2008SNA** を用いて世界各国が GDP の計算をしている。

＜補足１＞ SNA

SNA（GDP 統計）は GDP の計算ルールを定めていると説明したが，SNA の役割は GDP の計算ルールを示しているだけにとどまらない。SNA は，国内でのお金の流れを秩序立って示したり，国内にある建物，土地，地下資源などの実物資産，また，その国が保有する他国の国債や株などの金融資産の金額を記録するルールも定めている。そのため，SNA はマクロ経済統計の頂点に立つシステムとなっている。ところで，SNA の重要性を確認するにはインターネットで「日本経済の循環　内閣府」などと検索してみるとよい。SNA に基づいて計算された日本におけるお金の流れがチャート図で見ることができ，日本のある年におけるお金の流れや保有する資産額を確認することができる。

（１）GDP と GNP の違い

授業でも GDP と GNP の違いを解説したが，より正確な表現も踏まえ改めて違いを確認しておこう。

国内総生産（GDP；Gross Domestic Product）は，

一定期間内に**国内**で生産された付加価値の総額：GDP

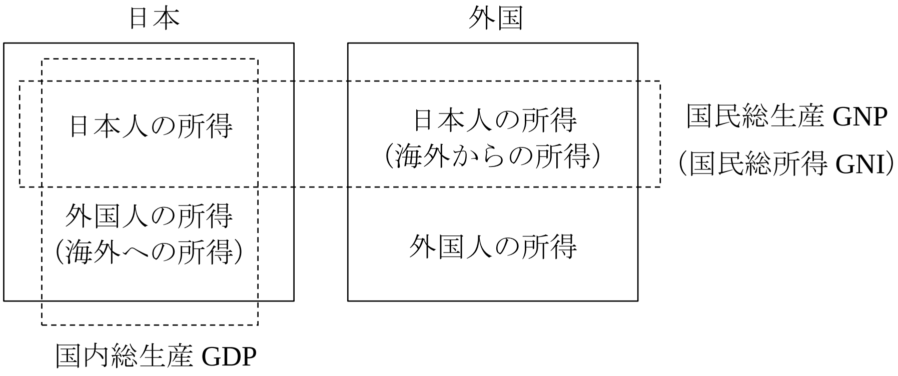
のことであり，**国民総生産**（GNP；Gross National Product）は，

一定期間内に**国民**が生産した付加価値の総額　：GNP

＊ GNP のより正確な説明は＜補足３＞へ

のことである。また，**付加価値**とは「生産によって新たに加えられた価値」のことである。

GDP と GNP の違いは次の図の通りである。



国内総生産 GDP は，日本「国内」に居住する日本人と外国人の所得（波線部は，正確には**要素所得**といい，労働による所得だけでなく，株からの配当や利子収入，地代なども含まれる。この配当や利子収入，地代の受け取りを**インカムゲイン**（財産所得）という）の総額であり，国民総生産 GNP は，日本と外国に居住する日本人の所得の総額である。

上図より，次の式が成立することがわかるであろう。

$$\mathrm{GNP} = \mathrm{GDP} + \underbrace{\text{海外からの要素所得} - \text{海外への要素所得}}_{\text{海外からの純要素所得}}$$

ところで，日本では 2000 年に GNP は**国民総所得**（GNI；Gross National Income）へと名称が変更されている（**＜補足３＞**へ）。しかし，経済学の教科書や資格試験ではいまだに昔から馴染みのある GNP が登場することがある。

＜補足２＞ 国内と国民

日本の国内総生産 GDP といったときに，「国内」での生産活動を対象とすることになるのだが，「国内」とは一体どこまでを指すのだろうか。もちろん，日本の領土内と考えてもらえればいいわけであるが，日本国内にある外国の公館（アメリカ大使館・領事館など），国際機関の公館（国際連合大学（学生はいない），OECD 東京センターなどの駐日国際機関），外国の軍隊（在日米軍基地）は「（日本）国内」の概念から除かれ，逆に，海外にある日本の公館や軍隊は「（日本）国内」の概念に含まれることになる。

では，日本の国民総生産 GNP といったときに，「国民」とは日本の国籍を持った人と考えていいのだろうか。実はこの考え方は間違っていて，「日本の居住者」であれば「国民」として含まれることになる。ちなみに，居住者といったときに「個人」だけを指すものではなく「企業（法人）」も指すことに注意が必要である。そして，居住者である個人とは，日本に 6 か月以上の居住している個人を指し，国籍は問わないのである（SNA のルールでは 1 年以上と定めているが，日本 SNA（JSNA；日本独自の SNA のこと）では 6 か月以上としている。このように計算方法の細かい部分については各国に裁量が与えられている）。

（現在では引退していますが）「海外で活躍するイチローの所得は，日本の GDP には含まれず，日本の GNP には含まれる」という記述を経済の教科書で見かけることがあるがこの記述は間違っており，イチローの所得は日本の GDP にも GNP にも含まれず，アメリカの GDP，GNP に含まれているのである。

＜補足３＞ GNP から GNI への変更

なぜ，国民総生産 GNP から国民総所得 GNI へと名称が変更になったかというと，GNP は国民総「生産」といいながら，GNP は生産額を表していないことが知られていたからである（要は「もともと GNP という名前をつけるべきではなかった」ということ）。

前ページで図を用いながら説明したように，GNP は本来は「所得」の概念で説明されるものなのである。そのため，多くの教科書や資格試験対策本で書かれている，GNP とは「一定期間内に国民が生産した付加価値の総額」であるという説明は本当は正しくなく，GNP とは「一定期間内に国民が受け取った所得の総額」と書くべきなのである。

また，日本は 2000 年に GNP から GNI へ名称を変更したと説明したが，国際的には 68SNA から 93SNA へ変更される際に GNP から GNI へ変更されている。では，なぜ日本では 1993 年ではなく 2000 年に変更されたかと言うと，93SNA が国連で採択されたのは 1993 年であるが，日本が 93SNA に基づいて GDP などを計算するようになったのが 2000 年ということになるからである。ちなみに，現在，日本は 2008SNA に基づいて GDP などを計算しているが，2008SNA に日本が対応したのは 2016 年である。ちなみに，2008SNA にアメリカが対応したのは 2013 年であったりと国によって新しい SNA を取り入れる時期は違うのである。

（２）様々な国民所得

授業でも，GDP や GNP は**国民所得**と呼ばれると紹介したが，国民所得は全部で 6 種類ある。（6 種類を丸暗記することより，なぜ 6 種類に分かれているのか理解することが大切！）

	国内（Domestic）	国民（National）
総生産（Gross, Product）	GDP	GNP
純生産（Net, Product）	NDP	NNP
所得（Income）	DI	NI

−固定資本減耗

$-\underbrace{(\text{間接税}-\text{補助金})}_{\text{純間接税}}$

＋海外からの要素所得 − 海外への要素所得

＊ 表の見方は，GDP であれば（表頭の）「国内」（表側の）「総生産」である。

上図の 6 つ（GDP，GNP，NDP，NNP，DI，NI）は**（広義の）国民所得**である。「広義の」と付いている理由は，NI も国民所得という名称であるからである。

上段から中段へは，

$$\text{NDP} = \text{GDP} - \text{固定資本減耗}$$

$$\text{NNP} = \text{GNP} - \text{固定資本減耗}$$

であることを表している。それではこれらの式の意味を説明していこう。

生産には固定資本（機械など）の価値の減少（つまり，機械の劣化）がつきものであるが，GDP や GNP は新たに増える価値（付加価値）しか考慮されていない。そのため，固定資本の価値の減少分（**固定資本減耗**；簿記・会計の用語では「減価償却」と言う）を，GDP や

GNP から差し引く場合がある。GDP から固定資本減耗を差し引くと，国内**純**生産（NDP；“Net” Domestic Product）となり，GNP から固定資本減耗を差し引くと，国民**純**生産（NNP；“Net” National Product）となる。ちなみに，固定資本減耗は GDP の約 20%を占めており，決して無視していい金額ではない（第 9 講の**＜補足１＞**へ）。

中段から下段へは，

$$\mathrm{DI} = \mathrm{NDP} - (\text{間接税} - \text{補助金})$$

$$\mathrm{NI} = \mathrm{NNP} - (\text{間接税} - \text{補助金})$$

であることを表している。これらの式の意味を説明しよう。

GDP は大雑把にいうと「最終財の売上高の合計」であった（第 9 講で学ぶが GDP は売れ残った分を含んでいるので，正確には「最終財の生産額の合計」)。そのため，売上高である GDP には消費税（間接税の代表例！）など間接税が含まれていることとなる。したがって，新たに増える価値（付加価値）をより正確に求めるためには，消費税などを含んでしまっている GDP，GNP，NDP，NNP から間接税の分を差し引く必要がある。また，一部の財（例えば，農作物）には，政府から補助金が出ているケースがある。そのような財は，補助金分だけ安く販売され，売上高が補助金分だけ減少している。そのため，最終財の売上高である GDP には, 政府からの補助金を加えることによって, 本来の売上高を求めることができる。

したがって，GDP から固定資本減耗を引き（この時点で NDP が得られる)，間接税を引き，補助金を足すことで，国内に居住する人々（企業も含む）が得る所得である国内所得（DI；Domestic Income）を得ることができる。また，GNP から固定資本減耗を引き（この時点で NNP が得られる)，間接税を引き，補助金を足すことで，日本人全体（企業も含む）が得る所得である**（狭義の）国民所得**（NI；National Income）を得ることができる。

［まとめ］国民所得の略語

国内総生産 GDP	Gross Domestic Product	国内純生産 NDP	Net Domestic Product
国民総生産 GNP	Gross National Product	国民純生産 NNP	Net National Product
国民総所得 GNI	Gross National Income	国内所得 DI	Domestic Income
		国民所得 NI	National Income

＜補足４＞ 間接税と直接税

間接税（例：消費税，酒税，たばこ税）とは，「納税者と担税者が一致しない税」であり，**直接税**（例：所得税，法人税）とは，「納税者と担税者が一致する税」である。ところで，納税者とは，税を税務署に納める者であり，担税者とは，税を実際に負担する者である。

例えば消費税であれば，実際に税を負担するのは私たち（担税者）であるが，税を税務署に納めるのはお店（納税者）である。そのため，消費税は「納税者≠担税者」であり，間接税になる。ちなみに, 所得税などの直接税は, 国民や企業から政府へのお金の移動にすぎず, 最終財の売上高の総額（GDP）に直接的に影響しないので，GDP には含めない。

（93SNA から，間接税は「生産・輸入品に課される税」，直接税は「所得・富等に課される経常税」へと SNA 上の名称が変更されている）

（３）GDP の金額に含まれているか含まれていないか

GDP の金額に含まれているかどうかを判断するには，次の 3 つの原則を満たすと考えればわかりやすい。GDP に含まれないもの（×）を中心に覚えていくとよい。

＊ 以下，〇：GDP に含まれる，×：GDP に含まれない

（原則１）市場で取引されている

× 主婦（主夫）の家事労働
× 家庭菜園で作った農作物
× ボランティア活動
× 自然環境
× 余暇時間（仕事をしていない時間のこと）
× 日曜大工（DIY；Do It Yourself）

〇 家政婦による家事・育児サービス
〇 帰属計算：**＜補足６・７＞**を参照
〇 公共サービス：**＜補足８＞**を参照

例えば，主婦の家事労働では，家事・洗濯などをする際に家族の人々に対して，（金額換算することは難しいが）価値を生み出している（付加価値が生じる）ことになる。しかし，家事労働は市場で取引されておらず，価格がついていないために評価が難しく，家族の人々が感じた価値を GDP に含めることができないのである。

また，ある地域の空気がきれいになったときに，その地域の人々はそのことに対して何らかの価値を感じるが，これもやはり価値の評価が難しいこともあり GDP に含めない。

他にも，ボランティア活動によって誰かに対して付加価値が生んだり，余暇時間が増えることで心にゆとりができて付加価値が生まれたとしても，その付加価値は GDP に含めない。

（原則２）生産されている

× 中古品の取引
× 土地の取引
× 株・債券など金融資産の取引
× **キャピタルゲイン**（土地や株などの値上がり益）
× **キャピタルロス**（土地や株などの値下がり損）

〇 中古品販売業者の手数料
〇 不動産業者の手数料
〇 証券会社の手数料

中古品については，新品として生産された時点で GDP に含められているので，中古品の販売額は GDP に含めない。しかし，中古品販売業者の手数料は GDP に含まれる。これは，中古品販売業者が仲介サービスという付加価値を生み出しているからである。

土地や株・債券は生産された財・サービスではないため，その取引額は GDP には含めない。しかし，不動産業者や証券会社は仲介サービスという付加価値を生み出しているので，仲介サービスによる手数料は GDP に含める。

また，ある人が株で儲けたり，土地を転売して儲けたりした場合，その儲けである**キャピタルゲインは GDP に含まれない**。これも財・サービスの生産が伴っていないからである。

ちなみに，株をもっていることで得られる配当はインカムゲインに相当するが，**インカムゲインは GDP に含まれる**（理由は**＜補足５＞**へ）。

＜補足５＞ 「お金を貸す」というサービス

今，あなたが銀行から 100 万円を借りて車を買い，一年後，銀行に 110 万円を返済したとする。このとき，10 万円が利子に相当しているわけであるが，この 10 万円は「銀行が今すぐに 100 万円を貸してくれた」ことに対する対価だと考えることができる。つまり，「銀行が今すぐに 100 万円を貸してくれる」というサービスに対する支払いが 10 万円であったと考えれば，この 10 万円は銀行による付加価値だと考えることができる（銀行が「今すぐ」にお金を貸してくれないと車は買えなかったので，「今すぐ」にお金を貸してくれることはサービスと考えてもよいだろう）。このような理由で，お金の貸し借りに伴う利子は GDP に含めるのである。（利子について大雑把に説明したが，利子を GDP に含めることについては FISIM（フィジム）という論点に関連している）

また，企業の株をもっていることで受け取れる配当も GDP に含まれる。これは利子と同じように考えることができて，企業の株を買うということを企業にお金を貸すことだと考えれば，配当が GDP に含まれることも納得いくだろう。

ちなみに，毎月支払うような地代も GDP に含まれる。これは地主が土地を貸してくれるというサービスに対する対価だからである。（土地の購入費は GDP に含まれないので注意！）

このような理由から，インカムゲイン（利子・配当・地代）は GDP に含まれるのである。

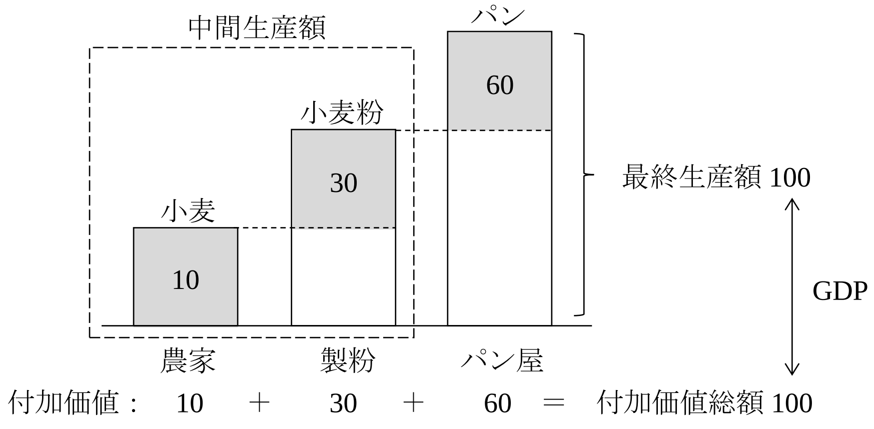
（この補足で書かれているサービスとは，第 1 講で登場した「財・サービス」のサービスである。「これ，サービス（無料）だよ！」のサービスではないので注意すること）

（原則３）最終財である

×　中間財（中間生産物）の取引	○　最終財（最終生産物）の取引
×　工場が支払う電気代	○　家庭が支払う電気代

工場が支払う電気代は GDP に含めない。これは，工場にとっての電力が中間財となっているからである（工場は電力を使って商品を生産するので，電力が原材料のような存在になっている）。それに対して，家庭にとっての電力は最終財である。

ところで，中間財の取引額を GDP に含めない理由は「**二重計算**を避けるため」であるが，この理由を，授業で用いた図を使って説明していくことにする。



前ページの図において，GDP は最終財（パン）の生産額である最終生産額（＝付加価値総額）である 100 になる。また，製粉業者の生産額は 40 であるが，この 40 はパン屋の生産額を示す棒グラフの（白抜き部分である）40 に相当している。そのため，製粉業者の生産額（中間生産額）である 40 を GDP に含めてしまうと，二重計算になってしまうのである。

＜補足６＞ 帰属計算①（自家消費）

GDP に含まれるためには，市場において取引される必要がある。しかし，ここでは，帰属計算といって，本当は市場では取引されていないが，市場で取引されたとみなして，GDP に含める場合がある。（帰属とは「属する」という意味があるが，GDP に属する（含まれる）とみなして計算するので，帰属計算と呼ばれる）

有名な帰属計算としては，①農家の自家消費，②持ち家の帰属家賃，がある。

まず，①農家の自家消費について見ていく。農家は作った農作物を自分自身で食べてしまうこともあるだろう。農家が自身で食べてしまった農作物を，もし市場で販売していれば農家は収入を得られていたはずであるが，この得られたはずである金額は GDP に加えることになっているのである。なぜ，このようなことをするのかと言うと，GDP は付加価値の総額であるので，農家が食べてしまったお米や野菜なども付加価値としてカウントすべきという考え方に基づいているのである。

＜補足７＞ 帰属計算②（持ち家家賃）

次に，②持ち家家賃について見ていく。これは，持ち家がある人（分譲マンションに住む人も含む）が，仮に，賃貸で同じ質の家（もしくは，マンション）に住んだ場合に，支払うはずである家賃を GDP に含めるということである。これだけ聞くと理解に苦しむと思うが，次の例を考えてみると納得いくのではないだろうか。

まったく同じ家である家 A と家 B があり，家 A は持ち家，家 B は賃貸であるとする。家 A と家 B はまったく同じ家であるので，どちらに住んでも同じだけの住宅サービスを受けることができるが，家 B に住む人は毎月家賃を大家さんに支払うことになる。この家賃は，住宅サービスという付加価値に対する対価であるので GDP に含めることになる。しかし，家 A は住んでいる人の持ち家であるので家賃が発生しない。家 A も家 B も毎月同じだけの住宅サービスを生み出しているにも関わらず，家 B のみからは家賃が発生し，それが毎月 GDP にカウントされていくこととなるのである（ちなみに，家 A も家 B も新築で販売された時点で，それらの金額は GDP に含まれているので，明らかに，家賃の有無は GDP の貢献に対して大きな差を生んでいることとなる）。

そこで，帰属計算として，持ち家である家 A に住む人が，ほぼ同質の賃貸の家に住んだ場合に発生する家賃を帰属家賃として，GDP に加えるのである。ちなみに，帰属家賃は GDP の約 10%を占めるほど大きな金額となっている。

帰属計算①と②の他に，「現物支給による給与」も帰属計算に含まれる。従業員に社宅を安く貸したり，食事や通勤定期券などを支給することを「現物給与」と呼ぶが，これらも金額換算して GDP に含めることになるのである。

＜補足８＞ 公共サービスと GDP

警察，消防，行政などの公共サービスには無料で利用できるものが多い。つまり，市場で取引されないので，これら公共サービスによる付加価値を金額換算することができない。そのため，公共サービスの提供にかかる費用（主に，公務員の給料）を GDP に算入することとしているのである。

＜補足９＞ フローとストック

フローとは，一定期間における変化量である。つまり，一定期間を区切ることで計算できる指標がフローである。例えば，月収は 1 か月という期間における収入であるので，フローの指標となる。同様に，GDP も 1 年間という期間における付加価値総額であるのでフローの指標である。また，**ストック**とは，ある時点における存在量である。例えば，預金口座に入っている預金残高はストックの概念である。GDP はストックの指標ではないことに注意が必要である。

ところで，以降の授業で登場する貯蓄 S はフローの指標であることに注意が必要である。貯蓄 S は年間の貯蓄額を指しているので，預金口座に入っている預金残高とは違うので注意をしてほしい。経済学におけるフローとストックの指標の代表例は次の通りである。

フローの例	GDP，消費，貯蓄，投資，労働時間
ストックの例	国富，貨幣供給量（マネーストック），債務残高，資本ストック，労働力人口

ここで，ストックの有名な例として「国富」を紹介しておく。**国富**とは，わかりやすくは日本の資産（土地，森林，株式，住宅・工場・耐久消費財など）の金額の合計と考えればよいが，より正確には，国全体の正味資産の時価評価であり，実物資産と対外純資産の合計として求められる。2017 年末における日本の国富は 3,383 兆円であるので，日本の国富は約 3,000 兆円と覚えておけばいいのではないだろうか。

＜補足１０＞ 一人当たり GDP

GDP を総人口で割った値が，**一人当たり GDP** である（名目と実質の区別もあり，名目であれば一人当たり名目 GDP）。GDP は国全体の経済の規模であるが，GDP は所得の総額でもあることから，総人口で割ることで一人当たりの所得になる。そのため，国民一人ひとりの豊かさを見るために，一人当たり GDP を用いて国際比較することが多い。2017 年度における日本の一人当たり名目 GDP は 432 万円であり，世界第 25 位である。

ちなみに，2017 年度の日本の名目 GDP は 547 兆円であり，世界第 3 位である（1 位：アメリカ，2 位：中国）。（p.13 にあるように，2017 年暦年では日本の名目 GDP は 545 兆円）

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 生産によって新たに加えられた価値を（　付加価値　）という。
2. 国内総生産の略語は（　GDP　）である。
3. GDP は一年間に国内で生み出された付加価値の総額であり,（　中間財　/〇最終財　）の総生産額である（　中間生産額　/〇最終生産額　）とも等しくなる。そのため，中間生産額と最終生産額を合わせた総生産額から（〇中間財　/　最終財　）の総生産額である（〇中間生産額　/　最終生産額　）を差し引くことでも GDP が得られる。
4. GDP の「G」，「D」，「P」はそれぞれ，以下の英単語の頭文字に由来する。
   G :（　Gross　），D :（　Domestic　），P :（　Product　）
5. （　国民総生産　）の略語である GNP の「G」，「N」，「P」はそれぞれ，以下の英単語の頭文字に由来する。
   G :（　Gross　），N :（　National　），P :（　Product　）
6. GDP，GNP，NDP 等の総称は，広義の（　国民所得　）である。
7. サービスは無形の財であり，その生産額は GDP には（〇含める　/　含めない　）。
8. 主婦の家事労働は GDP に（　含める　/〇含めない　）。
9. 家政婦サービスは GDP に（〇含める　/　含めない　）。
10. 自然環境の改善に対する評価額は GDP には（　含める　/〇含めない　）。
11. 中古品の取引額は GDP に（　含める　/〇含めない　）。
12. 株の取引額は GDP に（　含める　/〇含めない　）。
13. 株の値上がり益は GDP に（　含める　/〇含めない　）。　：キャピタルゲイン
14. 株から得られる配当は GDP に（〇含める　/　含めない　）。　：インカムゲイン

(2)　次の英単語を 3 回ずつ書きなさい。

国内総生産 GDP　　Gross Domestic Product
（　Gross Domestic Product　），
（　Gross Domestic Product　），
（　Gross Domestic Product　）

国民総生産 GNP　　Gross National Product
Gross（　National　）Product,
Gross（　National　）Product,
Gross（　National　）Product

国民総所得 GNI　　Gross National Income
Gross National（　Income　），
Gross National（　Income　），
Gross National（　Income　）

国内純生産 NDP　　Net Domestic Product

（　　Net Domestic Product　　），

（　　Net Domestic Product　　），

（　　Net Domestic Product　　）

国民純生産 NNP　　Net National Product

Net（　　National　　）Product,

Net（　　National　　）Product,

Net（　　National　　）Product

国内所得 DI　　Domestic Income

（　　Domestic Income　　），

（　　Domestic Income　　），

（　　Domestic Income　　）

国民所得 NI　　National Income

（　　National　　）Income,

（　　National　　）Income,

（　　National　　）Income

(3)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に○を書きなさい。

1. GNP = GDP＋海外（　からの　）要素所得－海外（　への　）要素所得
2. GDP =（　GNP　）－海外からの要素所得＋海外への要素所得
3. （　国民総所得　）の略語である GNI の「G」，「N」，「I」はそれぞれ，以下の英単語の頭文字に由来する。

   G：（　Gross　），N：（　National　），I：（　Income　）
4. （○GNP　/　GNI　）は（　GNP　/○GNI　）へと名称が変更された。
5. 次の表中の空所に入る適切な語句を書きなさい。

	国内 (Domestic)	国民 (National)
総生産 (Gross, Product)	GDP	GNP
純生産 (Net, Product)	NDP	NNP
所得 (Income)	DI	NI

総生産→純生産：－固定資本減耗

純生産→所得：－(間接税－補助金)

国内→国民：＋海外からの要素所得－海外への要素所得

6.　次の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。

	国内（Domestic）	国民（National）
総生産（Gross, Product）	GDP	GNP
純生産（Net, Product）	NDP	NNP
所得（Income）	DI	NI

GNP → NNP：－（　　固定資本減耗　　）

NNP → NI：－（　　(間接税－補助金)　　）

DI → NI：＋（　　海外からの要素所得　　）－（　　海外への要素所得　　）

7.　（　　国民純生産　　）の略語である NNP の「N」,「N」,「P」はそれぞれ，以下の英単語の頭文字に由来する。

N：（　Net　），N：（　National　），P：（　Product　）

8.　（　国内所得　）の略語である DI の「D」,「I」はそれぞれ，以下の英単語の頭文字に由来する。

D：（　Domestic　），I：（　Income　）

9.　狭義の（　国民所得　）の略語である NI の「N」,「I」はそれぞれ，以下の英単語の頭文字に由来する。

N：（　National　），I：（　Income　）

10.　NDP＝GDP－（　　固定資本減耗　　）

11.　GDP＝（　NDP　）＋固定資本減耗　→　GDP－固定資本減耗＝NDP

12.　（　NNP　）＝GNP－固定資本減耗

13.　DI＝NDP－（　間接税　）＋（　補助金　）

14.　NDP＝（　DI　）＋間接税－補助金

15.　（　NI　）＝NNP－純間接税

16.　GDP＝DI＋（　　固定資本減耗　　）＋間接税－補助金

17.　NNP＝（　NDP　）＋海外からの要素所得－海外への要素所得

18.　NI＝（　DI　）＋海外からの要素所得－海外への要素所得

19.　GNP＝（　DI　）＋固定資本減耗＋間接税－補助金＋海外からの純要素所得

20.　GDP に含まれるものに○，含まれないものに×を括弧内に書きなさい。

（　×　）ボランティア活動　　　市場で取引されていない。

（　×　）工場が支払う電気代　　　最終財ではない。

（　○　）家庭が支払う電気代　　　最終財である。

（　×　）キャピタルゲイン　　　生産されたものではない。

（　○　）インカムゲイン　　　生産されたサービスへの対価である。＜補足５＞へ

（　×　）中古品の販売額　　　生産されたものではない。

（　○　）不動産業者の手数料　　　生産された仲介サービスへの対価である。

（　×　）寄付　　　市場で取引されていない。

(4)　ある経済のデータが次のように与えられているとき，以下の国民所得を求めなさい。

国内総生産	550	GNI = GDP + 海外からの要素所得 − 海外への要素所得
海外からの要素所得	15	= 550 + 15 − 5 = 560
海外への要素所得	5	NDP = GDP − 固定資本減耗 = 550 − 110 = 440
固定資本減耗	110	(NNP = GNI − 固定資本減耗 = 560 − 110 = 450)
間接税	90	DI = NDP − 純間接税 = 440 − (90 − 40) = 390
補助金	40	NI = NNP − 純間接税 = 450 − (90 − 40) = 400

GNI：　560　, NDP：　440　, DI：　390　, NI：　400

(5)　次は日本の 2017 年暦年におけるデータ（名目値）である。以下の国民所得を求めなさい。ただし，単位は「兆円」である。（出所：内閣府）

国内総生産	545	GNI = GDP + 海外からの要素所得 − 海外への要素所得
海外からの要素所得	31	= 545 + 31 − 12 = 564
海外への要素所得	12	(NDP = GDP − 固定資本減耗 = 545 − 121 = 424)
固定資本減耗	121	NNP = GNI − 固定資本減耗 = 564 − 121 = 443
間接税	46	DI = NDP − 純間接税 = 424 − (46 − 3) = 381
補助金	3	NI = NNP − 純間接税 = 443 − (46 − 3) = 400

GNI：　564　, NNP：　443　, DI：　381　, NI：　400

＊　暦年（れきねん；Calendar year）とは，1 月～12 月の一年のこと。それに対して，（会計）年度（Fiscal(Financial) year）とは，4 月～翌年 3 月の一年のこと。
ちなみに，会計年度は国によって異なる。［例］アメリカの年度：10 月～翌年 9 月

＜補足１１＞ 市場価格表示と要素費用表示

p.5 で説明したように，GDP は（大雑把には）最終財の売上高の合計であるので，消費税を含むと説明してきた。このように消費税を含むと（正確には，純間接税を含むと），お会計の際にレジで表示される金額を用いていることから「市場価格表示」という。このことから，純間接税を含む GDP，GNP（GNI），NDP，NNP は市場価格表示である。このことから，例えば NNP（市場価格表示）と書いたりすることがある。

それに対して，DI や NI は純間接税を含まないので，「要素費用表示」となる（DI や NI が「労働，資本，土地といった生産要素の提供者に支払わなければいけない費用」に相当すると考えるからである）。このことから，例えば NI（要素費用表示）と書いたりすることがある。

多少やっかいであるのが，NNP（要素費用表示）と書くこともある。NNP は市場価格表示であるからこの表記は間違いではないかと思うかもしれないが，間違いではない。NNP（要素費用表示）と書けば，NNP（市場価格表示）から純間接税を差し引いた NI（要素費用表示）と同じことを意味しているのである。

2. 名目 GDP と実質 GDP

授業で示した数値例を再掲しておくと次のようになる。

2015 年を**基準年**，2016 年を**比較年**としたとき，食料品と衣料品しか生産されていない経済において，それぞれの価格と取引量（販売量）は次の通り。

	食料品		衣料品	
	価格	取引量	価格	取引量
2015 年：基準年	100	30	100	20
2016 年：比較年	400	10	80	25

2015 年における**名目 GDP** $= 100 \times 30 + 100 \times 20 = 3000 + 2000 = 5000$

2015 年における**実質 GDP** $= 100 \times 30 + 100 \times 20 = 3000 + 2000 = 5000$

＊ 基準年（2015 年）では，名目 GDP＝実質 GDP である。

2016 年における名目 GDP $= 400 \times 10 + 80 \times 25 = 4000 + 2000 = 6000$

2016 年における実質 GDP $= \boxed{100} \times 10 + \boxed{100} \times 25 = 1000 + 2500 = 3500$

2016 年における**名目経済成長率** $= \dfrac{\text{2016 年の名目 GDP} - \text{2015 年の名目 GDP}}{\text{2015 年の名目 GDP}} \times 100$

$$= \frac{6000 - 5000}{5000} \times 100 = \frac{1000}{5000} \times 100 = 20\%$$

2016 年における**実質経済成長率** $= \dfrac{\text{2016 年の実質 GDP} - \text{2015 年の実質 GDP}}{\text{2015 年の実質 GDP}} \times 100$

$$= \frac{3500 - 5000}{5000} \times 100 = \frac{-1500}{5000} \times 100 = -30\%$$

この数値例からもわかるが，名目 GDP の上昇だけを見ると経済が成長しているように見えても，実は物価の上昇（インフレ）によって名目 GDP が大きくなったように見えているだけということがあり得る。

そのため，国内の生産がどれだけ増加したのかに注目した実質経済成長率を見た方が，その国の経済の実質的な成長を見ることできるのである。

この数値例では，名目経済成長率が 20%（プラス）であるが，実質経済成長率は -30%（マイナス）であり，経済全体としての生産は落ち込んでいることがわかる。表を見てもらうとわかるが，食料品価格が高騰していることが，2016 年の名目 GDP を押し上げた主な要因である。また，2016 年には食料品の生産が大きく落ち込んでいることが，2016 年の実質 GDP を押し下げた主な要因である。

また，

$$2016\text{年における}\ \textbf{GDP デフレーター} = \frac{2016\text{年の名目 GDP}}{2016\text{年の実質 GDP}} \times 100 = \frac{6000}{3500} \times 100 \fallingdotseq 171$$

＊ ×100 をしないこともあるが，内閣府が公表する資料では×100 としている。

と GDP デフレーターを計算することができ，GDP デフレーターは，基準年（2015 年）の物価を 100 としたときの比較年（2016 年）の**物価指数**を表している。

そのため，2016 年における GDP デフレーターが約 171 であり，100 を超えているため，2015 年よりも 2016 年は財の価格が平均的に上昇したことを意味している（前ページの表を見れば明らかに 2015 年よりも 2016 年の方が全体的に見て価格が大きくなっていることがわかるだろう）。

＜補足１２＞ 物価指数

物価とは，簡単に言えば「あらゆる商品の価格の平均的な値」である。

GDP デフレーターは物価指数を表すと書いたが，物価指数には他にも，**消費者物価指数**（**CPI**；Consumer Price Index），**企業物価指数**（**CGPI**；Corporate Goods Price Index），企業向けサービス価格指数（SPPI；Services Producer Price Index）などがある。（企業物価指数 CGPI は「国内企業物価指数」，「輸出物価指数」，「輸入物価指数」に分かれる）

消費者物価指数 CPI は「私たちが普段よく買う商品の価格の平均的な値」である。CPI の調査機関は総務省であり，**家計調査**に基づいて私たちが普段よく買う財・サービスのリストが作成され，それらの価格から平均的な値が算出される。日本銀行の物価目標は，CPI を見て目標が達成できたかどうかを判断している。

企業物価指数 CGPI は企業間で取引される「財」価格の平均的な値，企業向けサービス価格指数 SPPI は企業間で取引される「サービス」価格の平均的な値である。CGPI も SPPI も調査機関は日本銀行である。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. （〇名目 / 実質 ）GDP から物価変動の影響を除去したものが（ 名目 /〇実質 ）GDP である。
2. GDP デフレーターは次の式で計算される。

$$\text{GDP デフレーター} = \frac{(\ \text{名目}\ )\ \text{GDP}}{(\ \text{実質}\ )\ \text{GDP}} \times 100$$

3. ある年の名目 GDP が 520 兆円，実質 GDP が 500 兆円であるとき，GDP デフレーターの値は（ 104 ）である。 $520 \div 500 \times 100 = 104$

4. ある年（比較年）において，名目 GDP > 実質 GDPとなる可能性がある記述はどれか，次の①～④から**すべて**選びなさい。

① 基準年から比較年にかけて，物価も生産量も減少した。

② 基準年から比較年にかけて，物価は減少し，生産量は増加した。

③ 基準年から比較年にかけて，物価は上昇し，生産量は減少した。

④ 基準年から比較年にかけて，物価も生産量も上昇した。

解答：　③，④

5. 近年，日本の名目 GDP は約（　550 万円　/　550 億円　/〇550 兆円　）である。

6. GDP デフレーターは（　物価　）指数の一種であり，これには他に，（　消費者物価　）指数 CPI や（　企業物価　）指数 CGPI などがある。

7. 名目 GDP の増加率が（　名目経済成長　）率であり，実質 GDP の増加率が（　実質経済成長　）率である。

(2) X 財と Y 財しか生産されていない経済を考えたとき，それら 2 財の価格と取引量（販売量）が次の表でまとめられたとする。この表に関して次の問いに答えなさい。

	X 財		Y 財	
	価格	取引量	価格	取引量
基準年	50	10	100	5
比較年	70	12	80	6

1. 基準年における名目 GDP を求めなさい。

$50 \times 10 + 100 \times 5 = 500 + 500 = 1000$

1000

2. 比較年における名目 GDP を求めなさい。

$70 \times 12 + 80 \times 6 = 840 + 480 = 1320$

1320

3. 比較年における実質 GDP を求めなさい。

$50 \times 12 + 100 \times 6 = 600 + 600 = 1200$

1200

4. 名目経済成長率を求めなさい。

$$\frac{1320 - 1000}{1000} \times 100 = \frac{320}{1000} \times 100 = 32(\%)$$

32 %

5.　実質経済成長率を求めなさい。

$$\frac{1200-1000}{1000}\times 100=\frac{200}{1000}\times 100=20(\%)$$

20　%

6.　比較年における GDP デフレーターを求めなさい。

$$\text{GDP デフレーター}=\frac{\text{比較年の名目 GDP}}{\text{比較年の実質 GDP}}\times 100=\frac{1320}{1200}\times 100=1.1\times 100=110$$

110

(3)　X 財と Y 財しか生産されていない経済を考えたとき，それら 2 財の価格と取引量（販売量）が次の表でまとめられたとする。この表に関して次の問いに答えなさい。

	X 財		Y 財	
	価格	取引量	価格	取引量
基準年	100	12	200	20
比較年	150	10	220	18

1.　基準年における名目 GDP を求めなさい。

$100\times 12+200\times 20=1200+4000=5200$

5200

2.　比較年における名目 GDP を求めなさい。

$150\times 10+220\times 18=1500+3960=5460$

5460

3.　比較年における実質 GDP を求めなさい。

$100\times 10+200\times 18=1000+3600=4600$

4600

4.　名目経済成長率を求めなさい。

$$\frac{5460-5200}{5200}\times 100=\frac{260}{5200}\times 100=\frac{1}{20}\times 100=5(\%)$$

5　%

5.　実質経済成長率を求めなさい。（小数点第 2 位を四捨五入すること）

$$\frac{4600-5200}{5200}\times 100=\frac{-600}{5200}\times 100=-\frac{3}{26}\times 100=-11.538\cdots\fallingdotseq -11.5(\%)$$

− 11.5　%

6.　比較年における GDP デフレーターを求めなさい。（小数点第 2 位を四捨五入すること）

$$\text{GDP デフレーター}=\frac{\text{比較年の名目 GDP}}{\text{比較年の実質 GDP}}\times 100=\frac{5460}{4600}\times 100=118.695\cdots\fallingdotseq 118.7$$

118.7

(4)　X 財と Y 財しか生産されていない経済を考えたとき，それら 2 財の価格と取引量（販売量）が次の表でまとめられたとする。この表に関して次の問いに答えなさい。

	X 財		Y 財	
	価格	取引量	価格	取引量
2015 年：基準年	100	2	120	8
2016 年：比較年	80	3	110	10
2017 年：比較年	90	4	130	9

1.　2015 年における名目 GDP と実質 GDP を求めなさい。

名目 $\mathrm{GDP} = 100 \times 2 + 120 \times 8 = 200 + 960 = 1160$

実質 $\mathrm{GDP} = 100 \times 2 + 120 \times 8 = 1160$

名目 GDP：　1160　　, 実質 GDP：　1160

2.　2016 年における名目 GDP と実質 GDP を求めなさい。

名目 $\mathrm{GDP} = 80 \times 3 + 110 \times 10 = 240 + 1100 = 1340$

実質 $\mathrm{GDP} = 100 \times 3 + 120 \times 10 = 300 + 1200 = 1500$

名目 GDP：　1340　　, 実質 GDP：　1500

3.　2017 年における名目 GDP と実質 GDP を求めなさい。（注意）基準年：2015 年

名目 $\mathrm{GDP} = 90 \times 4 + 130 \times 9 = 360 + 1170 = 1530$

実質 $\mathrm{GDP} = 100 \times 4 + 120 \times 9 = 400 + 1080 = 1480$

名目 GDP：　1530　　, 実質 GDP：　1480

4.　2016 年における名目経済成長率を求めなさい。（小数点第 2 位を四捨五入すること）

$$\frac{1340 - 1160}{1160} \times 100 = \frac{180}{1160} \times 100 = 15.517 \cdots \fallingdotseq 15.5(\%)$$

15.5　%

5.　2016 年における実質経済成長率を求めなさい。（小数点第 2 位を四捨五入すること）

$$\frac{1500 - 1160}{1160} \times 100 = \frac{340}{1160} \times 100 = 29.310 \cdots \fallingdotseq 29.3(\%)$$

29.3　%

6.　2017 年における名目経済成長率を求めなさい。（小数点第 2 位を四捨五入すること）

$$\frac{1530 - 1340}{1340} \times 100 = \frac{190}{1340} \times 100 = 14.179 \cdots \fallingdotseq 14.2(\%)$$

14.2　%

7.　2017 年における実質経済成長率を求めなさい。（小数点第 2 位を四捨五入すること）

$$\frac{1480 - 1500}{1500} \times 100 = \frac{-20}{1500} \times 100 = -1.333 \cdots \fallingdotseq -1.3(\%)$$

− 1.3　%

8.　2016 年における GDP デフレーターを求めなさい。(小数点第 2 位を四捨五入すること)

$$\text{GDP デフレーター} = \frac{2016\text{ 年の名目 GDP}}{2016\text{ 年の実質 GDP}} \times 100 = \frac{1340}{1500} \times 100 = 89.333\cdots \fallingdotseq 89.3$$

89.3

9.　2017 年における GDP デフレーターを求めなさい。(小数点第 2 位を四捨五入すること)

$$\text{GDP デフレーター} = \frac{2017\text{ 年の名目 GDP}}{2017\text{ 年の実質 GDP}} \times 100 = \frac{1530}{1480} \times 100 = 103.378\cdots \fallingdotseq 103.4$$

103.4

(5)　X 財，Y 財，Z 財しか生産されていない経済を考えたとき，これら 3 財の価格と取引量（販売量）が次の表でまとめられたとする。この表に関して次の問いに答えなさい。

	X 財		Y 財		Z 財	
	価格	取引量	価格	取引量	価格	取引量
基準年	100	16	50	8	1000	100
比較年	20	20	10	40	1200	90

1.　基準年における名目 GDP と実質 GDP を求めなさい。

$$\text{名目 GDP} = 100 \times 16 + 50 \times 8 + 1000 \times 100 = 1600 + 400 + 100000 = 102000$$

$$\text{実質 GDP} = 100 \times 16 + 50 \times 8 + 1000 \times 100 = 102000$$

名目 GDP：　102000　, 実質 GDP：　102000

2.　比較年における名目 GDP と実質 GDP を求めなさい。

$$\text{名目 GDP} = 20 \times 20 + 10 \times 40 + 1200 \times 90 = 400 + 400 + 108000 = 108800$$

$$\text{実質 GDP} = 100 \times 20 + 50 \times 40 + 1000 \times 90 = 2000 + 2000 + 90000 = 94000$$

名目 GDP：　108800　, 実質 GDP：　94000

3.　名目経済成長率を求めなさい。(小数点第 2 位を四捨五入すること)

$$\frac{108800 - 102000}{102000} \times 100 = \frac{6800}{102000} \times 100 = \frac{17}{255} \times 100 = 6.666\cdots \fallingdotseq 6.7(\%)$$

6.7　%

4.　実質経済成長率を求めなさい。(小数点第 2 位を四捨五入すること)

$$\frac{94000 - 102000}{102000} \times 100 = \frac{-8000}{102000} \times 100 = -\frac{4}{51} \times 100 = -7.843\cdots \fallingdotseq -7.8(\%)$$

− 7.8　%

5.　比較年における GDP デフレーターを求めなさい。(小数点第 2 位を四捨五入すること)

$$\text{GDP デフレーター} = \frac{\text{比較年の名目 GDP}}{\text{比較年の実質 GDP}} \times 100 = \frac{108800}{94000} \times 100 = 115.744\cdots \fallingdotseq 115.7$$

115.7

（X 財や Y 財の価格が大幅に下がったとしても，価格も取引量も大きい Z 財が値上げされたことで，GDP デフレーターが 100 を超え，全体的な物価が上昇したことがわかる）

＜補足１３＞ ケインズ

マクロ経済学を作ったのは，イギリスの経済学者であるジョン・メイナード・ケインズ（1883－1946）である。ケインズは 1936 年に『雇用・利子および貨幣の一般理論』（通常は略して『一般理論』）を発表し，この本の中でマクロ経済学の基本的な構想を書いたのである。この本が出版されるまでは，ミクロ経済学（当時は単に「経済学」）しかなかったわけであるが，当時の経済学者たちはミクロ経済学だけあればよいと考えていた。なぜなら，ミクロ（家計や企業）を集計したものがマクロ（一国全体）であるので，ミクロ経済学だけで一国全体の経済（＝マクロ経済）も説明できると考えられていたからである。そのため，わざわざマクロ経済学を作ろうとはしていなかったようである。しかし，ケインズは現実に即して一国全体を分析するには，より便利な分析方法があるとしてマクロ経済学を作ったのである（ただし，ケインズは自身の理論が資本主義の国ならどこにでも適応できるとは考えておらず，ケインズが暮らしていた当時のイギリスにとって最もぴったり合う理論を提唱したに過ぎないという考え方もある）。

ところで，『一般理論』の出版された背景についても少し述べておこう。1929 年 10 月 24 日（木曜日；ブラックサーズデー）にニューヨーク証券取引所で株価が大暴落し，瞬く間に世界中に伝染することで**世界恐慌**が発生した。アメリカでは失業者が 1,000 万人を超し（失業率は 25%を超えた），イギリスでも失業者が 100 万人を超す状態が何年も続いた。このような状況に対する処方箋として書いたのが，ケインズの『一般理論』だったのである。

ちなみに，ケインズは身長が 198cm ほどある大柄な体格をしていたそうだ。

＜補足１４＞ ミクロ経済学とマクロ経済学（１）

第 7 講までミクロ経済学を勉強してきたが，ミクロ経済学では，一人ひとりの消費者がどのように消費量を決め，一企業一企業はどのように生産量を決めるのかなどについて見てきた。

それに対して，第 8 講から第 14 講まで学ぶマクロ経済学は，一国全体の GDP や利子率（金利）などがどのようにして決まるのかについて学んでいく。

勉強が進んでいくにつれ，ミクロ経済学とマクロ経済学はまったく別の学問のように感じられるかもしれない。しかし，近年（といっても 1970 年代以降）では，マクロ経済学はミクロ経済学によって説明されるべきだという考え方（「ミクロ的基礎づけ」や「マイクロファウンデーション（micro-foundation）」という）が主流になっている。

そのため，マクロ経済の分析はミクロ経済学をベースにして考えるのが通常であり，より上級のマクロ経済学の専門書を見ると，ミクロ経済学で学んだ知識が頻繁に登場してくるのである。（第 14 講の＜補足８＞「ミクロ経済学とマクロ経済学（２）」も参照）

はじめよう経済学　ー解答編ー
第 9 講　三面等価の原則

今回から本格的にマクロ経済学の理論に入っていきます。今回は多くの変数が登場するため，始めは戸惑ってしまうかもしれません。**＜第 9 講のノーテーション＞**を見れば，初登場の変数が多くあり，「覚えるの大変そうだな…」と途方に暮れてしまうかもしれません。しかし，これはマクロ経済学を学び始めた人はみんな通る道です！私もそうでしたが気付いたら慣れているものなので，とにかく前に進んでいきましょう。

今回の内容で最も重要なことは「三面等価の原則」です。三面等価の原則の考え方からマクロ経済学における需要と供給の話に繋がっていきますので，三面等価の原則に関する知識を丸暗記するのではなく「内容」をしっかり理解してもらいたいと思います。

また，この問題集では通常のマクロ経済学の教科書ではさらっと流されてしまう，「SNA」と「マクロ経済学における変数」の対応関係について詳しく説明しています。資格試験などではこの対応関係は重要ではないのですが，マクロ経済学を学問として真剣に勉強したい人にとっては気になるだろうなという箇所を丁寧に書いてみました。

＜第 9 講のノーテーション＞

Y：国民所得	C：消費	c：限界消費性向	C_0：基礎消費
I：投資	G：政府支出	EX：輸出	IM：輸入
NE：純輸出	Y^S：総供給	Y^D：総需要	

［注意］変数に入る値は金額である。つまり，C は消費額であり，I は投資額などである。

目次

＜補足一覧＞

1. 三面等価の原則

国内総生産 GDP は生産面，分配面，支出面のいずれから見ても統計上等しくなることを**三面等価の原則**という。（ここで統計とは SNA のことであり，第 9 講では，統計＝SNA）

ここから，三面等価の原則の考え方を詳しく説明していくが，この考え方は次に学ぶ 45 度線分析や IS－LM 分析につながっていくのでしっかり理解しておきたいところである。

しかし，初めて登場する用語が多いので，最初は読んでもなかなか頭に入らないかもしれない。勉強が進んだときにその都度戻ってきて読み直してもらうことで少しずつ頭に入っていくだろう。

（1）分配国民所得（分配面から見た国民所得）

授業では，

分配国民所得 = 賃金 + 利子・配当 + 内部留保など

と紹介したが，統計上は，

分配国民所得 = 雇用者報酬 + 営業余剰 + 間接税 − 補助金 + 固定資本減耗

＊ この式を覚えておこう！

と書く方がより正確である。（さらに正確な表現や現実の値は**＜補足１＞**へ）

雇用者報酬とは，「雇用者（雇われている労働者）に支払われる賃金」のことであり，**営業余剰**とは，「企業の利潤」（会計上は営業利益に近い）と考えればよい（この利潤から株主への配当，銀行への利子が支払われたりして，残りは企業内に貯められる（内部留保））。

間接税，補助金，固定資本減耗については第 8 講で説明したが，固定資本減耗については**＜補足２＞**も参照すること。

上の 2 本の式の対応関係を示しておくと次のようになる。（同じ四角どうしが対応）

① 分配国民所得 = $\boxed{\text{賃金}}$ + $\boxed{\boxed{\text{利子・配当 + 内部留保}}}$ など

② 分配国民所得 = $\boxed{\text{雇用者報酬}}$ + $\boxed{\boxed{\text{営業余剰}}}$ + 間接税 − 補助金 + 固定資本減耗

授業では上の①式を用いて，「付加価値総額が，賃金，利子・配当，内部留保に振り分けられる」と説明したが，より正確には②式を用いて，「付加価値総額は，雇用者報酬，営業余剰，純間接税（政府に消費税を払うイメージ），固定資本減耗（機械・設備などの固定資本を買い替えるためにお金を積み立てておくイメージ）に振り分けられる」となる。

［語呂合わせ］分配国民所得の式

「$\underbrace{\text{こ}}_{①}\underbrace{\text{えー}}_{②}\underbrace{\text{彼}}_{③}\underbrace{\text{女}}_{④}\text{に}\underbrace{\text{げん}}_{⑤}\text{なり}$」

分配国民所得 = $\underbrace{\text{雇}}_{①}$用者報酬 + $\underbrace{\text{営}}_{②}$業余剰 + $\underbrace{\text{間}}_{③}$接税 − 補$\underbrace{\text{助}}_{④}$金 + 固定資本$\underbrace{\text{減}}_{⑤}$耗

＊ かつて，私の授業を受けていた学生が考えました。

＜補足１＞ 分配国民所得

2008SNA 時点で最も正確に分配国民所得を表現した式は,

$$\text{分配国民所得} = \text{雇用者報酬} + \text{営業余剰・混合所得} + \text{生産・輸入品に課される税} - \text{補助金} + \text{固定資本減耗}$$

である。**混合所得**とは「個人企業事業主の所得」(要は，自営業の社長さんの所得）のことである。93SNA から「営業余剰」が「営業余剰・混合所得」へと名称変更された。第 8 講の**＜補足４＞**でも説明したが,「生産・輸入品に課される税」は間接税のことであり，具体的には消費税，酒税，たばこ税，関税などを指している。また，雇用者報酬は以前は雇用者所得と呼ばれていたが，93SNA から雇用者報酬へと名称が変更されている。

それでは以下の表で，実際の分配国民所得の項目ごとの規模を確認しておこう。

2017 年暦年における分配国民所得（名目値）（単位：兆円）

雇用者報酬	275
営業余剰・混合所得	106
生産・輸入品に課される税	46
（控除）補助金	3
固定資本減耗	121
統計上の不突合	0
合計	545

出所：内閣府

＊ 統計上の不突合は 3,750 億円である。

日本では，支出国民所得の式から計算される GDP を最も信頼がおける値としている。そのため，分配国民所得の式から計算される GDP の値と支出国民所得の値とが一致しない分は，**統計上の不突合**という項目を「分配国民所得」に加えることで（無理矢理）一致させている（支出国民所得は一番信頼がおける値なので支出面の内訳には統計上の不突合がない。**＜補足４＞**へ)。三面等価の原則という概念上は分配面も支出面も生産面も一致するはずではあるが，それぞれ別々に計算しているため，実際には若干値がずれてしまうのである。

＜補足２＞ 固定資本減耗

まず，経済学において資本とは「生産の結果作られ，それが生産に用いられるもの」である。そのため, 原材料や機械・設備は生産の結果作られ, 生産に用いられるので資本である。例えば原材料としての石油も，石油採掘企業によって掘り出されたもの（ある意味，石油採掘企業によって生産された財）であるので資本である。

次に，固定資本と言えば機械・設備を指すが,「固定」とは動かないという意味ではない。何年間も一定の生産に固定されて使われるという意味である。タクシー会社にとってのタクシーは固定資本である。原材料は一度使えば消えて（もしくは形を変えて）なくなるが，機械・設備は何年か使った後に老朽化して廃棄される。そのため，100 万円の機械が 10 年で壊れるのであれば，例えば 1 年当たり 10 万円の費用がかかると考え，この 10 万円がその年の固定資本減耗になるのである。

（２）支出国民所得（支出面から見た国民所得）

支出国民所得については，話が込み入ってくるので先に結論を書いておこう。

支出国民所得は，統計上

$$\boxed{\begin{aligned}\text{支出国民所得} &= \text{民間最終消費支出} + \text{総固定資本形成} + \text{政府最終消費支出}\\ &\quad + \text{在庫品増加} + \text{輸出} - \text{輸入}\end{aligned}}$$

＊ この式を覚えておこう！

と書くことができる。（さらに正確な表現や現実の値は**＜補足４＞**へ）

これをマクロ経済学の理論と整合的になるように書き直せば，

$$\boxed{\text{支出国民所得} = \text{消費}\,C + \text{投資}\,I + \text{政府支出}\,G + \text{輸出}\,EX - \text{輸入}\,IM + \text{意図せざる在庫投資}}$$

と書くことができる。（この式に似た式（総需要 Y^D の式）が後で登場するので，この式は覚えるというよりは理解することが大切！）

それでは，ここから込み入った話になっていくが，結局はこれら 2 本の式がどのように対応しているかについて説明していくことになる。（そして，この込み入った話が 45 度線分析を理解する上で本質的に重要な話になるのです）

$$\begin{aligned}\text{支出国民所得} &= \text{家計が買う額（消費}\,C\text{）} + \text{企業が買う額（投資}\,I\text{）}\\ &\quad + \text{政府が買う額（政府支出}\,G\text{）} + \text{外国人が買う額（純輸出}\,NE\text{）}\\ &\quad + \text{在庫品増加}\end{aligned}$$

と授業では紹介したが，より正確には，

$$\text{支出国民所得} = \text{民間消費}\,C + \text{民間投資} + \text{政府支出}\,G + \text{在庫品増加} + \text{輸出}\,EX - \text{輸入}\,IM$$

＊ 「民間」は，家計と企業を指している。

と書く（民間投資の右に I が書かれていないのは間違いではない。なぜ I と書かれていないかは後で説明する）。では，各項目が何を意味しているか説明していく。

① 民間消費 C（統計上の**民間最終消費支出**に対応する）

：家計の（新品の）財･サービスに対する支出である。

⇒ 家計が「**消費財**を購入する」と表現する。

［例］家計がスーパーで買い物をする。

＜補足３＞ 企業消費

SNA では企業は消費をしない（消費財を購入しない）と考えている。企業が購入するのは生産財（と投資財）である。生産財とは生産に用いられる財であり，要は，中間投入財（中間財）のことである。では，例えば従業員が出張した際の出張費は企業の消費と考えてもいいのではないか？と思うかもしれないが，これも SNA では生産財の購入として扱う。ちなみに，総務省が公表している産業連関表では，企業消費を「家計外消費支出」として扱い，出張費や接待費などを企業による消費財の購入として扱っている。

② 民間投資（統計上の**総固定資本形成**に含まれる）

：家計にとっては新築の家を買うこと（**住宅投資**）であり，

企業にとっては生産のための建物や機械・設備を買うこと（**設備投資**）である。

⇒ 家計・企業が「**投資財**を購入する」と表現する。

［注意］家計の自動車といった**耐久消費財**の購入は民間最終消費に含まれ，

タクシー会社のタクシーの購入は総固定資本形成に含まれる。

③ 政府支出 G

：政府消費＋政府投資のことである。

1. 政府消費（統計上の**政府最終消費支出**に対応する）

：政府（地方政府も含む）による消費財の購入や公務員への給料などのことである。

［例］ある自治体が公務のために文房具を買う。

［注意］公共サービス（第 8 講の＜補足８＞）は政府最終消費支出に含まれる。

2. 政府投資（統計上の**総固定資本形成**に含まれる）

：公共事業（**公共投資**）にかかる費用のことである。

［例］公共事業としてダムや橋を作る。

［注意］「総固定資本形成＝民間投資＋政府投資」である。

［ポイント］

この授業では「政府支出 G が増加した」＝「政府が公共事業を拡大した」と考える。

⇒ 一部の教科書では，政府投資を投資 I（後述）に含めることもあるが，

この授業では政府投資は政府支出 G に含めておく。

（資格試験などでも「公共事業」＝「 G の変化」と捉えることが多いです）

④ 在庫品増加（統計上の**在庫変動**に対応する）

：在庫が増えた分を金額換算したもの。

（陳列棚や倉庫に備えておく商品（商品在庫）が増えたり，生産に備えて原材料を

購入し倉庫に保管しておく（原材料在庫）と，「在庫品増加」が増加する）

⇒ 在庫品増加は**在庫投資**ともいう。

［注意１］在庫が減った場合は「在庫品増加」が減少することになる。

［注意２］SNA には政府の在庫変動も（少額であるが）存在する。これは本来「政府投資」に対応させるべきだが，GDP の 0.01%程度の規模なので無視しておく。

［ポイント１］

三面等価の原則において，生産国民所得，分配国民所得，支出国民所得が一致するのは，「在庫品増加」という項目が支出国民所得の式の中にあるからである。

⇒ 生産されたものがすべて需要される（支出され尽くす）ことにより，生産国民所得（もしくは分配国民所得）が支出国民所得と等しくなるという理屈であったが，売れ残り（在庫）があれば支出され尽くさない。そのため，「在庫品増加」を加える（企業が在庫投資として在庫を買い取ると考える）ことで支出され尽くすのである。

［ポイント２］

在庫品増加（在庫投資）は理論上，「**意図せざる在庫投資**」と「**意図した在庫投資**」に分けることができる。

$$\text{在庫品増加} = \text{意図せざる在庫投資} + \text{意図した在庫投資}$$

1. 意図せざる在庫投資
   ：計画外の在庫（予想外の売れ残り）のことである。
2. 意図した在庫投資
   ：計画的に増やした在庫（想定内の売れ残り）のことである。

   ［注意］「意図せざる在庫投資」と「意図した在庫投資」は，統計上，分けることができないので，単に「在庫変動」として合算されている。（企業に保有している在庫の内，意図した分と意図していない分の内訳を聞くことはできないし，企業自身も詳しくはわからないだろう。そのため，「意図せざる在庫投資」と「意図した在庫投資」の分け方は理論上の話である）

［ポイント３］

（以上を踏まえた上で）投資 I を，

$$\text{投資 } I = \text{民間投資} + \text{意図した在庫投資}$$

と定義する。（意図した在庫投資は，企業が計画的に行った在庫投資だからである）

＜補足４＞ 支出国民所得

2008SNA 時点で最も正確に支出国民所得（国内総支出 GDE（Gross Domestic Expenditure）とも言う）を表現した式は，

$$\text{支出国民所得} = \text{民間最終消費支出} + \text{総固定資本形成} + \text{政府最終消費支出}$$
$$+ \text{在庫変動} + \text{財貨・サービスの輸出} - \text{財貨・サービスの輸入}$$

となる。（総固定資本形成と在庫変動を合わせて，**総資本形成**と書くこともある）

以下の表で，実際の支出国民所得の項目ごとの規模を確認しておこう。

2017 年暦年における支出国民所得（名目値）（単位：兆円）

民間最終消費支出	302
総固定資本形成	130
政府最終消費支出	107
在庫変動	0
財貨・サービスの輸出	97
（控除）財貨・サービスの輸入	92
合計	545

出所：内閣府

＊ 在庫変動は 3,725 億円である。

＜補足５＞ 輸入を引く理由

$$\text{支出国民所得} = C + I + G + EX \boxed{-\text{輸入}\,IM} + \text{意図せざる在庫投資}$$

であり，輸出 EX が足されているのだから，輸入 IM は引かれるのでしょ？と思うかもしれないが，輸入 IM が引かれる理屈は奥が深い。

人々が商品を買う際に支払った金額の中には，輸入品に対して支払った金額（輸入額）もあったはずである。つまり，世の中の商品の中には，（最終財としての）輸入品も多く含まれているということである（例えば，スーパーにいったときに外国産の野菜や果物を買っていることもありますよね)。そのため，消費 C，投資 I，政府支出 G，それぞれの金額の中には，輸入品に対する支出額を含んでしまっているのである。

そもそも，国内総生産 GDP は，国内で生産された最終財に対する支出額であるので，人々の支出総額の中から輸入品に対して支払った金額を差し引く（控除する）必要がある。そのため，輸入の額は支出国民所得の式の中で引き算として表れているのである。

（ちなみに，授業では外国人が買う額（純輸出 NX ）と説明しているが，正確には外国人が（国内で生産された最終財を）買う額は「輸出」部分のみである）

長々と説明してきたが，これでようやく，

$$\boxed{\begin{aligned}\text{支出国民所得} &= \text{民間最終消費支出} + \text{総固定資本形成} + \text{政府最終消費支出}\\ &\quad + \text{在庫品増加} + \text{輸出} - \text{輸入}\end{aligned}}$$

$$\boxed{\text{支出国民所得} = \text{消費}\,C + \text{投資}\,I + \text{政府支出}\,G + \text{輸出}\,EX - \text{輸入}\,IM + \text{意図せざる在庫投資}}$$

これら 2 本の式の対応関係を説明するための準備が整った。

これまでの説明と見比べながら次の式変形を一行一行見ていって欲しい。

$$\begin{aligned}
\text{支出国民所得} &= \text{民間最終消費支出} + \text{総固定資本形成} + \text{政府最終消費支出}\\
&\quad + \text{在庫品増加} + \text{輸出} - \text{輸入}\\
&= \text{民間消費}\,C + (\text{民間投資} + \text{政府投資}) + \text{政府消費}\\
&\quad + (\text{意図せざる在庫投資} + \text{意図した在庫投資}) + \text{輸出}\,EX - \text{輸入}\,IM\\
&= \text{民間消費}\,C + (\text{民間投資} + \text{意図した在庫投資}) + (\text{政府消費}+\text{政府投資})\\
&\quad + \text{意図せざる在庫投資} + \text{輸出}\,EX - \text{輸入}\,IM\\
&= \text{（民間）消費}\,C + \text{投資}\,I + \text{政府支出}\,G + \text{輸出}\,EX - \text{輸入}\,IM\\
&\quad + \text{意図せざる在庫投資}\\
&= C + I + G + EX - IM + \text{意図せざる在庫投資}
\end{aligned}$$

となり，2 本の式の対応関係を確認することができた。

また，第 10 講から学ぶ 45 度線分析で用いる**総需要** Y^D の式は，

$$Y^D = C + I + G + EX - IM$$

になるので，「意図せざる在庫投資」が含まれていないことがわかる。

［まとめ］

・　生産面の国民所得

生産国民所得 = 付加価値総額

・　分配面の国民所得

分配国民所得 = 雇用者報酬 + 営業余剰 + 間接税 − 補助金 + 固定資本減耗

・　支出面の国民所得

$$\begin{aligned}\text{支出国民所得} &= \text{民間最終消費支出} + \text{総固定資本形成} + \text{政府最終消費支出} \\ &\quad + \text{在庫品増加} + \text{輸出} - \text{輸入} \\ &= \underbrace{C + I + G + EX - IM}_{\text{総需要}\,Y^D} + \text{意図せざる在庫投資}\end{aligned}$$

＜補足６＞ 生産国民所得

生産国民所得は付加価値総額であるが，どの産業が生み出した付加価値額であるのかについても内閣府の HP で公表されている。例えば，日本における 2017 年暦年（名目値）においては，第一次産業（農業・林業・水産業）の付加価値額が 6 兆円（全体の 1%），第二次産業（主に製造業）が 145 兆円（27%），第三次産業（サービス業）が 391 兆円（72%）である。（生産国民所得には「統計上の不突合」がある）

このことから，日本の GDP に最も貢献しているのはサービス業であり，農業など第一次産業の貢献は 1%に過ぎないというのが現実である。これはもし仮に日本の第一次産業が壊滅してしまったとしても日本の GDP には 5〜6 兆円程度しか影響がなく，毎年の GDP の変動にほぼ打ち消されてしまうような状況なのである。

しかし，日本の GDP に影響がないからといって，第一次産業を捨て去っていいというわけにもいかない。食料安全保障（要は，自分の国で食べ物を作れないと他国から食料が来なくなった場合，危機的状況になるということ）や，水田の役割（洪水・土砂崩れの防止，多様な生きものを育むなど），美しい農村の風景が私たちの心を和ませるなど，農業や農村には多面的機能があり，これらを安易に過小評価してはいけないのである（もちろん，過大評価してもいけない）。ミクロ経済学の用語を用いれば，「農業には外部性がある」と表現する。要は，市場で評価できない価値を農業が生み出しているということを意味しているのである。

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。

1.　（　三面等価　）の原則とは，統計上，（　生産　）国民所得，（　分配　）国民所得，（　支出　）国民所得が常に等しくなることをいう。

2.　生産国民所得＝（　付加価値　）総額

3.　（　分配　）国民所得＝雇用者報酬＋営業余剰＋間接税－補助金＋固定資本減耗

4.　（　支出　）国民所得＝民間最終消費支出＋総固定資本形成＋政府最終消費支出＋在庫品増加＋輸出－輸入

5.　総需要 $Y^D =$（　C　）$+ I + G + EX - IM$

(2)　次の英単語を 3 回ずつ書きなさい。

国民所得 Y　　Yield：生み出す，産出する　［補足］付加価値は生み出されたもの
（　Yield　），（　Yield　），（　Yield　）

消費 C　　Consumption：消費
（　Consumption　），（　Consumption　），
（　Consumption　）

投資 I　　Investment：投資
（　Investment　），（　Investment　），
（　Investment　）

政府支出 G　　Government expenditure：政府支出　［補足］Government spending でも OK
（　Government　）expenditure，
（　Government　）expenditure，
（　Government　）expenditure

輸出 EX　　Export：輸出　［補足］単に「E」や「X」と書くこともある。
（　Export　），（　Export　），（　Export　）

輸入 IM　　Import：輸入　［補足］単に「M」と書くこともある。
（　Import　），（　Import　），（　Import　）

純輸出 NE　　Net Export：純輸出　［補足］「NX」と書くこともある。
（　Net　）Export，（　Net　）Export，（　Net　）Export

(3)　次の用語の略語を書きなさい。

国民所得（ Y ）	消費（ C ）	投資（ I ）	政府支出（ G ）
輸出（ EX ）	輸入（ IM ）	純輸出（ NE ）	国民所得（ Y ）
政府支出（ G ）	輸出（ EX ）	消費（ C ）	輸入（ IM ）
投資（ I ）	純輸出（ NE ）	輸入（ IM ）	投資（ I ）
純輸出（ NE ）	政府支出（ G ）	輸出（ EX ）	消費（ C ）
国民所得（ Y ）	消費（ C ）	投資（ I ）	国民所得（ Y ）
政府支出（ G ）	輸入（ IM ）	純輸出（ NE ）	輸出（ EX ）

(4)　次の略語が表す用語を書きなさい。

Y	（　国民所得　）	C	（　消費　）	I	（　投資　）	G	（　政府支出　）
EX	（　輸出　）	IM	（　輸入　）	NE	（　純輸出　）	EX	（　輸出　）
C	（　消費　）	G	（　政府支出　）	IM	（　輸入　）	Y	（　国民所得　）
NE	（　純輸出　）	I	（　投資　）	C	（　消費　）	G	（　政府支出　）
IM	（　輸入　）	EX	（　輸出　）	Y	（　国民所得　）	NE	（　純輸出　）
I	（　投資　）	NE	（　純輸出　）	I	（　投資　）	G	（　政府支出　）
IM	（　輸入　）	C	（　消費　）	Y	（　国民所得　）	EX	（　輸出　）

(5)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 分配国民所得＝（　雇用者報酬　）＋営業余剰＋（　間接税　）
　－補助金＋（　固定資本減耗　）
2. 問題 1.の右辺において，近年，最も金額が大きい項目は（　雇用者報酬　）であり，次に金額が大きい項目は（　固定資本減耗　）である。
3. SNA における（　雇用者報酬　）とは雇用者に支払われる賃金のことである。
4. SNA における（　営業余剰　）とは企業の利潤と考えればよく，会計上の利益である営業利益に近い概念になる。
5. SNA における（　混合所得　）とは個人企業事業主の所得のことである。
6. （　間接税　）の具体例としては，消費税，酒税，たばこ税などが挙げられ，SNA では生産・輸入品に課される税と呼ばれる。
7. SNA における（　補助金　）とは，政府から生産者に交付され，生産費用の低下に伴い財の価格を低下させるものである。分配国民所得において控除される項目となっている。
8. SNA における（　固定資本減耗　）とは，建物や機械・設備などの固定資本が，生産の過程で劣化・破損することによる減耗分の評価額のことである。
9. 支出国民所得＝（　民間最終消費支出　）
　＋総固定資本形成＋政府最終消費支出＋（　在庫品増加　）
　＋輸出－（　輸入　）
10. 問題 9.の右辺において，近年，最も金額が大きい項目は（　民間最終消費支出　）であり，次に金額が大きい項目は（　総固定資本形成　）である。
11. 支出国民所得は国内総支出（略語：　GDE　）ともいう。
12. 三面等価の原則は，支出国民所得の式の中に（　在庫品増加　）があることで理論的には必ず成立する。このことを，三面等価の原則は事後的に成立すると表現する。
13. 在庫品増加＝（　意図せざる　）在庫投資＋（　意図した　）在庫投資

14. 支出国民所得＝民間消費 C ＋民間投資＋政府支出 G ＋在庫品増加＋輸出 EX －輸入 IM
ただし，政府支出 G ＝政府消費＋政府投資
としたとき，各項目は SNA において次のように対応している。
民間消費 C ：（ 民間最終消費支出 ）
民間投資＋政府投資 ：（ 総固定資本形成 ）
政府消費 ：（ 政府最終消費支出 ）
在庫品増加 ：在庫変動
輸出 EX ：財貨・サービスの輸出
輸入 IX ：財貨・サービスの輸入

15. 支出国民所得＝$C + I + G + EX - IM +$ 意図せざる在庫投資
とするとき，各変数は問題 14.に登場する用語と次のように対応している。(括弧内には SNA における用語を書き入れること)
（民間）消費 C ：（ 民間最終消費支出 ）
投資 I ：民間投資＋意図した在庫投資
政府支出 G ：（ 政府最終消費支出 ）＋政府投資
輸出 EX ：財貨・サービスの輸出
輸入 IM ：財貨・サービスの輸入

16. 雇用者報酬が 275，営業余剰が 106，純間接税が 43，固定資本減耗が 121 であるとき，国内総生産 GDP の値は（ 545 ）である。また，国内純生産 NDP の値は（ 424 ）であり，国内所得 DI の値は（ 381 ）である。このことから，国内所得 DI は雇用者報酬と営業余剰の和で表されることがわかる。GDP = 275 + 106 + 43 + 121 = 545
GDP − 減耗 = 545 − 121 = 424 = NDP，NDP − 純間接税 = 424 − 43 = 381 = DI

(6) 次の分配国民所得と支出国民所得の式を 2 回ずつ書きなさい。
分配国民所得 = 雇用者報酬 + 営業余剰 + 間接税 − 補助金 + 固定資本減耗
支出国民所得 = 民間最終消費支出 + 総固定資本形成 + 政府最終消費支出
+ 在庫品増加 + 輸出 − 輸入

① 分配国民所得 = 雇用者報酬 + 営業余剰 + 間接税 − 補助金 + 固定資本減耗

② 分配国民所得 = 雇用者報酬 + 営業余剰 + 間接税 − 補助金 + 固定資本減耗

① 支出国民所得 = 民間最終消費支出 + 総固定資本形成 + 政府最終消費支出
+ 在庫品増加 + 輸出 − 輸入

② 支出国民所得 = 民間最終消費支出 + 総固定資本形成 + 政府最終消費支出
+ 在庫品増加 + 輸出 − 輸入

(7)　次は日本の 2017 年暦年におけるデータ（名目値）である。以下の国民所得を求めなさい。ただし，単位は「兆円」である。（出所：内閣府）

雇用者報酬	275
営業余剰	106
間接税	46
補助金	3
固定資本減耗	121
統計上の不突合	0
海外からの要素所得	31
海外への要素所得	12

$\mathrm{GDP} = 275 + 106 + 46 - 3 + 121 + 0 = 545$

$\mathrm{GNI} = \mathrm{GDP} + $ 海外からの要素所得 $-$ 海外への要素所得

$= 545 + 31 - 12 = 564$

$\mathrm{NDP} = \mathrm{GDP} -$ 固定資本減耗 $= 545 - 121 = 424$

$\mathrm{NNP} = \mathrm{GNI} -$ 固定資本減耗 $= 564 - 121 = 443$

$\mathrm{DI} = \mathrm{NDP} -$ 純間接税 $= 424 - (46 - 3) = 381$

$\mathrm{NI} = \mathrm{NNP} -$ 純間接税 $= 443 - (46 - 3) = 400$

GDP：545，GNI：564，NDP：424，NNP：443，DI：381，NI：400

(8)　次は日本の 2016 年暦年におけるデータ（名目値）である。以下の国民所得を求めなさい。ただし，単位は「兆円」である。（出所：内閣府）

民間最終消費支出	300
総固定資本形成	106
政府最終消費支出	127
在庫品増加	0
輸出	87
輸入	82
固定資本減耗	120
間接税	45
補助金	3
海外からの要素所得	29
海外への要素所得	11

$\mathrm{GDP} = 300 + 106 + 127 + 0 + 87 - 82 = 538$

$\mathrm{GNI} = \mathrm{GDP} + $ 海外からの要素所得 $-$ 海外への要素所得

$= 538 + 29 - 11 = 556$

$\mathrm{NDP} = \mathrm{GDP} -$ 固定資本減耗 $= 538 - 120 = 418$

$\mathrm{NNP} = \mathrm{GNI} -$ 固定資本減耗 $= 556 - 120 = 436$

$\mathrm{DI} = \mathrm{NDP} -$ 純間接税 $= 418 - (45 - 3) = 376$

$\mathrm{NI} = \mathrm{NNP} -$ 純間接税 $= 436 - (45 - 3) = 394$

GDP：538，GNI：556，NDP：418，NNP：436，DI：376，NI：394

＜補足７＞ よくある間違い

ここまで，SNA とマクロ経済学の変数の対応関係を見てきたが，次の式のように対応を考えてしまうのはよくある間違いだ。

支出国民所得

$$= \underbrace{\text{民間最終消費支出}}_{\text{消費 } C} + \underbrace{\text{総固定資本形成}}_{\text{投資 } I} + \underbrace{\text{政府最終消費支出}}_{\text{政府支出 } G} + \underbrace{\text{在庫品増加}}_{\text{無視 or 投資 } I} + \underbrace{\text{輸出}}_{EX} - \underbrace{\text{輸入}}_{IM}$$

どこが間違っているかはこれまでの内容を確認してもらいたいが，間違っているポイントを簡単に書いておくと，①総固定資本形成≠投資 I，②政府最終消費支出≠政府支出 G，③在庫品増加を無視してはいけないし，意図した在庫投資が投資 I に含まれる。

2. 45 度線分析への準備

生産国民所得は「生産面の」国民所得であるので，総供給 Y^S と呼ぶことにしよう。また，

$$\text{生産国民所得} = \text{付加価値総額}(= \text{国内総生産 GDP})$$

であるので，

$$\text{総供給 } Y^S = \text{国民所得 } Y$$

と書くことにする。ここからはマクロ経済学の理論的な内容になるため，国民所得 Y は，GDP，GNP（GNI），NDP，NNP，DI，NI のいずれと考えてもいいが，通常は GDP と考える。また，正確には「実質」GDP である（後に物価 P が登場するが，名目 GDP は $P \cdot Y$ と書くことができる）。

次に，前節で学んだように，

$$\text{支出国民所得} = \text{消費 } C + \text{投資 } I + \text{政府支出 } G + \text{輸出 } EX - \text{輸入 } IM + \text{意図せざる在庫投資}$$

$$\text{総需要 } Y^D = \text{消費 } C + \text{投資 } I + \text{政府支出 } G + \text{輸出 } EX - \text{輸入 } IM$$

であった。（意図せざる在庫が総需要 Y^D には含まれていない）

これより，需要と供給が出揃ったことになる。

$$\text{総供給 } Y^S = \text{国民所得 } Y$$

$$\text{総需要 } Y^D = \text{消費 } C + \text{投資 } I + \text{政府支出 } G + \text{輸出 } EX - \text{輸入 } IM$$

これを**財市場**（生産物市場とも言う）における需要（総需要 Y^D ）と供給（総需要 Y^S ）と考えるのである。

ところで，三面等価の原則

$$\text{生産国民所得} = \text{支出国民所得}(= \text{分配国民所得})$$

より，

$$\text{総供給 } Y^S = \text{総需要 } Y^D$$

が成立すると考えてはいけない。なぜなら，総需要 Y^D には「意図せざる在庫投資」が含まれていないので，総供給 $Y^S =$ 総需要 Y^D になる保証はないのである。（つまり，財市場における需要と供給の一致は常に成立しているものではない（第 10 講で学ぶように，「数量調整」の結果, 財市場において需要と供給は一致する)。そもそも, 常に総供給 $Y^S =$ 総需要 Y^D となっていれば，財市場における需要と供給の分析，つまり，45 度線分析をする必要がなくなってしまう）

それでは，ここから総需要 $Y^D(= C + I + G + EX - IM)$の構成要素を見ていくことにするが，簡単化のため輸出 $EX -$ 輸入 IM を扱わないことにする。（もちろん，為替レートや貿易収支などの国際経済をテーマにする場合は，輸出 EX や輸入 IM が重要になってくるが，また別の機会に解説することとしたい）

（１）消費 C

2017 年暦年における支出国民所得（名目値）（単位：兆円）［再掲］

民間最終消費支出	302
総固定資本形成	130
政府最終消費支出	107
在庫変動	0
財貨・サービスの輸出	97
（控除）財貨・サービスの輸入	92
合計	545

出所：内閣府

上の表において，民間最終消費支出が消費 C に対応していることから，消費 C は GDP の約 6 割という大部分を占めていることがわかる。このことは，GDP の動きを考える上で消費 C の動きを考えることの重要性を表している。

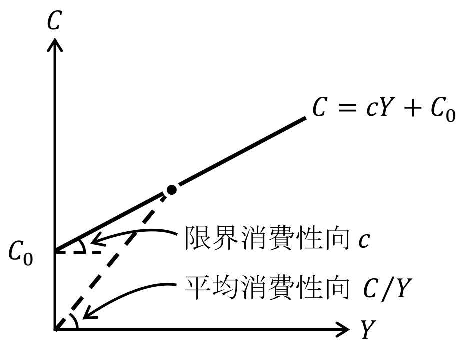
＊ 上の表は名目値なので，正確には（実質）民間最終消費支出が消費 C に対応する。

消費 C の動きを考えるために，**ケインズ型消費関数**

$$C = cY + C_0$$

ただし，c：限界消費性向（$0 < c < 1$；定数），C_0：基礎消費（定数）

がよく用いられる。



限界消費性向 c とは, 国民所得 Y が 1 単位増加したときの消費 C の増加分のことである。より具体的には，$c = 0.8$ であれば，日本の GDP が 1 億円増えたとき，日本の家計の消費額は年間合計で 8000 億円増加することになる。（ある人のお給料が 1 万円増えたときに，8000 円だけ消費を増やすと考えるのはわかりやすいが, 限界消費性向 c はマクロ経済の話をしているので，個人の話にすり替えるのは本来間違いである）

また，$0 < c < 1$ となる理由は，GDP が 1 億円増えたときに消費 C が以前よりも，減ることや 1 億円以上増えることはないだろうという仮定に基づくものである。

基礎消費 C_0（基礎的消費 C_0）とは，国民所得 Y がゼロ（$Y = 0$）であっても最低限必要な消費 C を表す。GDP が 0 になるケースはあり得ないが，理論上，貯金の取り崩しをしたり，生活保護を受けることで $Y = 0$ であっても消費をすることができる。

ケインズ型消費関数 $C = cY + C_0$ より，

$$平均消費性向：\frac{C}{Y}\left(= \frac{cY + C_0}{Y} = c + \frac{C_0}{Y}\right)$$

となり，**平均消費性向**とは，国民所得 1 単位当たりの消費 C のことである（もしくは，国民所得 Y に占める消費 C の割合）。ケインズ型消費関数において，「国民所得 Y が増加することによって平均消費性向が下がる」（理由は次の式）ことは重要な特徴である。

$$Y\uparrow \Rightarrow \frac{C_0}{Y\uparrow} \Rightarrow \frac{C_0}{Y}\downarrow \Rightarrow \frac{C}{Y}\downarrow$$

［ポイント］ケインズ型消費関数の特徴

1. 国民所得 Y が増えれば消費 C が増加する。
2. 限界消費性向 c は一定（定数）である。
3. 平均消費性向 C/Y は国民所得 Y が増えることで低下する。

＜補足８＞ クズネッツ型消費関数

ケインズ型消費関数に対して，**クズネッツ型消費関数**というものがある。

ケインズ型消費関数　：$C = cY + C_0$

クズネッツ型消費関数：$C = aY$

これらの式の違いは，それぞれの消費関数のグラフを書いたときに，原点を通るか通らないかの違い（クズネッツ型消費関数は，限界消費性向も平均消費性向も a という一定の値をとる）であるが，これらの消費関数の違いの重要性はそれだけにとどまらない。

数年という短期においては，ケインズ型消費関数が現実のデータによく当てはまり，数十年という長期においては，クズネッツ型消費関数が現実のデータによく当てはまることが，現実のデータを分析した結果，わかったのである。なぜこのようなことが起きるのかを説明する理論（**ライフサイクル仮説**や**恒常所得仮説**など）が次々と現れ，マクロ消費論争へと発展していった。

ちなみに，クズネッツ型消費関数を発見したサイモン・スミス・クズネッツ（1901－1985）はロシア生まれのアメリカの経済学者であり，初期の SNA の作成に貢献した人物である。**クズネッツ曲線**（一人当たり国民所得と不平等度の関係）も彼が発見し，これから派生した**環境クズネッツ曲線**（一人当たり国民所得と環境汚染の関係）というグラフもある。

（２）投資 I と政府支出 G

2017 年暦年における支出国民所得（名目値）（単位：兆円）［再掲］

民間最終消費支出	302
総固定資本形成	130
民間（民間投資）	102
公的（政府投資）	28
政府最終消費支出	107
在庫変動	0
財貨・サービスの輸出	97
（控除）財貨・サービスの輸入	92
合計	545

出所：内閣府

上の表において，民間投資＋在庫変動（意図した在庫投資）が投資 I に対応していることから，投資 I は GDP の約 2 割を占めていることがわかる。そのため，GDP の動きを考える上で投資 I の動きを考えることは重要である。しかし，第 10 講，第 11 講で学ぶ 45 度線分析では，単純化のため投資 I の値を定数（より正確には外生変数）として扱う。（後に学ぶ IS－LM 分析では投資 I も消費 C と同様に変数（より正確には内生変数）として扱っていく）

次に，上の表において，政府最終消費支出＋政府投資が政府支出 G に対応している。政府支出 G も GDP の約 2 割を占めていることがわかる。そのため，GDP の動きを考える上で政府支出 G の動きを考えることも重要ではあるが，政府支出 G は政府が直接操作できる値であることから，政府支出 G は値を定数（より正確には外生変数）として扱う。（IS－LM 分析においても政府支出 G は外生変数のままである）

＜補足９＞ 政府支出 G は外生変数

外生変数（や内生変数）については，第 0 講の**＜補足１０＞**で説明しているので詳細はそちらを見ていただくとして，ここでは，45 度線分析において「投資 I や政府支出 G を外生変数とする」ことの意味について，簡単に説明しておこう。

まず，**外生変数**とは数学上は定数として扱うが，自由に値を変化させて考えるために用いる変数である。そのため，「投資 I や政府支出 G を外生変数とする」とは，数学上は投資 I や政府支出 G を定数として扱うが，政策的に投資 I や政府支出 G の値を自由に変化させることができて，そうすることによって，国民所得 Y の値がどのように変化するかを考えていくということになる。確かに，政府支出 G は政府が直接操作することができるし，第 13 講で学ぶように日銀が金融政策を通じて利子率を変化させることで，投資 I も操作できると考えれば，投資 I や政府支出 G を外生変数としてもよいのである。

ところで，IS－LM 分析まで考えた場合は「投資 I は内生変数，政府支出 G は外生変数」になる。投資 I が内生変数になる理由は，利子率 r の値がモデルの中で決まり，その結果，投資 I の値も決まってくるため，投資 I はモデルの中で値が決まる**内生変数**になるのである。

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句や式を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 45 度線分析において総供給 Y^S の式は，$Y^S =$ （ Y ）と表すことができる。
2. 45 度線分析において総需要 Y^D の式は，$Y^D =$ （ $C + I + G$ ）$+ EX - IM$ と表すことができる。
3. 総需要 Y^D に意図せざる在庫投資は（ 含める /〇含めない ）。
4. $C = cY + C_0$ を（ ケインズ ）型消費関数といい，c は（ 限界消費性向 ），C_0 は（ 基礎消費 ）である。
5. 国民所得 Y が 1 単位増加したときの消費 C の増加分を（ 限界消費性向 ）という。また，国民所得 Y に占める消費 C の割合を（ 平均消費性向 ）という。
6. 消費関数を $C = cY + C_0$ とするとき，平均消費性向は，

$$\frac{C}{Y} = \frac{cY + C_0}{Y} = \left(\quad c + \frac{C_0}{Y} \quad \right)$$

と式で表すことができる。

7. 消費関数を $C = cY + C_0$ とするとき，国民所得 Y が増加すると，限界消費性向は，（ 上昇する /〇不変である / 低下する ）が，それに対して，平均消費性向は，（ 上昇する / 不変である /〇低下する ）。
8. 投資 I に機械・設備の導入にかかった費用は（〇含める / 含めない ）。
9. 投資 I に株式投資を行った金額は（ 含める /〇含めない ）。
10. 45 度線分析において，投資 I と政府支出 G は（ 内生変数 /〇外生変数 ）として扱う。　［補足］外生変数と内生変数は第 0 講の<補足１０>を参照すること

(2)　消費関数を $C = 0.8Y + 30$ とするとき，次の問いに答えなさい。

1. $Y = 300$ のとき，消費 C を求めなさい。

$C = 0.8 \cdot 300 + 30 = 240 + 30 = 270$

$C =$ 270

2. 基礎消費 C_0 を求めなさい。

$C_0 =$ 30

3. 限界消費性向 c を求めなさい。

$c =$ 0.8

4. $Y = 300$ のとき，平均消費性向 C/Y を求めなさい。

1.より，$C = 270$，$Y = 300$ であるので，$\frac{C}{Y} = \frac{270}{300} = 0.9$

$\frac{C}{Y} =$ 0.9

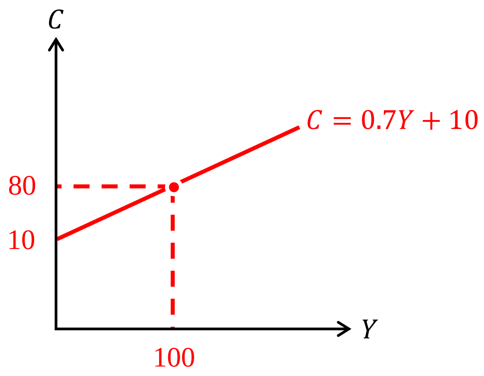
(3)　消費関数を $C = 0.7Y + 10$ とするとき，次の問いに答えなさい。

1.　$Y = 100$ のとき，消費 C を求めなさい。

$C = 0.7 \cdot 100 + 10 = 70 + 10 = 80$

$C =$ 80

2.　消費関数 C のグラフを書きなさい。ただし，切片の値と，$Y = 100$ における点の座標もグラフ中に書き込むこと。



3.　$Y = 100$ のとき，平均消費性向 C/Y を求めなさい。

1.より，$C = 80$，$Y = 100$ であるので，$\frac{C}{Y} = \frac{80}{100} = 0.8$

$\frac{C}{Y} =$ 0.8

4.　$Y = 150$ のとき，平均消費性向 C/Y を求めなさい。

$C = 0.7 \cdot 150 + 10 = 105 + 10 = 115$

$C = 115$，$Y = 150$ であるので，$\frac{C}{Y} = \frac{115}{150} = \frac{23}{30} (\fallingdotseq 0.77)$

$\frac{C}{Y} = \frac{23}{30}$

5.　$Y = 200$ のとき，平均消費性向 C/Y を求めなさい。

$C = 0.7 \cdot 200 + 10 = 140 + 10 = 150$

$C = 150$，$Y = 200$ であるので，$\frac{C}{Y} = \frac{150}{200} = \frac{3}{4} = 0.75$

$\frac{C}{Y} =$ 0.75

(4)　消費関数を $C = 0.8Y + 30$，投資を $I = 10$，政府支出を $G = 20$ とするとき，次の問いに答えなさい。

1.　総需要 $Y^D (= C + I + G)$ の式を書きなさい。

$Y^D = C + I + G = 0.8Y + 30 + 10 + 20 = 0.8Y + 60$

$Y^D =$ $0.8Y + 60$

2.　国民所得 Y が 150 における消費 C の値を求めなさい。

$C = 0.8Y + 30 = 0.8 \cdot 150 + 30 = 120 + 30 = 150$

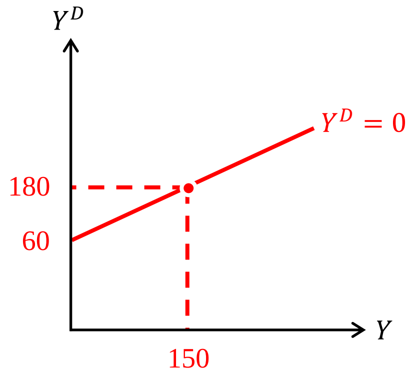
$C =$ 150

3.　国民所得 Y が 150 における総需要 Y^D の値を求めなさい。

$Y^D = 0.8Y + 60 = 0.8 \cdot 150 + 60 = 180$

$Y^D =$　180

4.　総需要 Y^D のグラフを書きなさい。ただし，切片の値と，$Y = 150$ における点の座標もグラフ中に書き込むこと。



(5)　消費関数を $C = 0.8Y + 50$，投資を $I = 20$，政府支出を G，$Y = 500$とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，G は外生変数である。

1.　$G = 10$であるとき，総需要 Y^D の値を求めなさい。

$Y^D = C + I + G = 0.8Y + 50 + 20 + 10 = 0.8Y + 80 = 0.8 \cdot 500 + 80 = 400 + 80 = 480$

$Y^D =$　480

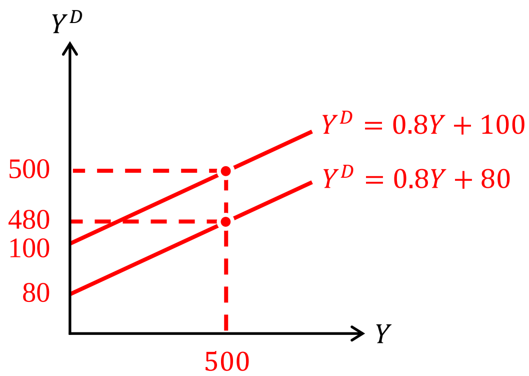
2.　$G = 30$であるとき，総需要 Y^D の値を求めなさい。

$Y^D = C + I + G = 0.8Y + 50 + 20 + 30 = 0.8Y + 100 = 0.8 \cdot 500 + 100 = 400 + 100 = 500$

$Y^D =$　500

3.　問題 1.と 2.における総需要 Y^D のグラフを書きなさい。ただし，それぞれの切片の値と，それぞれの $Y = 500$ における点の座標もグラフ中に書き込むこと。

（ヒント）2 本の直線が書かれることになる。



はじめよう経済学　－解答編－
第 10 講　45 度線分析(1)

今回から 45 度線分析を学んでいきます。45 度線分析を学べば「GDP がどうやって決まるのか」がわかります。しかし，今回学ぶ 45 度線分析はとても単純化されたものなので，GDP と金利（利子率）の関係までは考慮されていません。このような 45 度線分析の欠点は以降に学ぶ IS－LM 分析で補完されることになります。

ところで，45 度線分析の計算問題は連立方程式を解くくらいですのであまり苦労しないと思います。その分，45 度線分析の考え方をしっかりと理解することを意識しましょう。「計算問題は解けるけど，45 度線分析の意味はよくわからない…」だと中学校の数学の問題を解いていることとあまり変わらなくなってしまいます。特に，乗数効果が生じるメカニズムについてはよく理解してもらいたいなと思います。

＜第 10 講のノーテーション＞

Y：国民所得	C：消費	c：限界消費性向	C_0：基礎消費
I：投資	G：政府支出	EX：輸出	IM：輸入
Y^S：総供給	Y^D：総需要	Y^*：均衡国民所得	Y_F：完全雇用国民所得

［注意］限界消費性向 c は $0 < c < 1$ とする。

目次

＜補足一覧＞

1. 財市場の均衡

（１）均衡国民所得 Y^*

授業では，数値例で均衡国民所得 Y^* の求め方を学んだが，文字式のまま Y^* を求めてみることにしよう。

総供給 Y^S と総需要 Y^D の式は次のように表すことができた。

$$\begin{cases} Y^S = Y \\ Y^D = C + I + G \end{cases}$$

ただし，輸出 $EX = 0$，輸入 $IM = 0$ として海外部門は考えないとしている。このような経済を**閉鎖経済**，もしくは**封鎖経済**という。ちなみに，輸出入があって海外部門を考える場合を**開放経済**という。

均衡国民所得 Y^* とは，財市場が均衡する国民所得であったので，財市場の均衡を表す式である $Y^S = Y^D$ より，

$$Y^S = Y^D$$

$$Y = C + I + G \quad \text{：}\textbf{財市場均衡条件}$$

$$Y = cY + C_0 + I + G$$

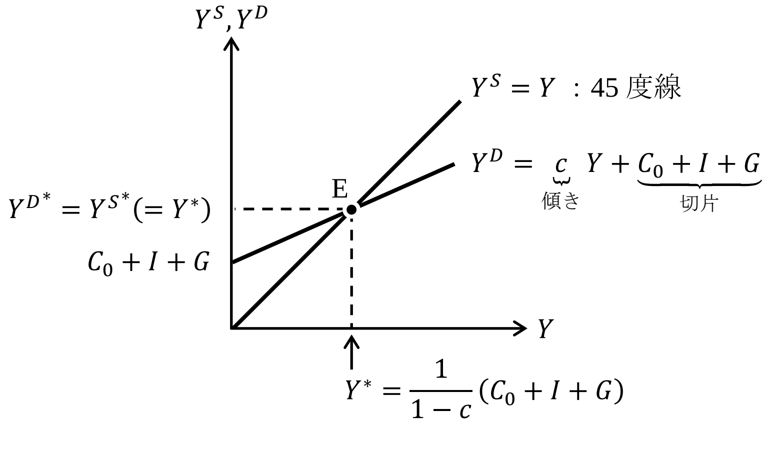
$$Y - cY = C_0 + I + G$$

$$(1 - c)Y = C_0 + I + G$$

$$\boxed{Y^* = \frac{1}{1 - c}(C_0 + I + G)}$$

＊ 実は，上式（6 本）のどの式を「財市場均衡条件」と呼んでもいい。
（どの式も変形しただけであるので，実質的には同じ式である）

このようにして，均衡国民所得 Y^* を文字式として得ることができるのである。これをグラフを用いて表現すれば次のようになる。

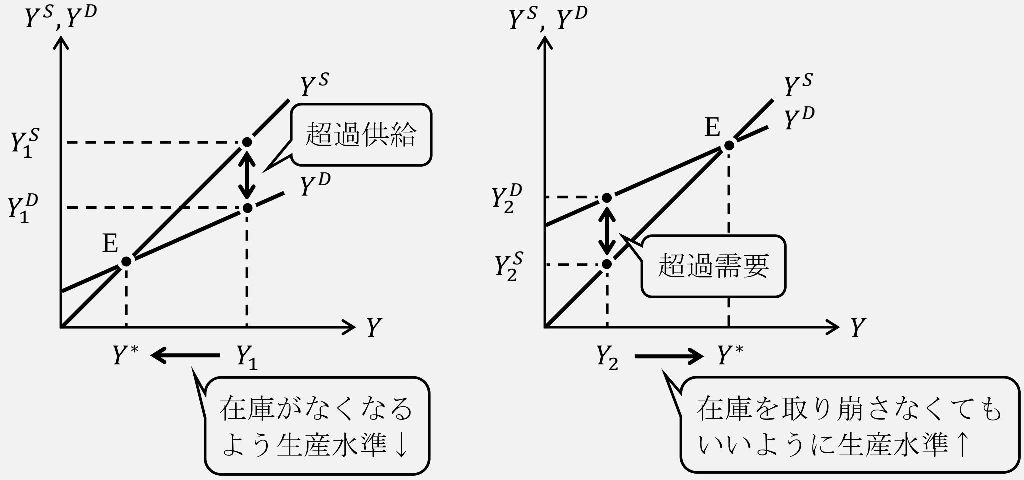


点 E においては，財市場における需要である総需要 Y^{D*} と供給である総供給 Y^{S*} が均衡国民所得 Y^* の水準で一致している。つまり，均衡国民所得 Y^* では財市場の需要と供給が一致しているということになるのである。ちなみに，点 E は**ケインジアン・クロス**と呼ばれる。

＜補足１＞ 在庫で調整される！

この補足が 45 度線分析において本質的に重要なところである。

次のグラフ，まずは左図を見てほしい。



（これらの図は次に学ぶデフレ・ギャップとインフレ・ギャップのグラフと似ているが，内容は違うので注意をしてほしい）

左図において，財の供給である総供給を $Y_1^S(=Y_1)$ の水準にすることを「仮に」考えてみる（「生産水準を Y_1 と考えてみる」と表現してもいい）。そうすると，（両矢印の長さだけの）超過供給が発生することがわかる（超過供給 $= Y_1^S - Y_1^D$）。これは財に対する需要よりも供給の方が多いことを示しているわけだが，この超過供給の正体はプラスの「意図せざる在庫」である。なぜこのように言えるのかというと，第 9 講で学んだ内容から，次の式は統計上（SNA 上）必ず成り立つ式（恒等式）であることがわかる。

$$Y^S = Y^D + \text{意図せざる在庫投資}$$

この式を財市場均衡条件と呼んではいけない。この式が成立するのは統計上当然であり，財の需要と供給が等しくなる財市場均衡条件 $Y^S = Y^D$ とは違うのである。

ここで，左図のように $Y^S > Y^D$ であり超過供給が生じている場合には，

$$\underbrace{Y^S}_{\text{大}} = \underbrace{Y^D}_{\text{小}} + \underbrace{\text{意図せざる在庫投資}}_{\text{プラス}}$$

このように，意図せざる在庫投資はプラスになっているのである。（現実には在庫投資は企業と政府がおこなうが，企業だけに着目をすると…）企業は意図せざる在庫投資を減らしたいので（売れ残りが生じると利潤が低下してしまう），生産水準を Y_1 から減少させて意図せざる在庫投資がなくなる点 E で生産計画を立てるのである。これを**数量調整**といい，45 度線分析では数量調整（つまり，企業の生産量 Y^S の調整）によって財市場で需要と供給が等しくなると考えるのである。これはミクロ経済学で学んできた，神の見えざる手（価格調整）とは考え方がまったく違う。ミクロ経済学では，需要と供給は価格によって調整されると考えたが，45 度線分析（ケインズの考え方）では，生産量の調整によって，需要と供給が調整されると考えるのである。ケインズは物価 P が変化しない「短期」における経済現象を考えることで，数量調整の考え方を採用したのである。

（前ページの）右図についてもコメントしておく。右図は，生産水準をY_2と考えた場合，超過需要$(=Y_2^D-Y_2^S)$が発生することがわかる。このような$Y^S<Y^D$においては，

$$\underbrace{Y^S}_{\text{小}}=\underbrace{Y^D}_{\text{大}}+\underbrace{\text{意図せざる在庫投資}}_{\text{マイナス}}$$

となっており，意図せざる在庫投資がマイナスになっているのである。これは，これまでに積み上げた在庫を取り崩さなければならない状況を表しているので，在庫を取り崩さなくてもよくなるような生産水準Y^*まで生産量を増加させる必要がある。よって，企業は生産水準をY_2から増加させて意図せざる在庫投資がなくなる点 E で生産計画を立てるのである。これも数量調整である。

まとめると，「企業は意図せざる在庫投資がなくなるように生産量Y^Sを調整（数量調整）することによって，財市場の需要（総需要Y^D）と供給（総供給Y^S）が等しくなる」というケインズの考えを表したのが 45 度線分析なのである。ちなみに，45 度線図を使ってケインズの考え方を説明できることを考案し（諸説あり），世の中に広めたのは著名なアメリカの経済学者であるポール・サミュエルソン（1915－2009）である。

（２）失業の分類

ケインズは失業を次の 3 つに分類した。

非自発的失業　：働く意思と能力があるにも関わらず，景気が悪いので失業している状態
⇒ つまり，働きたいけど働けない失業

自発的失業　：現行の賃金では働く意思がなく，自発的に（自分から）失業している状態
⇒ つまり，働く気がないから働いていない失業

摩擦的失業　：職探しや再就職に時間がかかることで，一時的に失業している状態

＜補足２＞ 構造的失業

ケインズは上記 3 つに失業を分類したが，他にも構造的失業というものがある。**構造的失業**とは，労働者の能力によって企業との間でミスマッチが起きることによる失業のことである（このことから構造的失業をミスマッチ失業ともいう）。つまり，パソコンが使えないからなかなか就職できないといったような失業のことである。本来，摩擦的失業と構造的失業は違うものと考えるべきであるが，教科書によっては，2 つを合わせて摩擦的失業と呼んだり，2 つを合わせて構造的失業と呼んだり，そもそも 2 つを区別していたりと，定まっていないことが多いので注意してもらいたい。

＜補足３＞ 完全雇用

より正確には，完全雇用とは生産要素がすべて活用されている状態を指している。つまり，（働く意思のある）労働Lだけでなく資本K（や土地）もすべて活用されている状態を完全雇用という。ただし，ここでは労働に関して完全雇用と考えてよい。なぜなら，（明示的に考えている）生産要素は労働しかなく，資本や土地は定数として考えているからである。

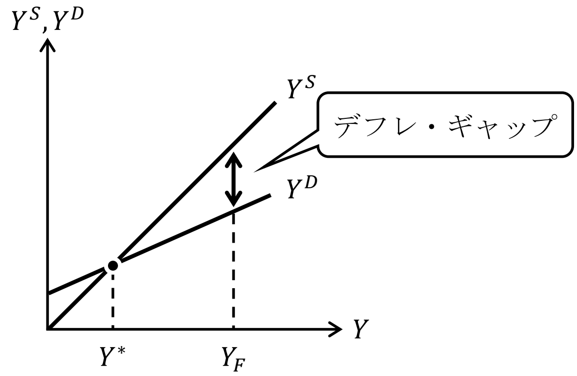
（３）完全雇用国民所得 Y_F

完全雇用とは，働きたいと思う人が全員雇われている状態，つまり，非自発的失業がない状態のことである。注意しなければいけないのは，完全雇用とは，全員が雇われている状態ではない。働く意思がない自発的失業は存在していたとしても，働きたいと思う人が全員雇われていれば完全雇用なのである。（より正確な説明は**＜補足３＞**へ）

完全雇用において実現する国民所得の大きさを**完全雇用国民所得** Y_F（Full employment : 完全雇用）という。完全雇用国民所得 Y_F とは，働きたい人が全員働いている状態における理想的な GDP であるので，生産水準を Y_F 以上増やすことはできない「生産能力の上限」と考えることができる。

（４）デフレ・ギャップ

完全雇用国民所得 Y_F のときに生じる超過供給の大きさを**デフレ・ギャップ**という。
これは図を書いて確認するとわかりやすい。



このとき，現在の国民所得（Y^*）が，完全雇用国民所得 Y_F より小さく，（非自発的）失業が発生しているような不況下にあるということになる。これは，もし物価が変化するのであれば，物価が下落する，つまり**デフレーション**（デフレ）になる状態である（ただし，ケインズは短期的には物価 P は不変と考えるので，まだ物価 P は下落していない）。そのため，現在の経済は，もし仮に完全雇用国民所得 Y_F まで生産したとすると，デフレ・ギャップ分の超過供給が発生するほど，需要が低いような不況下だということになる。

逆に，政府支出 G を増加させるなどしてデフレ・ギャップの分だけ総需要 Y^D を増やすことができれば，均衡国民所得 Y^* として完全雇用国民所得 Y_F が達成できるのである。

＜補足４＞ GDP ギャップ

デフレ・ギャップやインフレ・ギャップの他に GDP ギャップという言葉もある。比率で表示される GDP ギャップと金額で表示される GDP ギャップの 2 通りがある。

［比率表示の GDP ギャップ］

$$\text{GDP ギャップ（\%）} = \frac{Y^* - Y_F}{Y_F} \times 100$$

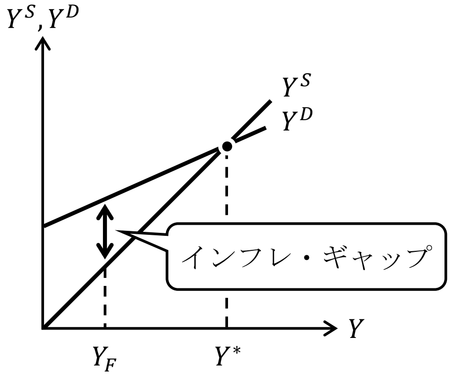
［金額表示の GDP ギャップ］

$$\text{GDP ギャップ（円）} = Y^* - Y_F$$

これらの式からデフレ・ギャップが生じているときはマイナスの値となり，インフレ・ギャップが生じているときはプラスの値をとることがわかる。

（５）インフレ・ギャップ

完全雇用国民所得 Y_F のときに発生する超過需要の大きさを**インフレ・ギャップ**という。これも図を書いて確認しておこう。



完全雇用国民所得 Y_F は生産能力の上限であったので，均衡国民所得 Y^* は実現できず，このとき，現在の国民所得は Y_F にあると考える。このとき，インフレ・ギャップ分の超過需要が発生しているような好況下にあるため，物価が上昇する，つまり**インレーション**（インフレ）が生じそうな状態であるということになる。

＜補足５＞ インフレとデフレ

第 8 講の**＜補足１２＞**で，物価とは簡単に言えば「あらゆる商品の価格の平均的な値」のことであり, 消費者物価指数 CPI, 企業物価指数 CGPI などがあるということを取り上げた。これら物価が上がることや下がることがインフレやデフレである。

インフレーション（インフレ ; inflation（膨張））とは，物価が持続的（通常は 2 年程度）に上昇することを言う。インフレの原因によって，2 つに分類される。①**ディマンド・プル・インフレ**（需要インフレ）:（景気が良くなるなどして）需要が高まることによって物価が上昇すること。良性のインフレと見なされることが多い，②**コスト・プッシュ・インフレ**（費用インフレ）: 原材料費や賃金などの費用（コスト）が上昇することによって物価が上昇すること。原材料費の上昇によるインフレは悪性のインフレと見なされ，賃金の上昇によるインフレは私たち消費者の賃金が上がっているので良性のインフレと見なされることが多い。

デフレーション（デフレ ; deflation（収縮））とは，物価が持続的（通常は 2 年程度）に下落することを言う。デフレは通常，不況による需要不足から，企業は販売不振となり価格を下げざるを得ないことに状況に陥っていると連想される（もちろん，技術進歩による物価の下落（デフレ）も考えられるが，デフレ経済下においては GDP が小さくなることが実際に観察されているので,「デフレ＝悪」と考えられることが多い)。また経済がデフレになるとデフレ・スパイラル（spiral：らせん）に陥りやすくなる。**デフレ・スパイラル**とは,

物価の下落（デフレ）⇒ 企業の売上高↓ ⇒ 賃金・雇用↓ ⇒ 消費↓
⇒ さらなるデフレ ⇒ …

となるような悪循環を意味している。

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1.　財市場を均衡させるような国民所得を（　均衡　）国民所得 Y^* という。

2.　閉鎖経済において，$Y = C + I + G$ を（　財市場均衡　）条件という。

3.　財の総供給を Y^S，総需要を Y^D とするとき，$Y^S > Y^D$ の状況下では，財市場で（　超過需要　/〇超過供給　）が発生しているので，総供給 Y^S（国民所得 Y）が（　増加　/〇減少　）することとなる。また，$Y^S < Y^D$ の状況下では，財市場で（〇超過需要　/　超過供給　）が発生しているので，総供給 Y^S が（〇増加　/　減少　）することとなる。

4.　45 度線分析では，（　価格　/〇数量　）調整により，総需要と総供給の不均衡が調整されると考える。

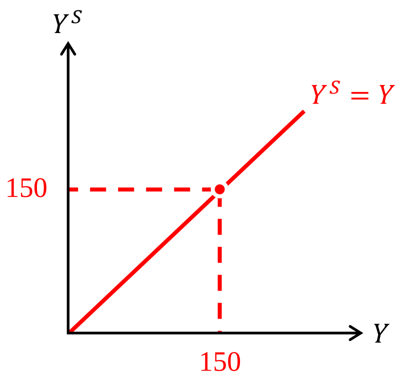
(2)　総供給を $Y^S = Y$，消費関数を $C = 0.8Y + 20$，投資を $I = 30$，政府支出を $G = 10$ とするとき（$EX = IM = 0$），次の問いに答えなさい。

1.　国民所得 Y が 150 における，総供給 Y^S の値を求めなさい。

$Y^S = Y = 150$

$Y^S =$　150

2.　総供給 Y^S のグラフを書きなさい。ただし，グラフ上に $Y = 150$ における点の座標も書き込むこと。



3.　総需要 Y^D の式を書きなさい。ただし，式には Y を含むこと。

$Y^D = C + I + G = 0.8Y + 20 + 30 + 10 = 0.8Y + 60$

$Y^D =$　$0.8Y + 60$

4.　国民所得 Y が 150 における，総需要 Y^D の値を求めなさい。

$Y^D = 0.8Y + 60 = 0.8 \cdot 150 + 60 = 180$

$Y^D =$　180

5.　1.と 4.より，国民所得 Y が 150 のときに発生する超過需要の値を求めなさい。

超過需要 $= Y^D - Y^S = 180 - 150 = 30$

超過需要 =　30

【例題】ある経済をマクロ経済モデルで表すと次のように書けたとする。均衡国民所得 Y^* の値を求め，グラフ中の括弧内に式や値を記入しなさい。

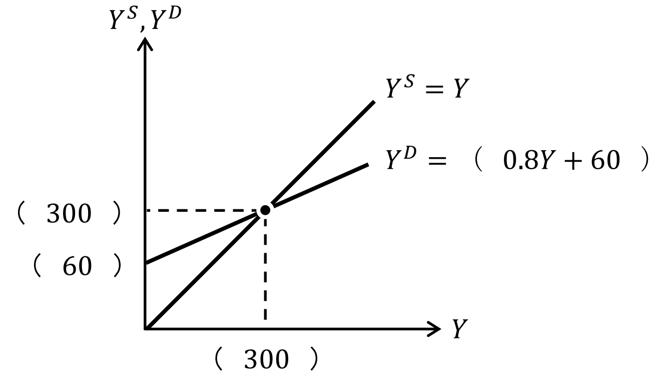
$$Y = C + I + G$$
$$C = 0.8Y + 10$$
$$I = 20$$
$$G = 30$$

（解答）

財市場均衡条件 $Y = C + I + G$ に消費関数 C，投資 I，政府支出 G を代入すると，

$$\underbrace{Y}_{Y^S} = \underbrace{C + I + G}_{Y^D}$$
$$Y = 0.8Y + 10 + 20 + 30$$
$$\underbrace{Y}_{Y^S} = \underbrace{0.8Y + 60}_{Y^D}$$
$$Y - 0.8Y = 60$$
$$0.2Y = 60$$
$$\frac{1}{5}Y = 60$$
$$Y^* = 5 \times 60 = 300$$

$Y^* =$ 300



＜補足６＞ マクロ経済体系

この例題でみた次のような連立方程式を**マクロ経済体系**という。経済学を勉強する上では，体系（システムともいう）とは連立方程式のことだと考えておけばよい。

$$Y = C + I + G$$
$$C = 0.8Y + 10$$
$$I = 20$$
$$G = 30$$

（これが連立方程式に見えない人は，第 0 講「8. 連立方程式」［方法②］代入法 を参照）

【問題】

(1)　ある経済をマクロ経済モデルで表すと次のように書けたとする。均衡国民所得 Y^* の値を求め，グラフ中の括弧内に式や値を記入しなさい。

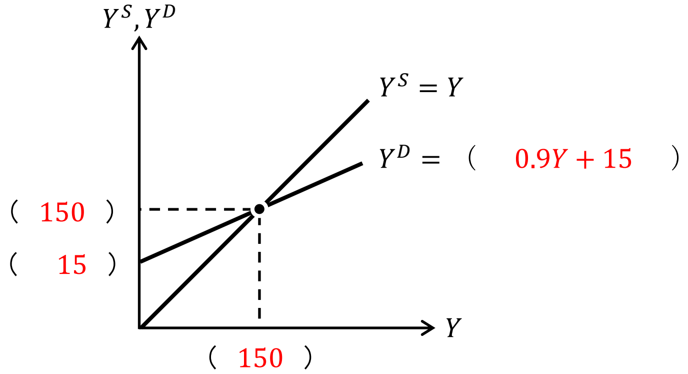
1.　$Y = C + I$

$C = 0.9Y + 5$

$I = 10$

$$Y = C + I = 0.9Y + 5 + 10 = \underbrace{0.9Y + 15}_{Y^D} \to 0.1Y = 15 \to \frac{1}{10}Y = 15 \to Y^* = 10 \cdot 15 = 150$$

$Y^* =$ 150



2.　$Y = C + I$

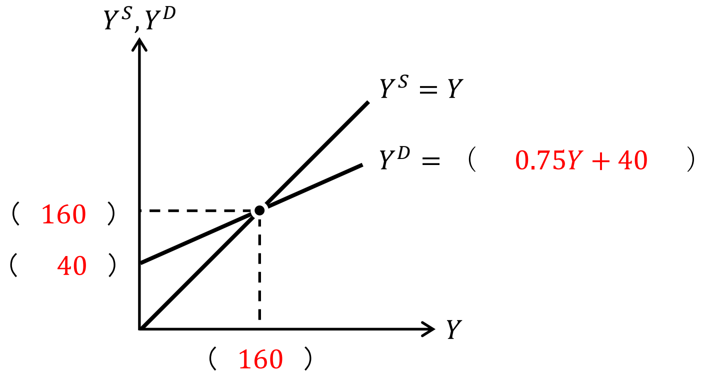
$C = 0.75Y + 15$

$I = 25$

$$Y = C + I = 0.75Y + 15 + 25 = \underbrace{0.75Y + 40}_{Y^D} \to 0.25Y = 40 \to \frac{1}{4}Y = 40 \to Y^* = 4 \cdot 40 = 160$$

＊ $0.25 = \frac{1}{4}$ や $0.75 = \frac{3}{4}$ は覚えておくとよい。

$Y^* =$ 160



3. $Y = C + I$

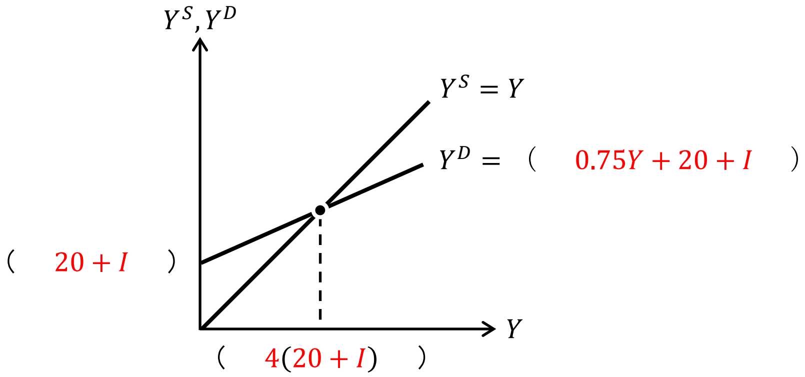
$C = 0.75Y + 20$

（ヒント）Y^* の式の中に I が入ったままの答えになる。

$$Y = C + I = \underbrace{0.75Y + 20 + I}_{Y^D} \rightarrow 0.25Y = 20 + I \rightarrow \frac{1}{4}Y = 20 + I \rightarrow Y^* = 4(20 + I)$$

＊ $Y^* = 80 + 4I$ と解答してもよい。

$Y^* =$ $4(20 + I)$



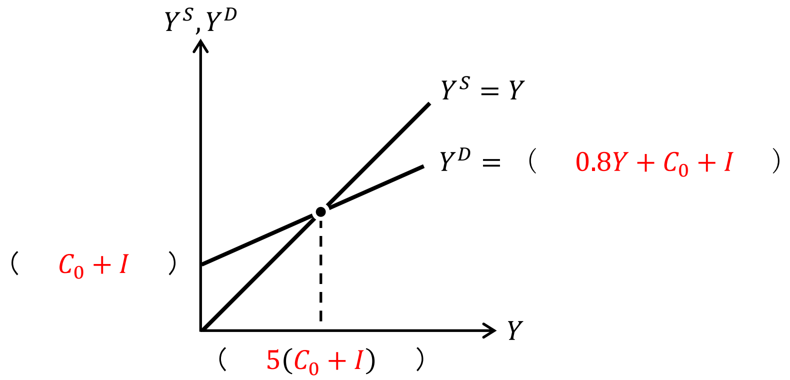
4. $Y = C + I$

$C = 0.8Y + C_0$

（ヒント）Y^* の式の中に C_0 と I が入ったままの答えになる。

$$Y = C + I = \underbrace{0.8Y + C_0 + I}_{Y^D} \rightarrow 0.2Y = C_0 + I \rightarrow \frac{1}{5}Y = C_0 + I \rightarrow Y^* = 5(C_0 + I)$$

$Y^* =$ $5(C_0 + I)$



5. $Y = C + I$

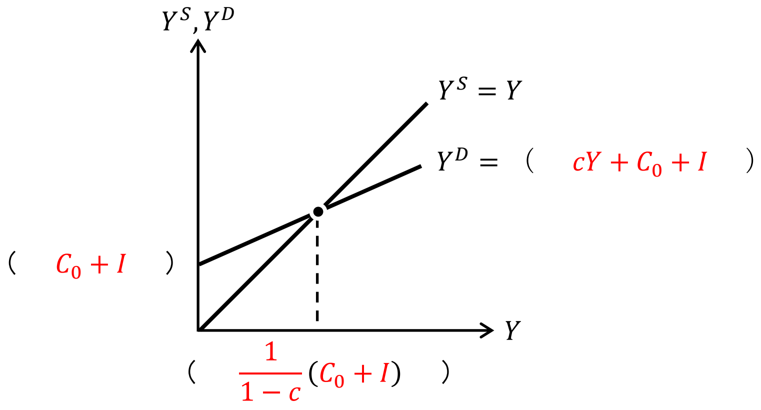
$C = cY + C_0$

$Y = C + I = \underbrace{cY + C_0 + I}_{Y^D} \rightarrow Y - cY = C_0 + I \rightarrow (1-c)Y = C_0 + I \rightarrow Y^* = \dfrac{1}{1-c}(C_0 + I)$

［補足］

$Y^* = \dfrac{C_0 + I}{1-c}$ではなく，$Y^* = \dfrac{1}{1-c}(C_0 + I)$と答えた方がよい。**＜補足８＞**より$\dfrac{1}{1-c}$は投資乗数になるのだが，経済学では，このような経済学的に意味のある個所がわかりやすいように，式の形を整えておくことはよくあるからである。

$Y^* = \dfrac{1}{1-c}(C_0 + I)$



6. $Y = C + I + G$

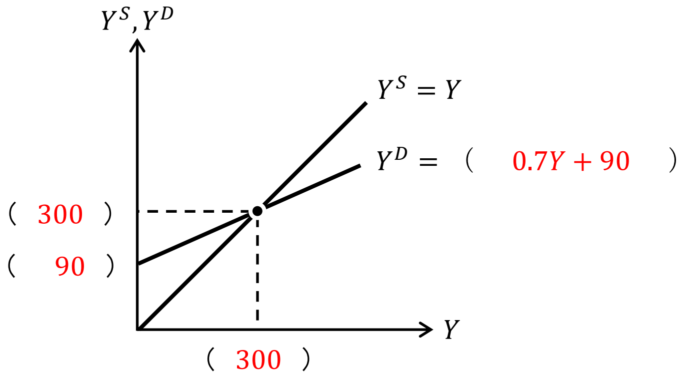
$C = 0.7Y + 20$

$I = 40$

$G = 30$

$Y = C + I + G = 0.7Y + 20 + 40 + 30 = \underbrace{0.7Y + 90}_{Y^D} \rightarrow 0.3Y = 90 \rightarrow Y^* = \dfrac{10}{3} \cdot 90 = 300$

$Y^* =$ 300



7. $Y = C + I + G$

$C = 0.75Y + 30$

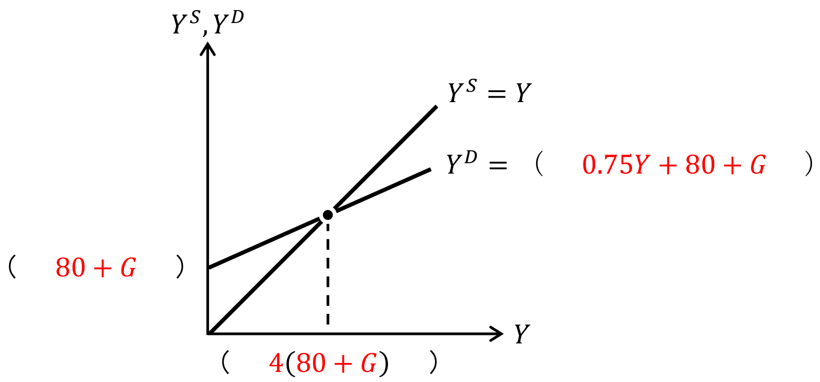
$I = 50$

（ヒント）Y^* の式の中に G が入ったままの答えになる。

$Y = C + I + G = 0.75Y + 30 + 50 + G = \underbrace{0.75Y + 80 + G}_{Y^D} \rightarrow 0.25Y = 80 + G$

$\rightarrow \frac{1}{4}Y = 80 + G \rightarrow Y^* = 4(80 + G)(= 320 + 4G)$

$Y^* =$ $4(80 + G)$



8. $Y = C + I + G$

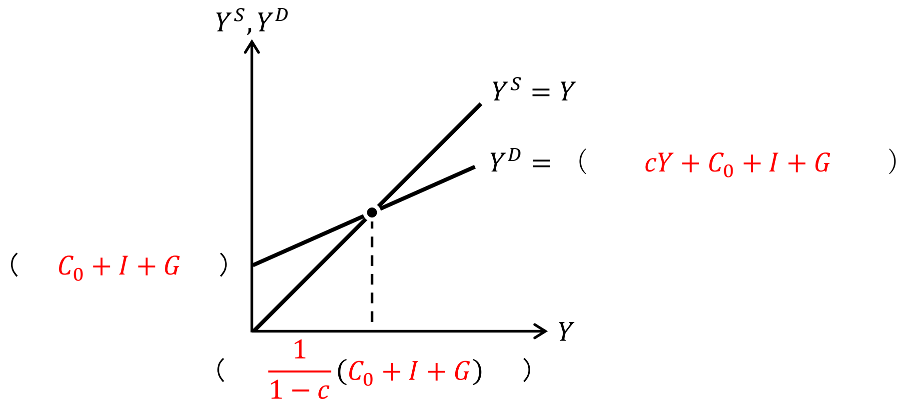
$C = cY + C_0$

$Y = C + I + G = \underbrace{cY + C_0 + I + G}_{Y^D} \rightarrow Y - cY = C_0 + I + G \rightarrow (1 - c)Y = C_0 + I + G$

$\rightarrow Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I + G)$

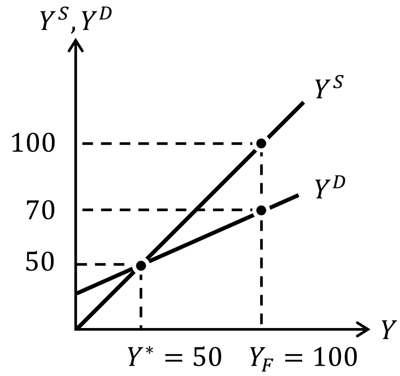
＊ p.2 と同じである。

$Y^* =$ $\frac{1}{1-c}(C_0 + I + G)$

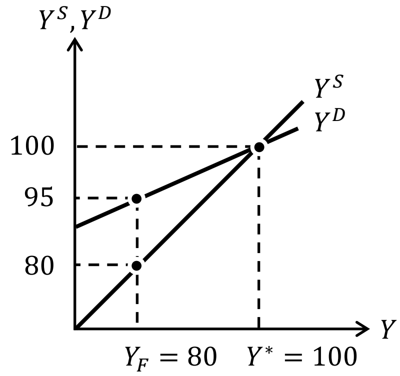


(2)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句や値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. （　非自発的　）失業とは，働く意思と能力があるにも関わらず，景気が悪いので失業している状態をいう。
2. （　自発的　）失業とは，現行の賃金で働く意思がなく，自ら失業している状態をいう。
3. （　摩擦的　）失業とは，職探し中などで一時的に失業している状態をいう。
4. 非自発的失業がない状態を（　完全雇用　）といい，そのときに実現する国民所得の大きさを（　完全雇用国民所得　）Y_F という。
5. デフレ・ギャップとは，（　均衡国民所得　/〇完全雇用国民所得　）において生じる（　超過需要　/〇超過供給　）の大きさである。下のグラフにおいて，デフレ・ギャップは（値：　30　）である。　$100 - 70 = 30$



6. 5.のグラフにおいて，GDP ギャップは金額表示で（値：　-50　）であり，比率表示では（値：　-50　）%である。$Y^* - Y_F = 50 - 100$，$(Y^* - Y_F)/Y_F \times 100 = -50/100 \times 100$
7. インフレ・ギャップとは，（　均衡国民所得　/〇完全雇用国民所得　）において生じる（〇超過需要　/　超過供給　）の大きさである。下のグラフにおいて，インフレ・ギャップは（値：　15　）である。　$95 - 80 = 15$



8. 7.のグラフにおいて，GDP ギャップは金額表示で（値：　20　）であり，比率表示では（値：　25　）%である。　$Y^* - Y_F = 100 - 80$，$(Y^* - Y_F)/Y_F \times 100 = 20/80 \times 100$

(3)　ある経済をマクロ経済モデルで表すと次のように書けたとする。均衡国民所得 Y^* とデフレ・ギャップを求め，グラフ中の括弧内に値を記入しなさい。

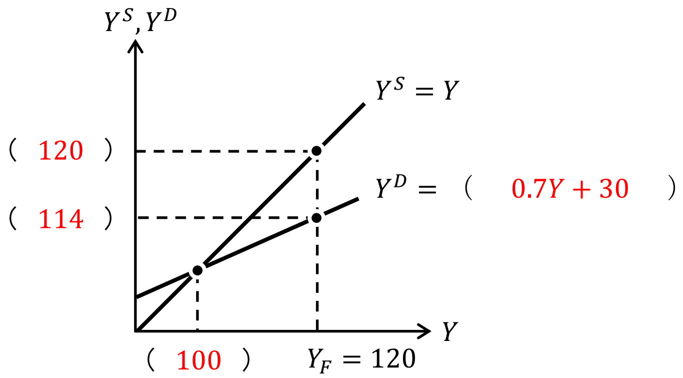
$$Y = C + I$$
$$C = 0.7Y + 10, \quad I = 20$$
$$Y_F = 120$$

$Y = C + I = 0.7Y + 10 + 20 = \underbrace{0.7Y + 30}_{Y^D} \rightarrow 0.3Y = 30 \rightarrow Y^* = \frac{10}{3} \cdot 30 = 100$

$Y_F = 120$ のとき，$Y^S = 120$，$Y^D = 0.7 \cdot 120 + 30 = 84 + 30 = 114$ より，

デフレ・ギャップ $= Y^S - Y^D = 120 - 114 = 6$

$Y^* =$ 100　，デフレ・ギャップ $=$ 6



(4)　ある経済をマクロ経済モデルで表すと次のように書けたとする。均衡国民所得 Y^* とインフレ・ギャップを求め，グラフ中の括弧内にも値を記入しなさい。

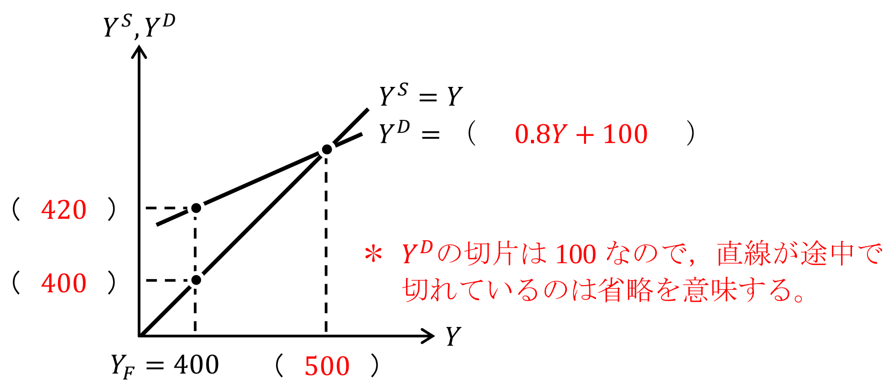
$$Y = C + I + G$$
$$C = 0.8Y + 20, \quad I = 50, \quad G = 30$$
$$Y_F = 400$$

$Y = C + I + G = 0.8Y + 20 + 50 + 30 = \underbrace{0.8Y + 100}_{Y^D} \rightarrow 0.2Y = 100 \rightarrow Y^* = 5 \cdot 100 = 500$

$Y_F = 400$ のとき，$Y^S = 400$，$Y^D = 0.8 \cdot 400 + 100 = 320 + 100 = 420$ より，

インフレ・ギャップ $= Y^D - Y^S = 420 - 400 = 20$

$Y^* =$ 500　，インフレ・ギャップ $=$ 20



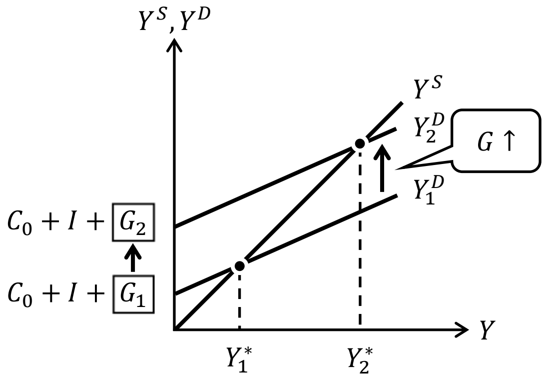
2. 乗数効果(1)

（１）有効需要の原理

有効需要とは有効に機能する需要，つまり，お金がある（貨幣的裏付けがある）上での需要のことである。(お金を持っていなくてもあれこれ欲しいと需要（欲求）することはできる。これは有効に機能しない需要であるが，通常，（ミクロ経済学も含め）経済学で需要と言えば有効需要のことを指している）

これを踏まえ，**有効需要の原理**とは「生産水準は需要の大きさで決まる」という考え方である。45 度線分析はまさに有効需要の原理に基づく考え方になっている。ではなぜそう言えるのか，理由を見ていくことにしよう。

下のグラフは政府支出 G が，G_1 から G_2 へと増加した状況を表している。(このグラフを理解するために手順を踏んで見ていくことにしよう）



Step1　元の総需要の式は $Y_1^D = cY + \underbrace{C_0 + I + G_1}_{\text{切片}}$ である

Step2　政府支出 G の増加で Y_1^D の切片が上昇する（傾き c は不変のまま）

Step3　そのため，Y_1^D は上に平行シフトし $Y_2^D = cY + C_0 + I + G_2$ へと変化する

Step4　均衡国民所得は Y_1^* から Y_2^* へと増加する

Step1 から Step4 まで見たが，簡単にまとめてしまうと，

「政府支出 G の増加で均衡国民所得（GDP）が増加する」

ということである。

さて，政府支出 G は総需要 Y^D の構成項目の 1 つであった。

$$Y^D = C + I + \boxed{G}$$

このような総需要 Y^D の構成項目が変化することで，均衡国民所得 Y^* が増加したり減少したりすることがわかったわけである。

この Step1 から Step4 の考え方こそ，45 度線分析は，「生産水準（国民所得）は（総）需要の大きさで決まる」という有効需要の原理に基づいて考えられていることを表しているのである。

＜補足７＞ セイの法則

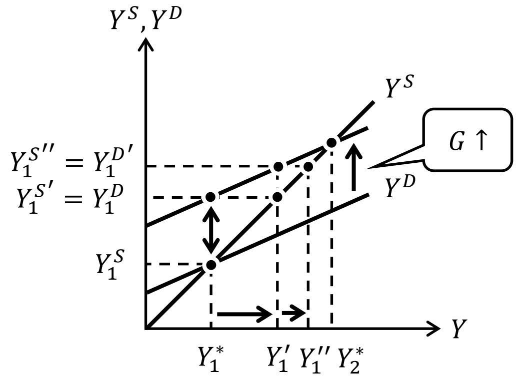
ケインズ以前の経済学を**古典派経済学**（ミクロ経済学とほぼ同じと考えればいい）というが，ケインズが有効需要の原理を主張したのに対し，古典派は「**供給は自ら需要を生み出す**」という**セイの法則**（セーの法則）を支持していた。ちなみに，セイの法則はフランスの経済学者ジャン＝バティスト・セイ（1767－1832）が考案した法則である。

ケインズ：有効需要の原理　　（新）古典派：セイの法則

「供給は自ら需要を生み出す」とは，例えば，農作物を作り過ぎたとしても，超過供給で価格が下落することにより，すべて売り切ることができるというように，価格が上手く調整されることで，供給量はすべて需要量と等しくなる。つまり，供給が需要を生み出すという考え方を表している。このようなセイの法則は「**供給側を重要視する考え方**」であるのに対し，ケインズの有効需要の法則は，有効需要（総需要 Y^D ）の大きさが国民所得（総供給 Y^S ）の水準を決定するというように「**需要側を重要視する考え方**」なのである。

（２）乗数効果

授業でも乗数効果を説明したが，ここでは具体的な数値例ではなく，より一般的に乗数効果を説明していくことにしよう。



Step1　政府支出 G の増加で Y^D のグラフが上シフトする

Step2　政府支出 G の増加直後は，超過需要（ $Y_1^D > Y_1^S$ ）が生じていることになる

Step3　企業は Y_1^S と Y_1^D を一致させるため，総供給 Y_1^S を $Y_1'(= Y_1^D)$ まで増加させる

⇒ これによって，総供給は $Y_1^{S'}(= Y_1' = Y_1^D)$ となる。

＊ Y^S のグラフは 45 度線なので，45 度線を境に横軸と縦軸の値は同じ。

Step4　生産水準 Y_1' になったが，再び，超過需要（ $Y_1^{D'} > Y_1^{S'}$ ）が生じていることに気付く

Step5　企業は $Y_1^{S'}$ と $Y_1^{D'}$ を一致させるため，総供給 $Y_1^{S'}$ を $Y_1''\left(= Y_1^{D'}\right)$ まで増加させる

⇒ これによって，総供給は $Y_1^{S''}\left(= Y_1'' = Y_1^{D'}\right)$ となる。

Step6　生産水準 Y_1'' になったが，再び，超過需要が生じていることに気付く

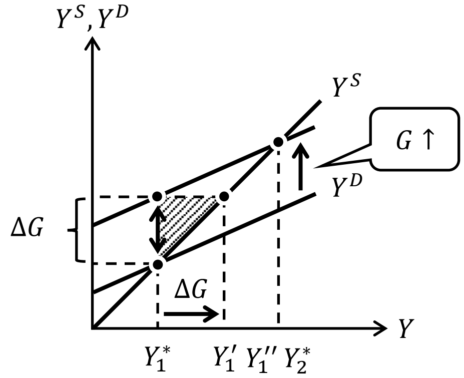
（繰り返し）

Step7　最終的に，生産水準は Y_2^* になり，財市場の（総）需要と（総）供給が一致する

＊ このような数量調整は瞬時に行われると仮定されている。

前ページで見たような，政府支出Gが上昇することで均衡国民所得がY_1^*からY_2^*まで上昇することが乗数効果の一例であるが，これがなぜ乗数効果と呼ばれるのか，その理由を見ていこう。

まず，**乗数効果**とは「有効需要を増加（減少）させたときに，その増加させた額より大きく国民所得が上昇（下落）すること」であるが，先の例に当てはめれば，政府支出の増加をΔGとしたとき，均衡国民所得はそれ以上に増加したということになる。これを確認するために，前ページの図を簡略化した下図を見て欲しい。



この図の中の斜線部の三角形は直角二等辺三角形（それぞれの角は，90度，45度，45度）であるので，$Y_1' - Y_1^* = \Delta G$になることはわかるだろうか。

いま，均衡国民所得はY_1^*からY_2^*まで上昇したということは，上図からもこの上昇はΔGよりも大きいことがわかるのである。

ここで，不思議に思わないだろうか？乗数効果とは，例えば「政府支出を1億円だけ増加させた（1億円分の公共事業をした）ときに，GDPは5億円も増えますよ」と言っているようなものである。そんな夢物語のようなことがどうして起きるのだろうか。

この理屈を，手順を踏みながら説明しておこう。（グラフを使った説明は授業でしている）ただし，前提として限界消費性向$c = 0.8$としておく。

Step1　政府支出Gを1（億円）だけ増やす

［例］1億円の公共事業をする。

Step2　国民所得Yが1だけ増加（$\boxed{Y} = C + I + \boxed{G}$より，$G$が1増えれば，$Y$も1増える）

［例］公共事業で雇われた人の所得が1億円増える。

Step3　$c = 0.8$より，消費Cが0.8だけ増える

［例］増えた1億円の所得のうち，8000万円を消費に回す。

Step4　国民所得Yが0.8だけ増加（$\boxed{Y} = \boxed{C} + I + G$より，$C$が0.8↑で，$Y$も0.8↑）

［例］消費に回った8000万円は誰かの所得になる。

Step5　$c = 0.8$より，消費Cが$0.8 \times 0.8 = 0.64$だけ増える

［例］増えた8000万円の所得のうち，6400万円を消費に回す。

Step6　国民所得Yが0.64だけ増加（$\boxed{Y} = \boxed{C} + I + G$より，$C$が0.64↑で，$Y$も0.64↑）

Step7　$c = 0.8$より，消費Cが$0.64 \times 0.8 = 0.512$だけ増える

Step8　国民所得Yが0.512だけ増加　（以降，繰り返し）

ここで，国民所得 Y が増加している Step2, 4, 6, 8 だけを抜き出したとき，国民所得の増加 ΔY は，

$$\Delta Y = 1 + 0.8 + 0.64 + 0.512 + \cdots \left(= \frac{1}{1-c} = \frac{1}{1-0.8} = \frac{1}{0.2} = \frac{1\times 10}{0.2\times 10} = \frac{10}{2} \right) = 5\text{（億円）}$$

＊ 無限に続く等比数列の和の考え方を使った。詳しくは第 0 講「12. 数列」を参照

というように，政府支出 G を 1 億円だけ増やしたときに，（均衡）国民所得 Y は 5 億円だけ増加することがわかるのである。

つまり，人々の所得は G が増えた分の 1 億円だけ増えるのではなくて，その後，増えた所得が消費に回されていくことで，また誰かの所得が増え，それが消費に回り，また誰かの所得が増え…，を繰り返すことで，政府が公共事業で支出した 1 億円分以上の GDP が増えるのである。

ところで，乗数の「乗」とは「かけ算（乗法）」を意味する。これより，「乗数」とは「かける数」を意味し，確かに，先の例でも増やした G の「5 倍」だけ Y が増加したので，「乗数」効果というネーミングの意味が伝わってくるであろう。

また，乗数効果は，

$$Y = C + I + G + EX - IM$$

より，政府支出 G の増加だけでなく，投資 I の増加，輸出 EX の増加，輸入 IM の減少（，基礎消費 C_0 の増加）によっても発生するが，政府支出 G の増加や投資 I の増加による乗数効果に着目することが多い。

【問題】次の文章中の括弧内に入る適切な語句や数値を書きなさい。

1. 経済学者のケインズは，（　有効需要　）の大きさが，国民所得の水準を決定するという（　有効需要　）の原理を提唱し，財市場では，（　数量　）調整により，不均衡が調整されるとした。
2. （　古典　）派は，供給は自ら需要を生み出すという（　セイ　）の法則を支持した。
3. 総需要 $Y^D = 10$，総供給 $Y^S = 5$ であるとき，有効需要の原理によると，結果的に $Y^D = Y^S =$ （　10　）になると考え，セイの法則によると，結果的に $Y^D = Y^S =$ （　5　）になると考える。
4. 政府支出 G や投資 I などの変化が，その数倍の国民所得の変化をもたらすことを（　乗数　）効果という。
5. 政府支出 G が 1 単位増加することで，総需要 Y^D が 1 単位増加し，総供給 Y^S（国民所得 Y）が 1 単位増加する。限界消費性向を $c = 0.8$ とすると，国民所得 Y が 1 単位増加することで，消費 C が（　0.8　）単位増加する。これにより，総需要 Y^D が（　0.8　）単位増加し，総供給 Y^S（国民所得 Y）が（　0.8　）単位増加する。これより，国民所得 Y が（　0.8　）単位増加したことで，消費 C はさらに（　0.64　）単位増加する。これにより，総需要 Y^D が（　0.64　）単位増加し，総供給 Y^S（国民所得 Y）が（　0.64　）単位増加する。このように連鎖していくことで，乗数効果が発生するのである。

【例題】マクロ経済モデルが $Y=C+I+G$，$C=0.9Y+10$，$I=30$，$G=20$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1. 均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

（解答）

財市場均衡条件 $Y=C+I+G$ より，

$Y=0.9Y+10+30+20=0.9Y+60 \rightarrow 0.1Y=60 \rightarrow Y^*=10\times 60=600$

$Y^*=$ 600

2. I のみが 1 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

（解答）

$I=30+1=31$ になることから，財市場均衡条件 $Y=C+I+G$ より，

$Y=0.9Y+10+31+20=0.9Y+61 \rightarrow 0.1Y=61 \rightarrow Y^*=10\times 61=610$

よって，$\Delta Y=610-600=10$（デルタ Δ は変化分を表している。第 0 講や第 2 講を参照）

$\Delta Y=$ 10

3. G のみが 1 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

（解答）

$G=20+1=21$ になることから，財市場均衡条件 $Y=C+I+G$ より，

$Y=0.9Y+10+30+21=0.9Y+61 \rightarrow 0.1Y=61 \rightarrow Y^*=10\times 61=610$

よって，$\Delta Y=610-600=10$（必ず 2.の答えと等しくなる。理由は＜**補足９**＞へ）

$\Delta Y=$ 10

4. G のみが 5 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

（解答）

$G=20+5=25$ になることから，財市場均衡条件 $Y=C+I+G$ より，

$Y=0.9Y+10+30+25=0.9Y+65 \rightarrow 0.1Y=65 \rightarrow Y^*=10\times 65=650$

よって，$\Delta Y=650-600=50$

$\Delta Y=$ 50

5. 完全雇用国民所得 $Y_F=700$ とするとき，これを達成するために増加させるべき政府支出の額 ΔG を求めなさい。

（解答）

$G=20+\Delta G$ になることから，財市場均衡条件 $Y=C+I+G$ より，

$Y=0.9Y+10+30+20+\Delta G=0.9Y+60+\Delta G \rightarrow 0.1Y=60+\Delta G \rightarrow Y^*=10(60+\Delta G)$

この均衡国民所得 Y^* の値が $Y_F=700$ となれば良いので，

$10(60+\Delta G)=700 \rightarrow 60+\Delta G=70 \rightarrow \Delta G=10$

$\Delta G=$ 10

【問題】

(1)　マクロ経済モデルが $Y = C + I$，$C = 0.75Y + 10$，$I = 20$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y = 0.75Y + 10 + 20 \rightarrow 0.25Y = 30 \rightarrow Y^* = 4 \cdot 30 = 120$

$Y^* =$ 120

2.　I のみが 1 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

$Y = 0.75Y + 10 + 21 \rightarrow 0.25Y = 31 \rightarrow Y^* = 4 \cdot 31 = 124$

よって，$\Delta Y = 124 - 120 = 4$　（別解）$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}\Delta I = \dfrac{1}{1-0.75}\Delta I = \boxed{4} \cdot \Delta I = 4 \cdot 1 = 4$

$\Delta Y =$ 4

3.　I のみが 5 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

$Y = 0.75Y + 10 + 25 \rightarrow 0.25Y = 35 \rightarrow Y^* = 4 \cdot 35 = 140$

よって，$\Delta Y = 140 - 120 = 20$　（別解）$\Delta Y = \boxed{4} \cdot \Delta I = 4 \cdot 5 = 20$

$\Delta Y =$ 20

4.　2.より，増加した I の値に対して，均衡国民所得 Y^* の増加額は何倍であるか求めなさい。

2.では増加した I の値が 1 であるのに対して，Y^* の増加額は 4 であるので，4 倍である。

（別解）投資乗数 $\dfrac{1}{1-c} = \dfrac{1}{1-0.75} = 4$ より，答えは 4 倍となる。

4　倍

5.　3.より，増加した I の値に対して，均衡国民所得 Y^* の増加額は何倍であるか求めなさい。

3.では増加した I の値が 5 であるのに対して，Y^* の増加額は 20 であるので，4 倍である。

（別解）投資乗数 $= 4$ より，答えは 4 倍となる。つまり，4.と答えが同じである。

4　倍

6.　完全雇用国民所得 $Y_F = 140$ とするとき，これを達成するために必要な投資の増加額 ΔI を求めなさい。

$Y = 0.75Y + 10 + 20 + \Delta I \rightarrow 0.25Y = 30 \rightarrow Y^* = 4(30 + \Delta I)$

$Y^* = Y_F = 140$ になる必要があるので，$140 = 4(30 + \Delta I) \rightarrow 35 = 30 + \Delta I \rightarrow \Delta I = 5$

（別解）$Y^* = 120$ から $Y_F = 140$ へは $\Delta Y = 20$ より，$\Delta Y = 4 \cdot \Delta I \rightarrow 20 = 4 \cdot \Delta I \rightarrow \Delta I = 5$

$\Delta I =$ 5

(2)　マクロ経済モデルが $Y = C + I$，$C = 0.8Y + 15$，$I = 35$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y = 0.8Y + 15 + 35 \ \rightarrow\ 0.2Y = 50 \ \rightarrow\ Y^* = 5 \cdot 50 = 250$

$Y^* =$ 250

2.　I のみが 1 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

$Y = 0.8Y + 15 + 36 \ \rightarrow\ 0.2Y = 51 \ \rightarrow\ Y^* = 5 \cdot 51 = 255$

よって，$\Delta Y = 255 - 250 = 5$　（別解）$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}\Delta I = \dfrac{1}{1-0.8}\Delta I = 5 \cdot \Delta I = 5 \cdot 1 = 5$

$\Delta Y =$ 5

3.　I のみが 3 だけ減少した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ変化するか求めなさい。

$Y = 0.8Y + 15 + 32 \ \rightarrow\ 0.2Y = 47 \ \rightarrow\ Y^* = 5 \cdot 47 = 235$

よって，$\Delta Y = 235 - 250 = -15$　（別解）$\Delta Y = 5 \cdot \Delta I = 5 \cdot (-3) = -15$

$\Delta Y =$ -15

4.　2.より，増加した I の値に対して，均衡国民所得 Y^* の増加額は何倍であるか求めなさい。

2.では増加した I の値が 1 であるのに対して，Y^* の増加額は 5 であるので，5 倍である。

（別解）投資乗数 $\dfrac{1}{1-c} = \dfrac{1}{1-0.8} = 5$ より，答えは 5 倍となる。

5　倍

5.　3.より，減少した I の値に対して，均衡国民所得 Y^* の減少額は何倍であるか求めなさい。

3.では減少した I の値が 3 であるのに対して，Y^* の減少額は 15 であるので，5 倍である。

（別解）投資乗数 $= 5$ より，答えは 5 倍となる。つまり，4.と答えが同じである。

5　倍

6.　完全雇用国民所得 $Y_F = 280$ とするとき，これを達成するために必要な投資の増加額 ΔI を求めなさい。

$Y = 0.8Y + 15 + 35 + \Delta I \ \rightarrow\ 0.2Y = 50 \ \rightarrow\ Y^* = 5(50 + \Delta I)$

$Y^* = Y_F = 280$ になる必要があるので，$280 = 5(50 + \Delta I) \ \rightarrow\ 56 = 50 + \Delta I \ \rightarrow\ \Delta I = 6$

（別解）$Y^* = 250$ から $Y_F = 280$ へは $\Delta Y = 30$ より，$\Delta Y = 5 \cdot \Delta I \ \rightarrow\ 30 = 5 \cdot \Delta I \ \rightarrow\ \Delta I = 6$

$\Delta I =$ 6

(3)　マクロ経済モデルが $Y = C + I$，$C = 0.75Y + C_0$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。　　（ヒント）答えは C_0 と I が含まれた式になる。

$Y = 0.75Y + C_0 + I \rightarrow 0.25Y = C_0 + I \rightarrow Y^* = 4(C_0 + I)(= 4C_0 + 4I)$

$Y^* =$ $4(C_0 + I)$

2.　I のみが 1 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。　　（ヒント）答えは C_0 と I が含まれない数値になる。

$Y = 0.75Y + C_0 + I + 1 \rightarrow 0.25Y = C_0 + I + 1 \rightarrow Y^* = 4(C_0 + I) + 4$

よって，$\Delta Y = \underbrace{4(C_0 + I) + 4}_{\text{変化後の}Y^*} - \underbrace{4(C_0 + I)}_{\text{変化前の}Y^*} = 4$

（別解）$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}\Delta I = \dfrac{1}{1-0.75}\Delta I = 4 \cdot \Delta I = 4 \cdot 1 = 4$

［補足］問題(1)の 2.と同じ答えになる。（c の値がどちらの問題でも等しいため）

$\Delta Y =$ 4

3.　I のみが 5 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

$Y = 0.75Y + C_0 + I + 5 \rightarrow 0.25Y = C_0 + I + 5 \rightarrow Y^* = 4(C_0 + I) + 20$

よって，$\Delta Y = \underbrace{4(C_0 + I) + 20}_{\text{変化後の}Y^*} - \underbrace{4(C_0 + I)}_{\text{変化前の}Y^*} = 20$　（別解）$\Delta Y = 4 \cdot \Delta I = 4 \cdot 5 = 20$

［補足］問題(1)の 3.と同じ答えになる。

$\Delta Y =$ 20

4.　2.や 3.より，増加した I の値に対して，均衡国民所得 Y^* の増加額は何倍であるか求めなさい。

2.では $\Delta I = 1$ に対して $\Delta Y = 4$ であり，3.では $\Delta I = 5$ に対して $\Delta Y = 20$ であるので 4 倍

（別解）投資乗数 $\dfrac{1}{1-c} = \dfrac{1}{1-0.75} = 4$ より，答えは 4 倍となる。

4　倍

【例題】マクロ経済モデルが $Y = C + I$，$C = cY + C_0$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1. 均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

（解答）

$$Y = cY + C_0 + I \ \rightarrow\ Y - cY = C_0 + I \ \rightarrow\ (1-c)Y = C_0 + I \ \rightarrow\ Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I)$$

$$\underline{Y^* = \quad \frac{1}{1-c}(C_0 + I)}$$

2. I のみが 1 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

（解答）

$$Y = cY + C_0 + I + 1 \ \rightarrow\ (1-c)Y = C_0 + I + 1 \ \rightarrow\ Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I + 1)$$

より，

$$\Delta Y = \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I + 1)}_{\text{変化後の}Y^*} - \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I)}_{\text{変化前の}Y^*} = \frac{C_0 + I + 1}{1-c} - \frac{C_0 + I}{1-c} = \frac{C_0 + I + 1 - (C_0 + I)}{1-c} = \frac{1}{1-c}$$

（別解）＜補足８＞の投資乗数の考え方より，$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I = \frac{1}{1-c}\cdot 1 = \frac{1}{1-c}$

$$\underline{\Delta Y = \quad \frac{1}{1-c}}$$

3. I のみが 5 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

（解答）

$$Y = cY + C_0 + I + 5 \ \rightarrow\ (1-c)Y = C_0 + I + 5 \ \rightarrow\ Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I + 5)$$

より，

$$\Delta Y = \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I + 5)}_{\text{変化後の}Y^*} - \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I)}_{\text{変化前の}Y^*} = \frac{C_0 + I + 5}{1-c} - \frac{C_0 + I}{1-c} = \frac{C_0 + I + 5 - (C_0 + I)}{1-c} = \frac{5}{1-c}$$

（別解）$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I = \frac{1}{1-c}\cdot 5 = \frac{5}{1-c}$

$$\underline{\Delta Y = \quad \frac{5}{1-c}}$$

4. I のみが ΔI だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

（解答）

$$Y = cY + C_0 + I + \Delta I \ \rightarrow\ (1-c)Y = C_0 + I + \Delta I \rightarrow\ Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I + \Delta I)$$

より，

$$\Delta Y = \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I + \Delta I)}_{\text{変化後の}Y^*} - \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I)}_{\text{変化前の}Y^*} = \frac{C_0 + I + \Delta I}{1-c} - \frac{C_0 + I}{1-c} = \frac{\Delta I}{1-c} = \frac{1}{1-c}\Delta I$$

（別解）$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I$ ← この式を覚えていたら計算する必要はない。

$$\underline{\Delta Y = \quad \frac{1}{1-c}\Delta I}$$

＜補足８＞ 乗数の使い方（１）

p.23 の例題の 4.から，

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I$$

という解答を得ることができた。

実はこの式を使うと，先程解いた問題(1)～(3)は簡単に解くことができる。

ここでは，問題(1)を例として説明する。

(1) マクロ経済モデルが $Y = C + I$，$C = 0.75Y + 10$，$I = 20$ であるとき，次の問いに答えなさい。［再掲］

1. 略（p.20 の解き方と同じ）
2. I のみが 1 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

（解答）

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I = \frac{1}{1-0.75}\Delta I = \frac{1}{0.25}\Delta I = \frac{1\times 100}{0.25\times 100}\Delta I = \frac{100}{25}\Delta I = 4\cdot\Delta I = 4\cdot 1 = 4$$

$\underline{\Delta Y = \quad 4 \quad}$

3. I のみが 5 だけ増加した場合，均衡国民所得Y^*の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

（解答）

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I = \frac{1}{1-0.75}\Delta I = 4\cdot\Delta I = 4\cdot 5 = 20$$

$\underline{\Delta Y = \quad 20 \quad}$

このように，

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I$$

この式を覚えることで，乗数効果の計算問題を早く解くことができるようになるのである。

第 11 講でも学ぶが，

$$\Delta Y = \boxed{\frac{1}{1-c}}\Delta I$$

この式の四角内の $\frac{1}{1-c}$ は ΔI にかけ算されているので「**投資乗数**」という。

例えば，この投資乗数の値が 5 であれば，投資 I が 3 だけ増えたとき，（均衡）国民所得 Y は$5\times 3 = 15$ だけ増えることになるのである。

この投資乗数を使った問題(1)～(3)の解答は，解答編で（別解）として記載しているので参考にしてほしい。

【問題】

(1)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.7Y + 15$，$I = 25$，$G = 20$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y = 0.7Y + 15 + 25 + 20 \ \rightarrow\ 0.3Y = 60 \ \rightarrow\ Y^* = 200$

$Y^* =$ 200

2.　I のみが 3 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。

$Y = 0.7Y + 15 + 28 + 20 \ \rightarrow\ 0.3Y = 63 \ \rightarrow\ Y^* = \frac{10}{3}\cdot 63 = 210$

よって，$\Delta Y = 210 - 200 = 10$　（別解）$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I = \frac{1}{1-0.7}\Delta I = \frac{10}{3}\cdot\Delta I = \frac{10}{3}\cdot 3 = 10$

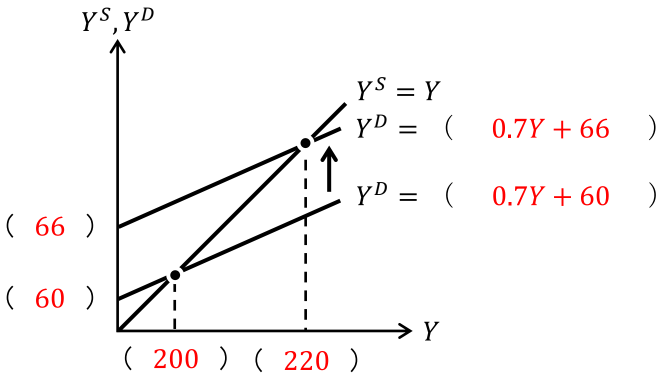
$\Delta Y =$ 10

3.　G のみが 6 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求め，グラフ中の括弧内に式や値を記入しなさい。

$Y = 0.7Y + 15 + 25 + 26 \ \rightarrow\ 0.3Y = 66 \ \rightarrow\ Y^* = \frac{10}{3}\cdot 66 = 220$

よって，$\Delta Y = 220 - 200 = 20$　（別解）$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta G = \frac{1}{1-0.7}\Delta G = \frac{10}{3}\cdot\Delta G = \frac{10}{3}\cdot 6 = 20$

$\Delta Y =$ 20



4.　2.や 3.より，増加した I や G の値に対して，均衡国民所得 Y^* の増加額は何倍であるか求めなさい。

2.では $\Delta I = 3$ に対して $\Delta Y = 10$ であり，3.では $\Delta G = 6$ に対して $\Delta Y = 20$ であるので $\frac{10}{3}$ 倍

（別解）投資乗数 $\frac{1}{1-c}$ = 政府支出乗数 $\frac{1}{1-c} = \frac{1}{1-0.7} = \frac{10}{3}$ より，答えは $\frac{10}{3}$ 倍となる。

$\frac{10}{3}$ 倍

5.　完全雇用国民所得 $Y_F = 250$ とするとき，これを達成するために増加させるべき政府支出の額 ΔG を求めなさい。

$Y = 0.7Y + 15 + 25 + 20 + \Delta G \ \rightarrow\ 0.3Y = 60 + \Delta G \ \rightarrow\ Y^* = \frac{10}{3}(60 + \Delta G)$

$Y^* = Y_F = 250$ になる必要があるので，$250 = \frac{10}{3}(60 + \Delta G) \ \rightarrow\ 75 = 60 + \Delta G \ \rightarrow\ \Delta G = 15$

（別解）$Y^* = 200$ から $Y_F = 250$ へは $\Delta Y = 50$ より，$\Delta Y = \frac{10}{3}\Delta G \rightarrow 50 = \frac{10}{3}\Delta G \rightarrow \Delta G = 15$

$\Delta G =$ 15

＜補足９＞ 乗数の使い方（２）

p.25 の問題(1)の 2.も**＜補足８＞**で説明した

$$\Delta Y = \underbrace{\frac{1}{1-c}}_{\text{投資乗数}} \Delta I$$

を用いて次のように解くことができる。$\Delta I = 3$ より，

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I = \frac{1}{1-0.7}\Delta I = \frac{1}{0.3}\Delta I = \frac{10}{3}\Delta I = \frac{10}{3}\cdot 3 = \underline{10}$$

また，p.25 の問題(1)の 3.は

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta G$$

を用いて次のように解くことができる。$\Delta G = 6$ より，

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta G = \frac{1}{1-0.7}\Delta G = \frac{1}{0.3}\Delta G = \frac{10}{3}\Delta G = \frac{10}{3}\cdot 6 = \underline{20}$$

ちなみに，

$$\Delta Y = \boxed{\frac{1}{1-c}}\Delta G$$

この式の四角内の$\frac{1}{1-c}$はΔGにかけ算されているので「**政府支出乗数**」といい，投資乗数と政府支出乗数は同じ値になる。（p.19 の例題の 2.と 3.の答えが等しくなった理由である）

なぜこのような形の政府支出乗数が得られるのかについては次の問題(2)の 4.を確認してほしい。

(2)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = cY + C_0$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。（ヒント）答えは c，C_0，I，G が含まれた式になる。

$$Y = cY + C_0 + I + G \ \rightarrow\ (1-c)Y = C_0 + I + G \ \rightarrow\ Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I + G)$$

$$\underline{Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I + G)}$$

2.　G のみが 1 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。　（ヒント）答えは c が含まれた式になる。

$$Y = cY + C_0 + I + (G+1) \ \rightarrow\ (1-c)Y = C_0 + I + G + 1 \ \rightarrow\ Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I + G + 1)$$

より，

$$\Delta Y = \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I + G + 1)}_{\text{変化後の}Y^*} - \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I + G)}_{\text{変化前の}Y^*} = \frac{C_0 + I + G + 1}{1-c} - \frac{C_0 + I + G}{1-c} = \frac{1}{1-c}$$

（別解）**＜補足９＞**の政府支出乗数の考え方より，$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta G = \frac{1}{1-c}\cdot 1 = \frac{1}{1-c}$

$$\underline{\Delta Y = \frac{1}{1-c}}$$

3. G のみが 5 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。　（ヒント）答えは c が含まれた式になる。

$$Y = cY + C_0 + I + (G + 5) \ \to\ (1 - c)Y = C_0 + I + G + 5 \ \to\ Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I + G + 5)$$

より，

$$\Delta Y = \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I + G + 5)}_{\text{変化後の}Y^*} - \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I + G)}_{\text{変化前の}Y^*} = \frac{C_0 + I + G + 5}{1-c} - \frac{C_0 + I + G}{1-c} = \frac{5}{1-c}$$

（別解）$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}\Delta G = \dfrac{1}{1-c}\cdot 5 = \dfrac{5}{1-c}$

$\Delta Y = \dfrac{5}{1-c}$

4. G のみが ΔG だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の値は 1.と比べてどれだけ増加するか求めなさい。　（ヒント）答えは c と ΔG が含まれた式になる。

$$Y = cY + C_0 + I + (G + \Delta G) \ \to\ (1 - c)Y = C_0 + I + G + \Delta G \ \to\ Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 + I + G + \Delta G)$$

より，

$$\Delta Y = \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I + G + \Delta G)}_{\text{変化後の}Y^*} - \underbrace{\frac{1}{1-c}(C_0 + I + G)}_{\text{変化前の}Y^*} = \frac{C_0 + I + G + \Delta G}{1-c} - \frac{C_0 + I + G}{1-c} = \frac{1}{1-c}\Delta G$$

（別解）$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}\Delta G$ ← この式を覚えていたら計算する必要はない。

$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}\Delta G$

はじめよう経済学　ー解答編ー
第 11 講　45 度線分析(2)

前回に引き続き 45 度線分析を学んでいきます。今回からは租税 T（つまり，税金）が登場し，増税や減税による影響の議論ができるようになります。そして，増税や減税は乗数効果に関係してくることも学びます。この増税や減税に関する乗数効果を学ぶことで，政府は実質的に 1 円も使うことなく GDP を増やすことができるという（何とも不思議な）「均衡予算乗数」についても学んでいきます。均衡予算乗数は授業では扱いませんでしたが，この問題集を解きながら理解を深めていきましょう。

最後には，45 度線分析のまとめとして財政政策について学んでいきます。拡張的財政政策や緊縮的財政政策が GDP に与える影響について学んでいくことになります。

＜第 11 講のノーテーション＞

Y：国民所得	C：消費	c：限界消費性向	C_0：基礎消費
Y_d：可処分所得	S：貯蓄	s：限界貯蓄性向	T：租税
t：限界租税性向	$t \cdot Y$：比例税	T_0：定額税	I：投資
G：政府支出	Y^*：均衡国民所得	Y^S：総供給	Y^D：総需要

［注意］限界消費性向 c は $0 < c < 1$，限界租税性向 t は $0 \leq t < 1$ とする。

目次

＜補足一覧＞

1．乗数効果(2)

前回まで消費関数を

$$C = cY + C_0$$

と紹介してきたが，この消費関数の Y は本来，可処分所得でなければいかない。

マクロ経済学における**可処分所得**とは，国民所得 Y のうち家計が自由に処分できる（使える）部分のことをいう。わかりやすくは，

「可処分所得とは，税金を払った後に残る所得であり，自由に使えるお金」

と考えればよい。

ここで，可処分所得（disposable income；disposable：処分できる，使い捨て）を Y_d とすると，

$$Y_d = Y - T$$

と書くことができる。ただし，T は租税（Tax）である（政府にとって T は税収となる）。

したがって，消費関数は

$$C = cY_d + C_0$$

と書くのが正確である。(前回までは $T = 0$ より，$Y_d = Y - T = Y - 0 = Y$ となるため，消費関数を $C = cY + C_0$ と書いても間違いではなかった)

なぜ，消費関数を $C = cY_d + C_0$ と書くことがより正確であるかというと，家計は（現在の）可処分所得（つまり，税金を払った後に残る所得）の金額を考慮して（現在の）消費額を決めると考えるはずだからである。

それでは，租税 T を含むモデルを使って，乗数効果の計算を文字のままで解いていく方法を見ていく。45 度線分析において，次のようなモデルを考える。（右側は数値例である）

$$Y = C + I + G$$
$$C = c(\underbrace{Y - T}_{Y_d}) + C_0$$

次に，均衡国民所得 Y^* を求めると，

$$Y = C + I + G：財市場均衡条件$$
$$Y = \underbrace{c(Y - T) + C_0}_{C} + I + G$$
$$Y = cY - cT + C_0 + I + G$$
$$Y - cY = -cT + C_0 + I + G$$
$$(1 - c)Y = -cT + C_0 + I + G$$
$$\boxed{Y^* = \frac{1}{1 - c}(C_0 - cT + I + G)}$$

$$Y = C + I + G$$
$$C = 0.8(\underbrace{Y - T}_{Y_d}) + 5，T = 5，I = 20，G = 15$$

次に，均衡国民所得 Y^* を求めると，

$$Y = C + I + G：財市場均衡条件$$
$$Y = \underbrace{0.8(Y - 5) + 5}_{C} + 20 + 15$$
$$Y = 0.8Y - 0.8 \cdot 5 + 5 + 20 + 15$$
$$Y - 0.8Y = -4 + 5 + 20 + 15$$
$$(1 - 0.8)Y = 36$$
$$Y^* = \frac{1}{1 - 0.8} \cdot 36 = \frac{1}{0.2} \cdot 36 = \frac{10}{2} \cdot 36 = 5 \cdot 36 = 180$$

それでは，ここから政府支出乗数，投資乗数，租税乗数を求めていこう。
（政府支出乗数と投資乗数については第 10 講の＜補足８＞と＜補足９＞も参照）

（１）政府支出乗数，投資乗数：$\dfrac{1}{1-c}$

当初の均衡国民所得 Y_1^* は前ページより

$$Y_1^* = \frac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G)$$

であった。

「政府支出 G を ΔG だけ増加させた」とき，均衡国民所得 Y_2^* は，

$$Y = C + I + G + \boxed{\Delta G}$$
$$Y = c(Y-T) + C_0 + I + G + \Delta G$$
$$Y = cY - cT + C_0 + I + G + \Delta G$$
$$Y - cY = C_0 - cT + I + G + \Delta G$$
$$(1-c)Y = C_0 - cT + I + G + \Delta G$$
$$Y_2^* = \frac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G + \Delta G)$$

と計算できる。（Y_2^* は Y_1^* の式のカッコ内に「$+\Delta G$」が加わっただけですね）

したがって，均衡国民所得の増加分 ΔY は，

$$\begin{aligned}\Delta Y &= Y_2^* - Y_1^* \\ &= \frac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G + \Delta G) - \frac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G) \\ &= \frac{C_0 - cT + I + G + \Delta G}{1-c} - \frac{C_0 - cT + I + G}{1-c} \\ &= \frac{C_0 - cT + I + G + \Delta G - (C_0 - cT + I + G)}{1-c} \\ &= \frac{1}{1-c}\Delta G\end{aligned}$$

となる。したがって，**政府支出乗数**を含む式

$$\Delta Y = \underbrace{\frac{1}{1-c}}_{\text{政府支出乗数}} \Delta G$$

を得ることができた。（この式は第 10 講の p.27 でも導出したが，今回は租税 T が含まれていることが第 10 講との違い。しかし，結論は同じになっていることに注意すること）

もし，限界消費性向 $c = 0.8$ であれば，

$$\text{政府支出乗数} = \frac{1}{1-c} = \frac{1}{1-0.8} = \frac{1}{0.2} = \frac{1\times 10}{0.2\times 10} = \frac{10}{2} = 5$$

より，政府支出乗数＝5 となる。これは，政府が追加の公共事業を 3 億円分行えば（$\Delta G = 3$ 億円），GDP が 15 億円増加（$\Delta Y =$ 政府支出乗数 $\times \Delta G = 5 \times 3$ 億円 $= 15$ 億円）することを意味している。

また，上で見てきた「政府支出 G を ΔG だけ増加させた」を「投資 I が ΔI だけ増加した」と変更する，つまり，式変形において ΔG をすべて ΔI に変更すれば，**投資乗数**を含む式

$$\Delta Y = \underbrace{\frac{1}{1-c}}_{\text{投資乗数}} \Delta I$$

を得ることができる。

（２）租税乗数：$\dfrac{-c}{1-c}$

当初の均衡国民所得 Y_1^* は

$$Y_1^* = \frac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G)$$

であった。

「租税 T を ΔT だけ増加させた（つまり，ΔT だけ増税した）」とき，均衡国民所得 Y_2^* は，

$$Y = C + I + G$$
$$Y = c\{Y - (T + \boxed{\Delta T})\} + C_0 + I + G$$
$$Y = c(Y - T - \Delta T) + C_0 + I + G$$
$$Y = cY - cT - c\Delta T + C_0 + I + G$$
$$Y - cY = C_0 - cT - c\Delta T + I + G$$
$$(1-c)Y = C_0 - cT - c\Delta T + I + G$$
$$Y_2^* = \frac{1}{1-c}(C_0 - cT - c\Delta T + I + G)$$

と計算できる。（Y_2^* は Y_1^* の式のカッコ内に「$-c\Delta T$」が加わっただけですね）

したがって，均衡国民所得の増加分 ΔY は，

$$\begin{aligned}
\Delta Y &= Y_2^* - Y_1^* \\
&= \frac{1}{1-c}(C_0 - cT - c\Delta T + I + G) - \frac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G) \\
&= \frac{C_0 - cT - c\Delta T + I + G}{1-c} - \frac{C_0 - cT + I + G}{1-c} \\
&= \frac{C_0 - cT - c\Delta T + I + G - (C_0 - cT + I + G)}{1-c} \\
&= \frac{-c}{1-c}\Delta T
\end{aligned}$$

となる。したがって，**租税乗数**（定額税乗数）を含む式

$$\Delta Y = \underbrace{\frac{-c}{1-c}}_{\text{租税乗数}} \Delta T$$

を得ることができた。（定額税乗数という名前については p.13 を参照）

もし，限界消費性向 $c = 0.8$ であれば，

$$\text{租税乗数} = \frac{-c}{1-c} = \frac{-0.8}{1-0.8} = \frac{-0.8}{0.2} = \frac{-0.8 \times 10}{0.2 \times 10} = \frac{-8}{2} = -4$$

より，租税乗数 $= -4$ となる。これは，政府が 3 億円分の増税を行えば（$\Delta T = 3$ 億円），GDP が 12 億円減少（$\Delta Y =$ 租税乗数 $\times \Delta T = -4 \times 3$ 億円 $= -12$ 億円）することを意味している。増税で GDP が「減少」していることに注意してほしい。（逆に，減税だと GDP は「増加」）

まとめると，

$$\text{政府支出乗数} = \frac{1}{1-c}, \quad \text{投資乗数} = \frac{1}{1-c}, \quad \text{租税乗数} = \frac{-c}{1-c}$$

となり，これらの乗数は覚えておくと計算問題を解く際に便利である。乗数の使い方は次の例題を見てもらいたい。

【例題】マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.8(Y - T) + 5$，$T = 5$，$I = 20$，$G = 15$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1. 政府支出 G のみを 10 だけ増加させたとき（$\Delta G = 10$），均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。

（解法１）政府支出乗数を使う方法

消費関数 $C = 0.8(Y - T) + 5$ より，限界消費性向 $c = 0.8$ であるので，

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta G = \frac{1}{1-0.8}\Delta G = \frac{1}{0.2}\Delta G = 5 \cdot \Delta G = 5 \cdot 10 = 50$$

［補足］この解法では，$C_0 = 5$，$T = 5$，$I = 20$，$G = 15$ を使っていないことに注意。

$\Delta Y =$ 50

（解法２）政府支出乗数を使わない方法（第 10 講での解き方）

政府支出 G を増加させる前の均衡国民所得 Y_1^* は，

$$Y = C + I + G = 0.8(Y - T) + 5 + 20 + 15 = 0.8(Y - 5) + 40 = 0.8Y - 4 + 40 = 0.8Y + 36$$

$$\rightarrow\ Y - 0.8Y = 36\ \rightarrow\ 0.2Y = 36\ \rightarrow\ \frac{1}{5}Y = 36\ \rightarrow\ Y_1^* = 5 \cdot 36 = 180$$

次に，政府支出 G を増加させた後の均衡国民所得 Y_2^* は，

$$Y = C + I + G + \Delta G = 0.8(Y - T) + 5 + 20 + 15 + 10 = 0.8(Y - 5) + 50$$

$$= 0.8Y - 4 + 50 = 0.8Y + 46\ \rightarrow\ Y - 0.8Y = 46\ \rightarrow\ 0.2Y = 46\ \rightarrow\ Y_2^* = 5 \cdot 46 = 230$$

よって，$\Delta Y = Y_2^* - Y_1^* = 230 - 180 = 50$（計算が大変なので，以降，解法２は省略）

$\Delta Y =$ 50

2. 投資 I のみが 10 だけ増加したとき（$\Delta I = 10$），均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。

（解答）投資乗数を使う方法

限界消費性向 $c = 0.8$ であるので，

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I = \frac{1}{1-0.8}\Delta I = \frac{1}{0.2}\Delta I = 5 \cdot \Delta I = 5 \cdot 10 = 50$$

［補足］投資乗数と政府支出乗数は同じ値であるので，1.と同じ答えになる。

$\Delta Y =$ 50

3. 租税 T のみを 10 だけ増加させたとき（$\Delta T = 10$；つまり，10 の増税），均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。

（解答）租税乗数を使う方法

限界消費性向 $c = 0.8$ であるので，

$$\Delta Y = \frac{-c}{1-c}\Delta T = \frac{-0.8}{1-0.8}\Delta T = \frac{-0.8}{0.2}\Delta T = -4 \cdot \Delta T = -4 \cdot 10 = -40$$

$\Delta Y =$ -40

この例題から「ある不思議なこと」がわかる。1.と 3.より，$\Delta G = 10$（10 の公共事業）と $\Delta T = 10$（10 の増税）を同時に行えば，GDP は合計で 10 だけ増加することがわかる（GDP は 50 増えた後に 40 減るので，結局は 10 増える）。言い換えれば，10 の公共事業をするための資金を 10 の増税でまかなえば，政府は実質的に 1 円も使うことなく，GDP を 10 だけ増やせてしまうのである。この内容は均衡予算乗数（p.11）で再び取り上げることにしよう。

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句や値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に○を書きなさい。

1.　$Y-T$ を（　可処分　）所得という。

2.　$Y=C+I+G$，$C=c(Y-T)+C_0$ とするとき，均衡国民所得 Y^* は

$$Y^* = \left(\frac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G) \right)$$

となる。これを，次のように書き換えたとき，

$$Y^* = \frac{1}{1-c}C_0 + \frac{-c}{1-c}T + \frac{1}{1-c}I + \frac{1}{1-c}G$$

租税 T の乗数 $-c/(1-c)$ が（　租税　）乗数，投資 I の乗数 $1/(1-c)$ が（　投資　）乗数，政府支出 G の乗数 $1/(1-c)$ が（　政府支出　）乗数に相当する。

3.　限界消費性向 $c=0.75$ であるとき，投資乗数 $1/(1-c)$ の値は（　4　）となり，租税乗数 $-c/(1-c)$ の値は（　-3　）となる。$1/(1-c)=1/0.25, -c/(1-c)=-0.75/0.25$

4.　政府支出乗数を 6 とするとき，政府支出 G が 5 だけ増加すると均衡国民所得 Y^* は（値：　30　）だけ増加する。　$\Delta Y=$ 政府支出乗数 $\times \Delta G = 6 \cdot 5 = 30$

5.　投資乗数を 3 とするとき，投資 I が 20 だけ減少すると均衡国民所得 Y^* は（値：　60　）だけ減少する。　$\Delta Y=$ 投資乗数 $\times \Delta I = 3 \cdot (-20) = -60$ より 60 の減少となる

6.　租税乗数を -5 とするとき，租税 T が 4 だけ増加すると均衡国民所得 Y^* は 20 だけ（　増加　/○減少　）する。　$\Delta Y=$ 租税乗数 $\times \Delta T = -5 \cdot 4 = -20$

7.　限界消費性向 c の範囲を $0<c<1$ とするとき，政府支出乗数 $1/(1-c)$ の値は必ず（○プラス　/　マイナス　）の値となり，租税乗数 $-c/(1-c)$ の値は必ず（　プラス　/○マイナス　）の値となる。　$1-c$ の値がプラスになることからわかる

8.　限界消費性向 c が上昇すると，政府支出乗数 $1/(1-c)$ は（○上昇　/　低下　）する。
$1-c$ が低下するので，$1/(1-c)$ の分母の低下は乗数の上昇となる。

(2)　マクロ経済モデルが $Y=C+I$，$C=0.75(Y-T)+5$，$T=8$，$I=15$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$$Y = 0.75(Y-8)+5+15 \ \rightarrow\ 0.25Y = -6+20 \ \rightarrow\ \frac{1}{4}Y = 14 \ \rightarrow\ Y^* = 4 \cdot 14 = 56$$

$Y^* =$ 56

2.　均衡における可処分所得 Y_d の値を求めなさい。（ヒント）$Y_d = Y^* - T$

$Y_d = Y^* - T = 56 - 8 = 48$

$Y_d =$ 48

3.　投資乗数の値を求めなさい。

$$\frac{1}{1-c} = \frac{1}{1-0.75} = \frac{1}{0.25} = \frac{1 \times 100}{0.25 \times 100} = \frac{100}{25} = 4$$

投資乗数 ＝ 4

問題(2)は政府支出 G が含まれないので，政府が存在しないモデルに見えるにも関わらず，租税 T があるので変なモデルである。ここは計算問題だと割り切ってご容赦いただきたい。

4.　投資 I のみが 5 だけ増加したとき（$\Delta I = 5$），均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。

$\Delta I = 5$ より，$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}\Delta I = \dfrac{1}{1-0.75}\Delta I = 4 \cdot \Delta I = 4 \cdot 5 = 20$

$\Delta Y =$ 20

5.　租税乗数の値を求めなさい。

$\dfrac{-c}{1-c} = \dfrac{-0.75}{1-0.75} = -\dfrac{0.75}{0.25} = -\dfrac{75}{25} = -3$

租税乗数 $= -3$

6.　租税 T のみを 2 だけ減少させた（$\Delta T = -2$），均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。

$\Delta T = -2$ より，$\Delta Y = \dfrac{-c}{1-c}\Delta T = \dfrac{-0.75}{1-0.75}\Delta T = -3 \cdot \Delta T = -3 \cdot (-2) = 6$

$\Delta Y =$ 6

(3)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.5(Y - T) + 15$，$T = 10$，$I = 25$，$G = 35$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y = 0.5(Y - 10) + 15 + 25 + 35 \rightarrow 0.5Y = -5 + 75 \rightarrow \dfrac{1}{2}Y = 70 \rightarrow Y^* = 2 \cdot 70 = 140$

$Y^* =$ 140

2.　均衡における可処分所得 Y_d の値を求めなさい。

$Y_d = Y^* - T = 140 - 10 = 130$

$Y_d =$ 130

3.　政府支出乗数の値を求めなさい。

$\dfrac{1}{1-c} = \dfrac{1}{1-0.5} = \dfrac{1}{0.5} = \dfrac{10}{5} = 2$

政府支出乗数 $=$ 2

4.　政府支出 G のみが 40 へと増加したとき，均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。　　（ヒント）$\Delta G = 40$ ではないことに注意

$\Delta G = 40 - 35 = 5$ より，$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}\Delta G = \dfrac{1}{1-0.5}\Delta G = 2 \cdot \Delta G = 2 \cdot 5 = 10$

$\Delta Y =$ 10

5.　租税乗数の値を求めなさい。

$\dfrac{-c}{1-c} = \dfrac{-0.5}{1-0.5} = -\dfrac{0.5}{0.5} = -1$

租税乗数 $= -1$

6.　租税 T のみが 8 へと減少したとき，均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。
（ヒント）$\Delta T = 8$ ではないことに注意

$\Delta T = 8 - 10 = -2$ より，$\Delta Y = \dfrac{-c}{1-c}\Delta T = \dfrac{-0.5}{1-0.5}\Delta T = -1 \cdot \Delta T = -1 \cdot (-2) = 2$

$\Delta Y =$ 2

(4)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.8(Y - T) + 8$，$T = 10$，$I = 20$，$G = 30$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y = 0.8(Y - 10) + 8 + 20 + 30 \rightarrow 0.2Y = -8 + 58 \rightarrow \frac{1}{5}Y = 50 \rightarrow Y^* = 5 \cdot 50 = 250$

$Y^* =$ 250

2.　政府支出乗数の値を求めなさい。

$\frac{1}{1-c} = \frac{1}{1-0.8} = \frac{1}{0.2} = \frac{10}{2} = 5$

政府支出乗数 = 5

3.　政府支出 G のみが 10 だけ増加したとき，均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。

$\Delta G = 10$ より，$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta G = \frac{1}{1-0.8}\Delta G = 5 \cdot \Delta G = 5 \cdot 10 = 50$

$\Delta Y =$ 50

4.　租税乗数の値を求めなさい。

$\frac{-c}{1-c} = \frac{-0.8}{1-0.8} = -\frac{0.8}{0.2} = -\frac{8}{2} = -4$

租税乗数 = -4

5.　限界消費性向 c が 0.9 へ上昇したとき，均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。　［コメント］この問題に関しては，乗数を上手く使った解法はない。

$Y = 0.9(Y - 10) + 8 + 20 + 30 \rightarrow 0.1Y = -9 + 58 \rightarrow \frac{1}{10}Y = 49 \rightarrow Y^* = 10 \cdot 49 = 490$

$c = 0.8$ のとき，$Y^* = 250$ であったので，$\Delta Y = 490 - 250 = 240$

$\Delta Y =$ 240

6.　限界消費性向 $c = 0.9$ であるとき，政府支出乗数の値を求めなさい。

$\frac{1}{1-c} = \frac{1}{1-0.9} = \frac{1}{0.1} = \frac{10}{1} = 10$

政府支出乗数 = 10

7.　$c = 0.9$ であるとき，政府支出 G のみが 10 だけ増加すると均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。

$\Delta G = 10$ より，$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta G = \frac{1}{1-0.9}\Delta G = 10 \cdot 10 = 100$

$\Delta Y =$ 100

＜補足１＞ 限界消費性向と乗数効果

　問題(4)の 5.から，限界消費性向 c が上昇すると均衡国民所得 Y^* が大きく増加することがわかる（Y^* が 2 倍程度になっている！）。また，問題(4)の 6.と 7.から，乗数効果も大きく働くようになることもわかる。このことから，限界消費性向 c を高めるような政策をすることが重要であることがわかる。例えば，人々が将来不安を抱いており，消費を抑えて貯蓄を増やす傾向がある（限界消費性向 c が小さくなっている）とすると，人々の将来不安を軽減するような政策（例えば，正規雇用を増やす）を実施するというのはいかがでしょうか。

(5)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = c(Y - T) + C_0$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y = c(Y-T) + C_0 + I + G \ \rightarrow\ Y = cY - cT + C_0 + I + G \ \rightarrow\ Y - cY = C_0 - cT + I + G$

$\rightarrow\ (1-c)Y = C_0 - cT + I + G \ \rightarrow\ Y^* = \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G)$

$$Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G)$$

2.　投資 I のみが ΔI だけ変化したとき，均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求めなさい。

$Y = c(Y-T) + C_0 + I + \Delta I + G \ \rightarrow\ Y = cY - cT + C_0 + I + \Delta I + G$

$\rightarrow\ Y - cY = C_0 - cT + I + \Delta I + G \ \rightarrow\ (1-c)Y = C_0 - cT + I + \Delta I + G$

$\rightarrow\ Y^* = \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + \Delta I + G)$

$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + \Delta I + G) - \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G)$

$= \dfrac{C_0 - cT + I + \Delta I + G}{1-c} - \dfrac{C_0 - cT + I + G}{1-c} = \dfrac{C_0 - cT + I + \Delta I + G - (C_0 - cT + I + G)}{1-c}$

$= \dfrac{\Delta I}{1-c} = \dfrac{1}{1-c}\Delta I$

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I$$

3.　政府支出 G のみが ΔG だけ変化したとき，均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求めなさい。

（2.の解説において，ΔI を ΔG に変更すればよい）

$Y = c(Y-T) + C_0 + I + G + \Delta G \ \rightarrow\ Y = cY - cT + C_0 + I + G + \Delta G$

$\rightarrow\ Y - cY = C_0 - cT + I + G + \Delta G \ \rightarrow\ (1-c)Y = C_0 - cT + I + G + \Delta G$

$\rightarrow\ Y^* = \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G + \Delta G)$

$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G + \Delta G) - \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G) = \dfrac{1}{1-c}\Delta G$

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta G$$

4.　租税 T のみが ΔT だけ変化したとき，均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求めなさい。

$Y = c\{Y - (T + \Delta T)\} + C_0 + I + G \quad \rightarrow \quad Y = cY - cT - c\Delta T + C_0 + I + G$

$\rightarrow \quad Y - cY = C_0 - cT - c\Delta T + I + G \quad \rightarrow \quad (1-c)Y = C_0 - cT - c\Delta T + I + G$

$\rightarrow \quad Y^* = \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT - c\Delta T + I + G)$

$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT - c\Delta T + I + G) - \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G) = \dfrac{-c\Delta T}{1-c} = \dfrac{-c}{1-c}\Delta T$

$$\Delta Y = \frac{-c}{1-c}\Delta T$$

（問題(5)の 2.～4.は乗数を覚えていれば計算する必要はない）

＜補足２＞ 変化分をとって乗数を求める

　マクロ経済学の教科書を見ると，政府支出乗数などの乗数を含む式を求めるときに次のように「変化分をとる」という作業をして求めることがある。

「均衡国民所得Y^*は，

$$Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G) \quad \cdots ①$$

であるので，両辺に対して**変化分をとる**と，

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}(-c\Delta T + \Delta I + \Delta G) = \frac{-c}{1-c}\Delta T + \frac{1}{1-c}\Delta I + \frac{1}{1-c}\Delta G \quad \cdots ②$$

と変形であることから，

$$租税乗数 = \frac{-c}{1-c}，投資乗数 = \frac{1}{1-c}，政府支出乗数 = \frac{1}{1-c}$$

となる」

　①式から②式へは飛躍があるように思うかもしれない。簡単な例を用いて「変化分をとる」ことの理屈について説明していこう。

　まず，$y = 3x$という式について，両辺に対して変化分をとると，

$$\Delta y = 3 \cdot \Delta x$$

となる。なぜこのような変形をしてもよいのかというと次の表を見てほしい。

$y = 3x$

			$\Delta x = 1$		$\Delta x = 2$		$\Delta x = 3$		$\Delta x = 4$		$\Delta x = 5$
x	1	→	2	→	4	→	7	→	11	→	16
y	3	→	6	→	12	→	21	→	33	→	48
			$\Delta y = 3$		$\Delta y = 6$		$\Delta y = 9$		$\Delta y = 12$		$\Delta y = 15$

この表から，確かに$\Delta y = 3 \cdot \Delta x$という式が成立していることがわかる。

　次に，$y = 3x + 1$という式について，両辺に対して変化分をとると，

$$\Delta y = 3 \cdot \Delta x$$

となる（＋1の部分が消えた！）。この変形が正しいのかも表を使って確認しておく。

$y = 3x + 1$

			$\Delta x = 1$		$\Delta x = 2$		$\Delta x = 3$		$\Delta x = 4$		$\Delta x = 5$
x	1	→	2	→	4	→	7	→	11	→	16
y	4	→	7	→	13	→	22	→	34	→	49
			$\Delta y = 3$		$\Delta y = 6$		$\Delta y = 9$		$\Delta y = 12$		$\Delta y = 15$

この表から，確かに$\Delta y = 3 \cdot \Delta x$という式が成立していることがわかる。

　つまり，両辺に対して「変化分をとる」と定数だけの部分（項）は消えるのである。

　このことを踏まえると，

$$Y^* = \frac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G) = \underbrace{\frac{1}{1-c}C_0}_{定数だけの項} + \frac{-c}{1-c}T + \frac{1}{1-c}I + \frac{1}{1-c}G$$

両辺に対して変化分をとると，定数だけの項は消えて，先程の②式が得られるのである。

＊ 基礎消費C_0は定数として考えているので$\Delta C_0 = 0$である。

$$\Delta Y = \frac{-c}{1-c}\Delta T + \frac{1}{1-c}\Delta I + \frac{1}{1-c}\Delta G \left(= \frac{1}{1-c}(-c\Delta T + \Delta I + \Delta G) \right)$$

例えば，Gを増加させると，$\Delta G > 0$，$\Delta T = 0$，$\Delta I = 0$より，$\Delta Y = 1/(1-c)\Delta G$を得る。

2. 均衡予算乗数と比例税

（1）均衡予算乗数

p.5 の例題を再び取り上げる。

【例題】マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.8(Y - T) + 5$，$T = 5$，$I = 20$，$G = 15$ であるとき，次の問いに答えなさい。［再掲］

1. 政府支出 G のみを 10 だけ増加させたとき（$\Delta G = 10$），均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。

（解答）

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta G = \frac{1}{1-0.8}\Delta G = \frac{1}{0.2}\Delta G = 5 \cdot \Delta G = 5 \cdot 10 = 50$$

$\Delta Y =$　50

2. 略
3. 租税 T のみを 10 だけ増加させたとき（$\Delta T = 10$；つまり，10 の増税），均衡国民所得 Y^* はどれだけ変化するか求めなさい。

（解答）

$$\Delta Y = \frac{-c}{1-c}\Delta T = \frac{-0.8}{1-0.8}\Delta T = \frac{-0.8}{0.2}\Delta T = -4 \cdot \Delta T = -4 \cdot 10 = -40$$

$\Delta Y =$　-40

p.5 の一番下の部分にも書いたが，この例題の 1.と 3.から「ある不思議なこと」がわかる。

政府が道路やトンネルを作るといった公共事業をする際にお金（財源）が必要であるとして，そのお金は国民から集めた税金でまかなうとする。例えば，10 億円分の公共事業をするためには，10 億円分の税収が必要であるといった具合である。

さて，ここで $\Delta G = 10$（10 の公共事業）をするために $\Delta T = 10$（10 の増税）をするものとしよう。これが「10 億円分の公共事業をするためには，10 億円分の税収が必要である」に相当している。

例題の 1.より，$\Delta G = 10$ で GDP は 50 だけ増加し（$\Delta Y = 50$），例題の 3.より，$\Delta T = 10$ で GDP は 40 だけ減少する（$\Delta Y = -40$）ことがわかっている。これより，$\Delta G = 10$ と $\Delta T = 10$ を同時に行えば，GDP は $10\ (= 50 - 40)$ だけ増加するのである。

言い換えれば，10 の公共事業をするための資金を 10 の増税でまかなえば，政府は実質的に 1 円も使うことなく，GDP を 10 だけ増やせてしまうのである！（政府はお金を横流しするだけで，GDP を増やすことができるといったイメージです）

これだけではキツネにつままれたような感覚であると思われるので，式を使って確認してみよう。

＜補足２＞で学んだ次の式

$$\Delta Y = \frac{-c}{1-c}\Delta T + \frac{1}{1-c}\Delta I + \frac{1}{1-c}\Delta G$$

から，$\Delta T = 10$ と $\Delta G = 10$ を同時に行うと（$\Delta T = \Delta G = 10$），

＊ 投資 I は変化していないので，$\Delta I = 0$ であることに注意。

$$\begin{aligned}\Delta Y &= \frac{-c}{1-c}\boxed{\Delta T} + \frac{1}{1-c}\Delta I + \frac{1}{1-c}\Delta G \\ &= \frac{-c}{1-c}\boxed{\Delta G} + \frac{1}{1-c}\cdot 0 + \frac{1}{1-c}\Delta G \\ &= \frac{1-c}{1-c}\Delta G = 1\cdot\Delta G = 1\cdot 10 = \underline{10}\end{aligned}$$

となり，$\Delta T = 10$ と $\Delta G = 10$ を同時に行うことで，均衡国民所得 Y^* は 10 だけ増加することを示すことができた。上式において，

$$\Delta Y = \boxed{\frac{1-c}{1-c}}\cdot\Delta G = \boxed{1}\cdot\Delta G$$

が式変形の途中で得られているが，四角で囲まれた部分を**均衡予算乗数**といい，このモデルで均衡予算乗数は 1 である。

＊ 比例税を含むケースでは均衡予算乗数が 1 にならない（後述）

ところで，均衡予算乗数における**均衡予算**とは「政府支出を増加させる財源をすべて増税でまかなうこと」を意味している（＜補足６＞へ）。このとき，財政収支（$= T - G$）は変化しない。つまり，10 億円分の追加的な公共事業をするとき，その 10 億円を増税によって集めてしまえば，政府の収入となる租税 T と，政府の費用となる政府支出 G の収支である**財政収支**（$= T - G$）は変化しないということである。ちなみに，財政収支を表す式

$$\text{財政収支} = \underbrace{T}_{\text{政府の収入}} - \underbrace{G}_{\text{政府の費用}}$$

は覚えておこう。

＜補足３＞ $\Delta T = \Delta G$ で GDP 増加はなぜ？

確かに，計算上は $\Delta T = \Delta G (> 0)$ で GDP が増加することがわかったが，なぜこのようなことが起こるのだろうか。結論としては「政府支出乗数の方が租税乗数（の絶対値）よりも大きい」からである。

p.3 と p.4 で数値例を示しているが，$c = 0.8$ であるとき，

$$\text{政府支出乗数} = \boxed{5}, \qquad \text{租税乗数} = -\boxed{4}$$

となる（$5 > 4$）。このため，$\Delta T = \Delta G = 3$ としたとき，$\Delta G = 3$ から $\Delta Y = 5\cdot\Delta G = 5\cdot 3 = 15$ であり，$\Delta T = 3$ から $\Delta Y = -4\cdot\Delta T = -12$ であるので，合計としては，$\Delta Y = 15 - 12 = 3$ になるという理屈なのである。要は，公共事業によるプラスの乗数効果の方が，増税によるマイナスの乗数効果よりも大きいということなのである。

（２）比例税と定額税

これまで，租税 T は定数（正確には外生変数）として扱ってきた。しかし，租税 T は国民所得 Y に依存するものと考えることもある。つまり，所得が増えれば支払わなければいけない税額が増えるというような所得税をイメージすればよい。

これを表現する**租税関数**を，

$$T = tY + T_0$$

とする。

ただし，t は**限界租税性向**（$0 \leq t < 1$；「**限界税率**」や「**所得税率**」，単に「**税率**」とも言う），$t \cdot Y$ の部分は**（所得）比例税**といい，T_0 は**定額税**という。（$t > 1$ であると，所得 Y 以上の租税 T を支払うことになってしまうため $t < 1$ である）

ちなみに，これまで租税 T は定数として扱ってきたので，定額税のみを考えていたということである。（つまり，$t = 0$ を考えており，$T = tY + T_0 = 0 \cdot Y + T_0 = T_0$ ということ）

このような租税関数を用いると，均衡国民所得 Y^* は次のように計算することができる。

$$Y = C + I + G$$
$$Y = \underbrace{c(Y - T) + C_0}_{C} + I + G$$
$$Y = c\{Y - (\underbrace{tY + T_0}_{T})\} + C_0 + I + G$$
$$Y = c(Y - tY - T_0) + C_0 + I + G$$
$$Y = cY - ctY - cT_0 + C_0 + I + G$$
$$Y - cY + ctY = C_0 - cT_0 + I + G$$
$$(1 - c + ct)Y = C_0 - cT_0 + I + G$$
$$\boxed{Y^* = \frac{1}{1 - c + ct}(C_0 - cT_0 + I + G)}$$

＊ $Y^* = \dfrac{1}{1 - c(1 - t)}(C_0 - cT_0 + I + G)$ と書くこともある。

また，この両辺に対して変化分をとると，（**＜補足２＞**を参照）

$$\Delta Y = \frac{1}{1 - c + ct}\Delta C_0 + \frac{-c}{1 - c + ct}\Delta T_0 + \frac{1}{1 - c + ct}\Delta I + \frac{1}{1 - c + ct}\Delta G$$

となるが，基礎消費 C_0 は常に値が変化しない（定数）と考えるので，$\Delta C_0 = 0$ より，

$$\Delta Y = \frac{-c}{1 - c + ct}\Delta T_0 + \frac{1}{1 - c + ct}\Delta I + \frac{1}{1 - c + ct}\Delta G$$

となる。

この式から，比例税が含まれているときの乗数はそれぞれ，

定額税乗数 $= \dfrac{-c}{1 - c + ct}$，　投資乗数 $= \dfrac{1}{1 - c + ct}$，　政府支出乗数 $= \dfrac{1}{1 - c + ct}$

となる。定額税乗数は ΔT_0（T_0：定額税）の乗数であることから名前がついているが，租税乗数と呼んでもよい。また，比例税がない（$t = 0$）ケースでも $T = T_0$ であることから

$$定額税乗数 = \frac{-c}{1 - c + ct} = \frac{-c}{1 - c + c \cdot 0} = \frac{-c}{1 - c}$$

というように，租税乗数を定額税乗数と呼んでもよい。

＜補足４＞ 比例税による乗数の変化

比例税が**ない**場合の政府支出乗数は，

$$\text{政府支出乗数}=\frac{1}{1-c}\quad\cdots ①$$

であり，比例税が**ある**場合の政府支出乗数は，

$$\text{政府支出乗数}=\frac{1}{1-c+ct}\quad\cdots ②$$

であるが，果たして，①の値と②の値はどちらが大きいのだろうか。

答えは「①の値の方が大きい」。なぜなら，限界消費性向 c も限界租税性向 t も正（プラス）の値であるので，ct は正の値になる。そのため，②の分母は①の分母よりも大きくなっているのである。分母が大きいということは，分数の値自体は小さくなるので，「①の値の方が大きい」のである。したがって，

$$\frac{1}{1-c}>\frac{1}{1-c+\underbrace{ct}_{\text{正}}}$$

となるのである。

これは比例税が導入されることで，政府支出乗数の値が小さくなり，乗数効果が働きにくくなることを意味しているのである。直観的な理由としては，比例税を導入することにより，所得が増加してもその一部を税として政府に支払わなければならなくなるので，消費に回せるお金が減ってしまい乗数効果が小さくなる，という訳である。

ところで，比例税は**ビルト・イン・スタビライザー**（**自動安定化装置**；built-in：組み込まれた；stabilize：安定化させる）の役割があると言われる。景気が良くなることで自動的に増税となり景気の過熱を抑え（$Y\uparrow\Rightarrow tY\uparrow\Rightarrow T\uparrow\Rightarrow$ 乗数効果 $\Rightarrow Y\downarrow$），景気が悪くなることで自動的に減税となり景気の後退を抑える（$Y\downarrow\Rightarrow tY\downarrow\Rightarrow T\downarrow\Rightarrow$ 乗数効果 $\Rightarrow Y\uparrow$）という側面と，乗数自体を小さくすることで，G，I，T の増減が Y に与える影響を小さくしてくれるという側面があるからである。

比例税がある場合の均衡予算乗数についても見ておこう。

政府支出 G の増加を定額税 T_0 の増加でまかなうとすると（均衡予算：$\Delta T_0=\Delta G$），

$$\begin{aligned}\Delta Y&=\frac{-c}{1-c+ct}\boxed{\Delta T_0}+\frac{1}{1-c+ct}\Delta I+\frac{1}{1-c+ct}\Delta G\\&=\frac{-c}{1-c+ct}\boxed{\Delta G}+\frac{1}{1-c+ct}\cdot 0+\frac{1}{1-c+ct}\Delta G\\&=\boxed{\frac{1-c}{1-c+ct}}\Delta G\end{aligned}$$

となり，四角で囲まれた部分が均衡予算乗数になる。

比例税がないモデル（定額税のみ）では，均衡予算乗数が 1 となったが，比例税があるモデルでは，均衡予算乗数は 1 とならないことに注意すること。

また，ct は正の値であるので，均衡予算乗数は

$$\underbrace{\frac{1-c}{1-c}}_{\text{比例税がない}} > \underbrace{\frac{1-c}{1-c+ct}}_{\text{比例税がある}}$$

となり，比例税があることで均衡予算乗数は 1 よりも小さくなることがわかる（＜補足４＞を参照）。

＜補足５＞ 乗数のまとめ

- 比例税がないとき（$t=0$ で定額税のみ）

  政府支出乗数$=\dfrac{1}{1-c}$，　投資乗数 $=\dfrac{1}{1-c}$，　租税乗数 $=\dfrac{-c}{1-c}$，

  均衡予算乗数 $=1$

- 比例税があるとき

  政府支出乗数 $=\dfrac{1}{1-c+ct}$，投資乗数 $=\dfrac{1}{1-c+ct}$，定額税乗数 $=\dfrac{-c}{1-c+ct}$，

  均衡予算乗数 $=\dfrac{1-c}{1-c+ct}$

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句や値や式を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 政府支出を増加させる財源をすべて増税でまかなうことを（　均衡　）予算といい，このときにおける，政府支出乗数のことを（　均衡予算　）乗数という。また，$T-G$ を（　財政　）収支という。
2. 租税 $T=50$，政府支出 $G=30$ であるとき，財政収支は（　20　）であり，$T=10$，$G=20$ であるとき，財政収支は（　-10　）である。
3. 租税関数を $T=tY+T_0$，$0\le t<1$ とするとき，tY が（　比例　）税の部分であり，T_0 が（　定額　）税になる。また，この租税関数によると，国民所得 Y が増加するとき，租税 T は（〇増加　／　減少　）する。　$Y\uparrow\Rightarrow tY\uparrow+T_0=T\uparrow$
4. $Y=C+I+G$，$C=c(Y-T)+C_0$（比例税はない）とするとき，
   均衡国民所得 Y^* は，

   $$Y^*=\left(\frac{1}{1-c}(C_0-cT+I+G)\right)$$

   と書くことができる。また，乗数は次のように表せる。

   政府支出乗数 $=\left(\dfrac{1}{1-c}\right)$，　投資乗数 $=\left(\dfrac{1}{1-c}\right)$，

   租税乗数 $=\left(\dfrac{-c}{1-c}\right)$，　均衡予算乗数 $=(\ 1\ )$

5. $Y = C + I + G$，$C = c(Y - T) + C_0$，$T = tY + T_0$（比例税がある）とするとき，均衡国民所得 Y^* は，

$$Y^* = \left(\frac{1}{1-c+ct}(C_0 - cT_0 + I + G) \right)$$

と書くことができる。また，乗数は次のように表せる。

政府支出乗数 $= \left(\frac{1}{1-c+ct} \right)$，投資乗数 $= \left(\frac{1}{1-c+ct} \right)$，

定額税乗数 $= \left(\frac{-c}{1-c+ct} \right)$，均衡予算乗数 $= \left(\frac{1-c}{1-c+ct} \right)$

6. $Y = C + I + G$，$C = c(Y - T) + C_0$ とするとき，租税 T が定額税のみであるとすれば，均衡予算乗数は（ 1 ）となる。また，$\Delta T = \Delta G = 50$ とするとき，均衡国民所得 Y^* は（ 50 ）だけ増加する。$\Delta Y = 1 \cdot \Delta G = 1 \cdot 50 = 50$（ヒント）$\Delta Y =$ 均衡予算乗数 $\times \Delta G$

7. $Y = C + I + G$，$C = 0.8(Y - T) + C_0$，$T = 0.5Y + T_0$とするとき，均衡予算乗数は $\frac{1-c}{1-c+ct} = \left(\frac{1}{3} \right)$ となる。また，$\Delta T = \Delta G = 60$ とするとき，均衡国民所得 Y^*は（ 20 ）だけ増加する。（ヒント）$\Delta Y =$ 均衡予算乗数 $\times \Delta G$

$$\frac{1-c}{1-c+ct} = \frac{1-0.8}{1-0.8+0.8 \cdot 0.5} = \frac{0.2}{0.2+0.4} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}, \quad \Delta Y = \frac{1}{3} \cdot \Delta G = \frac{1}{3} \cdot 60 = 20$$

(2) 次の書き方を参考にしながら，各乗数を書き取りなさい。ただし，①は「比例税**なし**」，②は「比例税**あり**」を表しているものとする。

［例］政府支出乗数① $= \left(\frac{1}{1-c} \right)$　定額税乗数② $= \left(\frac{-c}{1-c+ct} \right)$

投資乗数① $= \left(\frac{1}{1-c} \right)$　定額税乗数① $= \left(\frac{-c}{1-c} \right)$

政府支出乗数① $= \left(\frac{1}{1-c} \right)$　均衡予算乗数① $= (1)$

定額税乗数② $= \left(\frac{-c}{1-c+ct} \right)$　投資乗数② $= \left(\frac{1}{1-c+ct} \right)$

均衡予算乗数② $= \left(\frac{1-c}{1-c+ct} \right)$　政府支出乗数② $= \left(\frac{1}{1-c+ct} \right)$

定額税乗数① $= \left(\frac{-c}{1-c} \right)$　均衡予算乗数① $= (1)$

政府支出乗数② $= \left(\frac{1}{1-c+ct} \right)$　投資乗数② $= \left(\frac{1}{1-c+ct} \right)$

投資乗数① $= \left(\frac{1}{1-c} \right)$　均衡予算乗数② $= \left(\frac{1-c}{1-c+ct} \right)$

定額税乗数② $= \left(\frac{-c}{1-c+ct} \right)$　投資乗数② $= \left(\frac{1}{1-c+ct} \right)$

政府支出乗数① $= \left(\frac{1}{1-c} \right)$　均衡予算乗数① $= (1)$

均衡予算乗数② $= \left(\frac{1-c}{1-c+ct} \right)$　投資乗数① $= \left(\frac{1}{1-c} \right)$

【例題】マクロ経済モデルが $Y=C+I+G$，$C=0.75(Y-T)+6$，$I=10$，$G=15$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1. 租税 $T=20$ であるときの財政収支を求めなさい。

（解答）

$T=20$，$G=15$ より，財政収支 $T-G=20-15=5$

財政収支 $=$ 5

2. 租税 T が定額税であるときの均衡予算乗数の値を求めなさい。

（解答）

租税 T が定額税であるときの均衡予算乗数は 1 である。

均衡予算乗数 $=$ 1

3. 租税 $T=20$ であるとき，さらに $\Delta T=10$ の増税と，$\Delta G=10$ の追加的な公共事業を同時におこなったとする。これらの政策後に財政収支がいくらになるか求めなさい。

（解答）

$T=20+\Delta T=20+10=30$，$G=15+\Delta G=15+10=25$ より，$T-G=30-25=5$

［補足］均衡予算（$\Delta T=\Delta G$）であるが，財政収支が均衡（$T=G$）しているわけではない。

財政収支 $=$ 5

4. 租税関数が $T=0.6Y+T_0$ であるときの政府支出乗数の値を求めなさい。

（解答）

$$\frac{1}{1-c+ct}=\frac{1}{1-0.75+0.75\cdot 0.6}=\frac{1}{1-0.75+0.45}=\frac{1}{0.7}=\frac{10}{7}(\fallingdotseq 1.43)$$

政府支出乗数 $=\dfrac{10}{7}$

5. 租税関数が $T=0.6Y+T_0$ であるときの均衡予算乗数の値を求めなさい。

（解答）

$$\frac{1-c}{1-c+ct}=\frac{1-0.75}{1-0.75+0.75\cdot 0.6}=\frac{0.25}{1-0.75+0.45}=\frac{0.25}{0.7}=\frac{25}{70}=\frac{5}{14}(\fallingdotseq 0.36)$$

均衡予算乗数 $=\dfrac{5}{14}$

6. 租税関数が $T=0.6Y+T_0$，$T_0=4$ であるとき，$\Delta T_0=14$ の増税と，$\Delta G=14$ の追加的な公共事業を同時におこなったとする。均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求めなさい。

（解答）

$$\Delta Y=\frac{1-c}{1-c+ct}\Delta G=\frac{5}{14}\cdot 14=5$$

$\Delta Y=$ 5

7. 租税関数が $T=0.6Y+4$ であるときの財政収支を求めなさい。

（解答）

財政収支を求めるための G の値は問題文より $G=15$ であるが，T の値は，$T=0.6Y+4$ より Y の値が決まらないと求まらない。そのため，Y（均衡国民所得 Y^*）の値を計算する。

$$Y=C+I+G=0.75(Y-T)+6+10+15=0.75\{Y-(0.6Y+4)\}+31$$

$$=0.75(0.4Y-4)+31=0.3Y-3+31\ \rightarrow\ 0.7Y=28\ \rightarrow\ Y^*=\frac{10}{7}\times 28=40$$

よって，$T=0.6Y^*+4=0.6\cdot 40+4=24+4=28$ より，財政収支 $T-G=28-15=13$

財政収支 $=$ 13

【問題】

(1)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.9(Y - T) + 20$，$T = 25$，$I = 10$，$G = 15$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　財政収支を求めなさい。

$T - G = 25 - 15 = 10$

財政収支 ＝　10

2.　政府支出 G のみが 20 だけ増加したとき，均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求めなさい。

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta G = \frac{1}{1-0.9}\Delta G = \frac{1}{0.1}\Delta G = \frac{10}{1}\Delta G = 10 \cdot \Delta G = 10 \cdot 20 = 200$$

$\Delta Y =$　200

3.　2.において，財政収支はいくらになるか求めなさい。

$T - G = 25 - (15 + \Delta G) = 25 - (15 + 20) = -10$

財政収支 ＝　− 10

4.　$\Delta T = 5$ の増税と $\Delta G = 5$ の追加的な公共事業を同時におこなったとする。均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求めなさい。

均衡予算乗数は 1 であるので，$\Delta Y = 1 \cdot \Delta G = 1 \cdot 5 = 5$

$\Delta Y =$　5

5.　4.において，財政収支はいくらになるか求めなさい。

$T = 25 + \Delta T = 25 + 5 = 30$，$G = 15 + \Delta G = 15 + 5 = 20$ より，$T - G = 30 - 20 = 10$

財政収支 ＝　10

(2)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.6(Y - T) + 100$，$T = 0.5Y + 50$，$I = 120$，$G = 160$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$$Y = C + I + G = 0.6(Y - T) + 100 + 120 + 160 = 0.6\{Y - (0.5Y + 50)\} + 380$$

$$= 0.6(0.5Y - 50) + 380 = 0.3Y - 30 + 380 \rightarrow 0.7Y = 350 \rightarrow Y^* = \frac{10}{7} \times 350 = 500$$

$Y^* =$　500

2.　財政収支を求めなさい。

$T = 0.5Y^* + 50 = 0.5 \cdot 500 + 50 = 250 + 50 = 300$ より，$T - G = 300 - 160 = 140$

財政収支 ＝　140

3.　政府支出 G のみが 35 だけ増加したとき，均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求めなさい。

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c+ct}\Delta G = \frac{1}{1-0.6+0.6\cdot 0.5}\Delta G = \frac{1}{0.4+0.3}\Delta G = \frac{1}{0.7}\Delta G = \frac{10}{7}\cdot \Delta G = \frac{10}{7}\cdot 35 = 50$$

$\Delta Y =$　50

4.　3.において，財政収支はいくらになるか求めなさい。

$\Delta G = 35$ より，$G = 160 + \Delta G = 160 + 35 = 195$ である。

また 1.と 3.より新しい均衡国民所得 Y^* は，$Y^* = 500 + \Delta Y = 500 + 50 = 550$ になるので，

$T = 0.5Y^* + 50 = 0.5 \cdot 550 + 50 = 225 + 50 = 275$ となり，$T - G = 275 - 195 = 80$

財政収支 ＝　80

(3) マクロ経済モデルが $Y=C+I+G$, $C=0.8(Y-T)+10$, $I=20$, $G=20$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1. 租税 $T=10$ であるときの均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y=C+I+G=0.8(Y-10)+10+20+20=0.8Y-8+50 \to 0.2Y=42 \to \frac{1}{5}Y=42$

$\to Y^*=5\cdot 42=210$

$Y^*=$ 210

2. 租税 T が定額税であるときの政府支出乗数の値を求めなさい。

$\frac{1}{1-c}=\frac{1}{1-0.8}=5$

政府支出乗数 $=$ 5

3. 租税 T が定額税であるときの均衡予算乗数の値を求めなさい。

T が定額税であるときの均衡予算乗数は 1 である。

均衡予算乗数 $=$ 1

4. 租税 T が定額税であるとき，政府支出 G を 6 だけ増加させ，その財源を租税 T の増税で賄ったときの均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求めなさい。

均衡予算乗数が 1 であるので，$\Delta Y=1\cdot\Delta G=1\cdot 6=6$

$\Delta Y=$ 6

5. 租税関数が $T=0.5Y+T_0$，$T_0=10$ であるときの均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y=C+I+G=0.8\{Y-(0.5Y+10)\}+10+20+20=0.8(0.5Y-10)+50=0.4Y+42$

$\to 0.6Y=42 \to Y^*=\frac{42}{0.6}=\frac{420}{6}=70$

$Y^*=$ 70

6. 租税関数が $T=0.5Y+T_0$ であるときの政府支出乗数の値を求めなさい。

$\frac{1}{1-c+ct}=\frac{1}{1-0.8+0.8\cdot 0.5}=\frac{1}{0.6}=\frac{5}{3}(\fallingdotseq 1.67)$

政府支出乗数 $=\frac{5}{3}$

7. 租税関数が $T=0.5Y+T_0$ であるときの均衡予算乗数の値を求めなさい。

$\frac{1-c}{1-c+ct}=\frac{1-0.8}{1-0.8+0.8\cdot 0.5}=\frac{0.2}{0.6}=\frac{1}{3}(\fallingdotseq 0.33)$

均衡予算乗数 $=\frac{1}{3}$

8. 租税関数が $T=0.5Y+T_0$，$T_0=10$ であるとき，政府支出 G を 6 だけ増加させ，その財源を租税 T の増税（$\Delta T_0=6$）で賄ったときの均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求めなさい。

均衡予算乗数が $\frac{1}{3}$ であるので，$\Delta Y=\frac{1}{3}\Delta G=\frac{1}{3}\cdot 6=2$

$\Delta Y=$ 2

(4)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.75(Y - T) + 10$，$T = 0.6Y + T_0$，$T_0 = 4$，$I = 24$，$G = 32$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y = C + I + G = 0.75(Y - T) + 10 + 24 + 32 = 0.75\{Y - (0.6Y + 4)\} + 66$

$= 0.75(0.4Y - 4) + 66 = 0.3Y - 3 + 66 \rightarrow 0.7Y = 63 \rightarrow Y^* = \dfrac{10}{7} \times 63 = 90$

$Y^* =$ 90

2.　財政収支を求めなさい。

$T = 0.6Y^* + 4 = 0.6 \cdot 90 + 4 = 54 + 4 = 58$ より，$T - G = 58 - 32 = 26$

財政収支 $=$ 26

3.　均衡予算乗数の値を求めなさい。

$$\frac{1-c}{1-c+ct} = \frac{1-0.75}{1-0.75+0.75\cdot 0.6} = \frac{0.25}{0.25+0.45} = \frac{0.25}{0.7} = \frac{25}{70} = \frac{5}{14} (\fallingdotseq 0.36)$$

均衡予算乗数 $= \dfrac{5}{14}$

4.　政府支出 G を 28 だけ増加させ，その財源を租税 T の増税（$\Delta T_0 = 28$）で賄ったときの均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求めなさい。

均衡予算乗数が $\dfrac{5}{14}$ であるので，$\Delta Y = \dfrac{5}{14}\Delta G = \dfrac{5}{14} \cdot 28 = 10$

$\Delta Y =$ 10

5.　政府支出 G を 28 だけ増加させ，その財源を租税 T の増税（$\Delta T_0 = 28$）で賄ったときの財政収支を求めなさい。

$\Delta G = 28$ より，$G = 32 + \Delta G = 32 + 28 = 60$ である。

また 1.と 4.より新しい均衡国民所得 Y^* は，$Y^* = 90 + \Delta Y = 90 + 10 = 100$ になるので，

$T = 0.6Y^* + 4 + \Delta T_0 = 0.6 \cdot 100 + 4 + 28 = 60 + 32 = 92$ となり，$T - G = 92 - 60 = 32$

財政収支 $=$ 32

6.　政府支出 G を 28 だけ増加させ，その財源を租税 T の増税（$\Delta T_0 = 28$）で賄ったときの政府支出 G の変化分 ΔG と租税 T の変化分 ΔT を求めなさい。

問題文より，ΔG は計算するまでもなく $\Delta G = 28$ となる。

また 2.より政策前の T は $T = 58$ であり，5.より政策後の T は $T = 92$ であるので，

$\Delta T = 92 - 58 = 34$ となる。

$\Delta G =$ 28　，$\Delta T =$ 34

＜補足６＞ 均衡予算の意味

均衡予算とは，通常は「予算において収入と支出が等しくなること」を言うが，均衡予算乗数の考え方においては「均衡予算」の意味合いが異なってくる。

例えば，均衡予算乗数の考え方における「均衡予算」が「財政収支 $= 0$」ではないことは p.17 の例題の 3.や問題(4)の 5.で確認した。では，「均衡予算」は「$\Delta T = \Delta G$」かと言われれば，それも間違いだ。問題(4)の 6.でそれが示されている。結局，均衡予算乗数の考え方における「均衡予算」とは「$\Delta T_0 = \Delta G$」を意味しているのである。

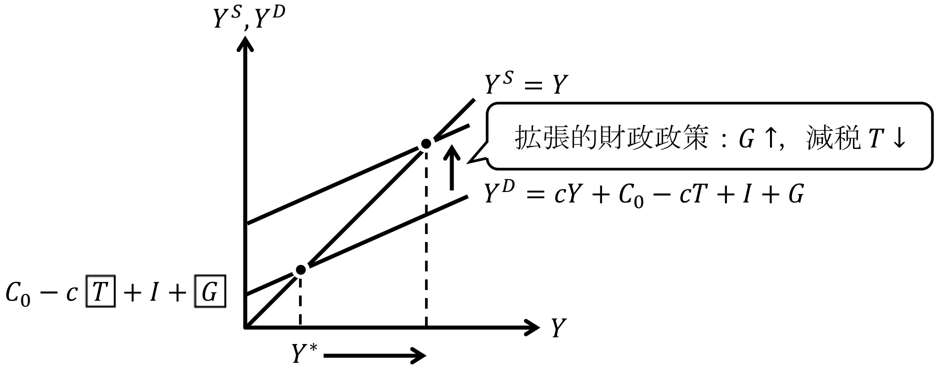
3. 財政政策

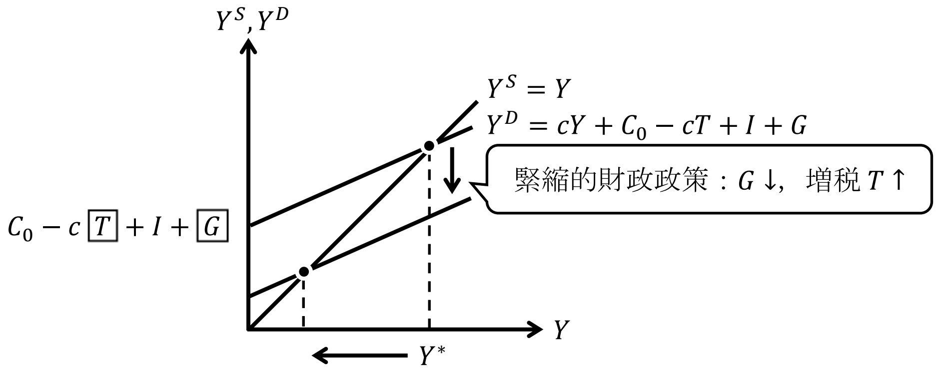
次の式において，政府が直接的に操作できる箇所は四角で囲ったところである。

$$Y = c(Y - \boxed{T}) + C_0 + I + \boxed{G}$$

このように，政府が直接的に操作できる政府支出 G や租税 T の値を政府が上げ下げすることを，マクロ経済学では**財政政策**という。特に，政府支出 G を増やしたり（追加的な公共事業），租税 T を減らしたり（減税）すれば，均衡国民所得 Y^*（GDP）を増加させることができることから**拡張的財政政策**という。逆に，政府支出 G を減らしたり，租税 T を増やしたり（増税）すれば，GDP を減少させることから**緊縮的財政政策**という。

グラフで表現すると次のようになる。（租税 T は定額税としている）





また，均衡国民所得 Y^* は次のように表現できることから，

（比例税がない場合）　$Y^* = \dfrac{1}{1-c}(C_0 - cT + I + G)$

（比例税がある場合）　$Y^* = \dfrac{1}{1-c+ct}(C_0 - cT_0 + I + G)$

Y^* を増減させる要因は次のようにまとめることができる。

Y^*の増加要因：$G\uparrow$，$T\downarrow$（$T_0\downarrow$），$C_0\uparrow$，$I\uparrow$，$c\uparrow$，$t\downarrow$

Y^*の減少要因：$G\downarrow$，$T\uparrow$（$T_0\uparrow$），$C_0\downarrow$，$I\downarrow$，$c\downarrow$，$t\uparrow$

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に○を書きなさい。

1.　減税や追加的な公共事業が実施されることを（　拡張　）的（　財政　）政策という。

2.　増税の実施や公共事業が削減されることを（　緊縮　）的（　財政　）政策という。

3.　基礎消費 C_0 が増加すると，均衡国民所得 Y^* は（○増加　/　減少　）し，投資が減少すると，Y^* は（　増加　/○減少　），増税が行われると，Y^* は（　増加　/○減少　），公共事業が追加的に行われることで，Y^* は（○増加　/　減少　），限界消費性向 c が低下することで，Y^* は（　増加　/○減少　）する。

4.　次のうち，国民所得 Y が増加するものをすべて選び，選択肢に○を書きなさい。

○ア．基礎消費 C_0 が増加する　　イ．基礎消費 C_0 が減少する

○ウ．投資 I を増加させる　　エ．投資 I を減少させる

○オ．政府支出 G を増加させる　　カ．政府支出 G を減少させる

○キ．限界消費性向 c を上昇させる　　ク．限界消費性向 c を低下させる

ケ．定額税 T_0 を増加させる　　○コ．定額税 T_0 を減少させる

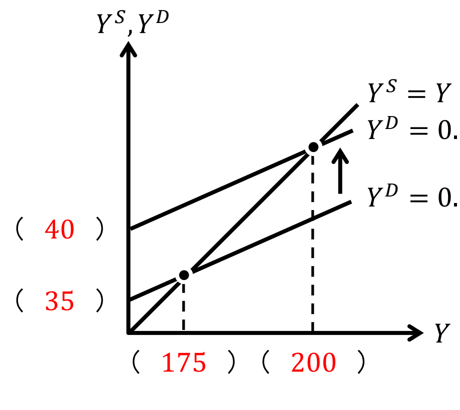
サ．税率 t を上昇させる　　○シ．税率 t を低下させる

(2)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.8Y + 5$，$I = 10$，$G = 20$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　政府支出 G が 5 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求め，グラフ中の括弧内にも値を記入しなさい。

$\Delta G = 5$ より，$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}\Delta G = \dfrac{1}{1-0.8}\Delta G = \dfrac{1}{0.2}\Delta G = \dfrac{10}{2}\Delta G = 5 \cdot \Delta G = 5 \cdot 5 = 25$

$\Delta Y =$ 25



2.　限界消費性向 c が 0.9 へと上昇した場合，均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求め，前問を参考にしてグラフを書きなさい。

・　限界消費性向 c が上昇する前

1.より，$Y^D = 0.8Y + 35$ のとき $Y^* = 175$ であった。

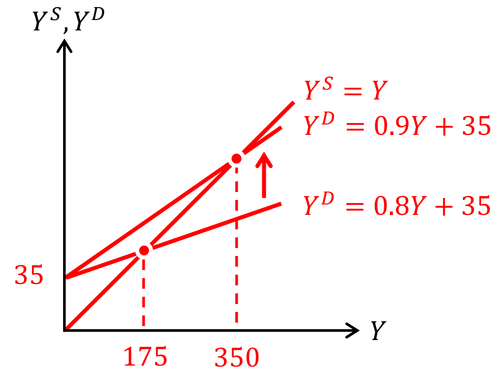
・　限界消費性向 c が上昇した後

$Y^D = 0.9Y + 5 + 10 + 20 = 0.9Y + 35$ より，

$Y = 0.9Y + 35 \ \rightarrow \ 0.1Y = 35 \ \rightarrow \ Y^* = 10 \cdot 35 = 350$

$\Delta Y = 350 - 175 = 175$

$\Delta Y =$ 175

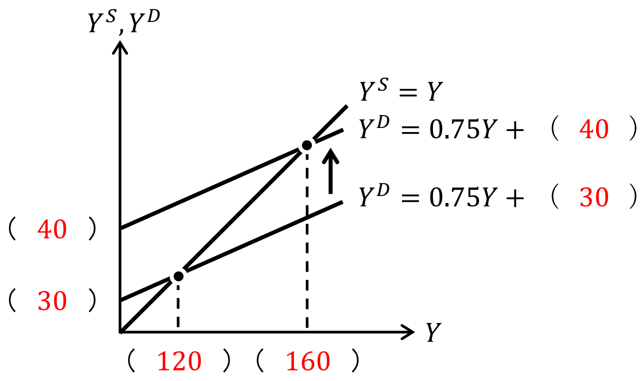


(3)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.75(Y - 20) + 5$，$I = 15$，$G = 25$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　政府支出 G が 10 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求め，グラフ中の括弧内にも値を記入しなさい。

$\Delta G = 10$ より，$\Delta Y = \dfrac{1}{1-c}\Delta G = \dfrac{1}{1-0.75}\Delta G = \dfrac{1}{0.25}\Delta G = \dfrac{100}{25}\Delta G = 4 \cdot \Delta G = 4 \cdot 10 = 40$

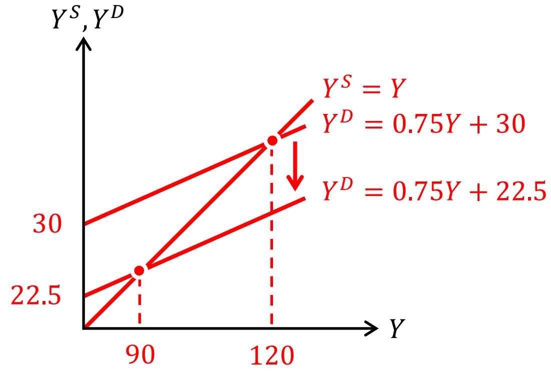
$\Delta Y =$ 40



2. 租税 T が 10 だけ増加した場合，均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求め，前問を参考にしてグラフを書きなさい。

$\Delta T = 10$ より，$\Delta Y = \dfrac{-c}{1-c}\Delta T = \dfrac{-0.75}{1-0.75}\Delta T = -\dfrac{0.75}{0.25}\Delta T = -3 \cdot \Delta T = -3 \cdot 10 = -30$

$\Delta Y =$ -30



3. 限界消費性向 c が 0.8 へと上昇した場合，均衡国民所得 Y^* の変化分 ΔY を求め，グラフを書きなさい。

・ 限界消費性向 c が上昇する前

1.より，$Y^D = 0.75Y + 30$ のとき $Y^* = 120$ であった。

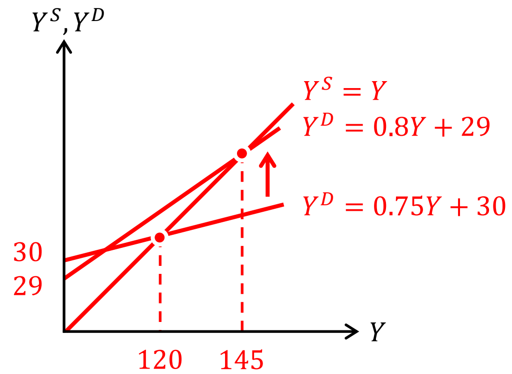
・ 限界消費性向 c が上昇した後

$Y^D = 0.8(Y-20) + 5 + 15 + 25 = 0.8Y - 16 + 45 = 0.8Y + 29$ より，

$Y = 0.8Y + 29 \ \rightarrow \ 0.2Y = 29 \ \rightarrow \ Y^* = 5 \cdot 29 = 145$

$\Delta Y = 145 - 120 = 25$

$\Delta Y =$ 25



(4)　マクロ経済モデルが $Y = C + I$，$C = 0.8Y + 10$，$I = 20$ であるとき，次の問いに答えなさい。ただし，7.は文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。

1.　均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y = C + I \ \rightarrow\ Y = 0.8Y + 10 + 20 \ \rightarrow\ 0.2Y = 30 \ \rightarrow\ Y^* = 5 \cdot 30 = 150$

$Y^* =$ 150

2.　1.のときの貯蓄 $S(= Y^* - C)$ の値を求めなさい。

$S = Y^* - C = Y^* - (0.8Y^* + 10) = 0.2Y^* - 10 = 0.2 \cdot 150 - 10 = 30 - 10 = 20$

＊ 投資 I の値 20 と等しいことを確認してほしい。

$S =$ 20

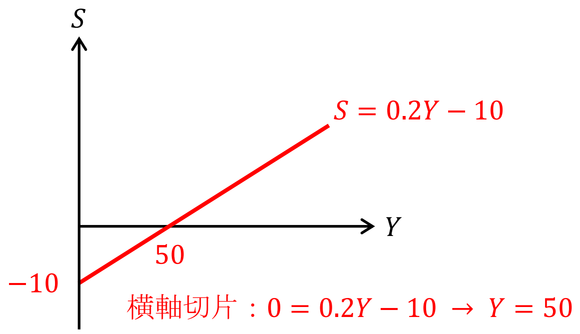
3.　限界貯蓄性向 s の値を求めなさい。

$s = 1 - c = 1 - 0.8 = 0.2$

$s =$ 0.2

4.　以下に貯蓄関数のグラフを書き入れなさい。ただし，横軸切片と縦軸切片を書き入れること。

$S = Y - C = Y - (0.8Y + 10) = 0.2Y - 10$：貯蓄関数



5.　限界貯蓄性向が $s = 0.3$ であるときの均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$c = 1 - s = 1 - 0.3 = 0.7$ より，

$Y = C + I \ \rightarrow\ Y = 0.7Y + 10 + 20 \ \rightarrow\ 0.3Y = 30 \ \rightarrow\ Y^* = \dfrac{1}{0.3} \cdot 30 = 100$

$Y^* =$ 100

6.　5.のときの貯蓄 $S(= Y^* - C)$ の値を求めなさい。

$S = Y^* - C = Y^* - (0.7Y^* + 10) = 0.3Y^* - 10 = 0.3 \cdot 100 - 10 = 30 - 10 = 20$

＊ この場合も投資 I の値 20 と等しくなっている。

$S =$ 20

7.　2.と 6.より，限界貯蓄性向 s が上昇したにも関わらず，均衡国民所得 Y^* が減少することで貯蓄 S の値が変わらなかったことを（　貯蓄のパラドックス　）という。

＊ 節約のパラドックスと答えてもよい。

はじめよう経済学 －解答編－
第 12 講 IS－LM 分析(1)

今回から 3 回に渡って，この授業のマクロ経済学の目標である IS－LM 分析を学んでいきます。IS－LM 分析を学ぶことで，政府の財政政策や日銀の金融政策によって，経済の主要な指標である GDP（国民所得 Y），金利（利子率 r），消費 C などがどのように動くのかが理解できるようになります。

IS－LM 分析では，IS 曲線と LM 曲線の 2 本の曲線を使うことになりますが，第 12 講では IS 曲線を学んでいきます。第 13 講では LM 曲線を導出するための前提知識を学び，第 14 講で LM 曲線を導出するという流れになります。

今回，IS 曲線を学ぶ上で常に気に留めておいた方がよいことは，IS 曲線は「財市場」に関する話をしているということです。前回までの 45 度線分析では財市場における需要と供給（総需要 Y^D と総供給 Y^S ）の分析をしていましたが，IS 曲線は 45 度線分析から導出されます。つまり，IS 曲線は財市場の話なのです。次回，「貨幣市場」という市場が登場しますが，「IS 曲線は財市場の話！」であって，IS 曲線は貨幣市場の話ではないということを肝に銘じておきましょう。(LM 曲線が貨幣市場の話です)

＜第 12 講のノーテーション＞

Y：国民所得	C：消費	c：限界消費性向	C_0：基礎消費
T：租税	t：限界租税性向	T_0：定額税	I：投資
I_0：独立投資	G：政府支出	Y^*：均衡国民所得	Y_F：完全雇用国民所得
Y^S：総供給	Y^D：総需要	r：利子率	S：貯蓄

［注意１］限界消費性向 c は $0 < c < 1$，限界租税性向 t は $0 \leq t < 1$ とする。

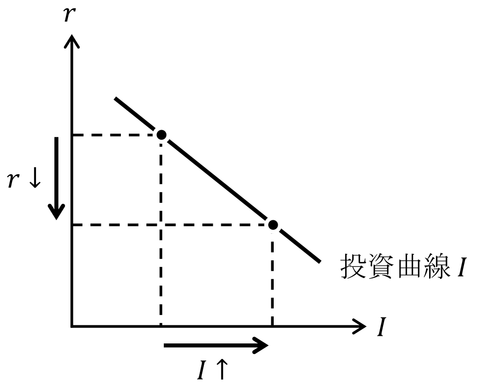
［注意２］IS 曲線をグラフに書くときは，横軸を国民所得 Y，縦軸を利子率 r とする。

目次

＜補足一覧＞

1. 投資関数

投資関数をグラフで表した**投資曲線**は次の図のように表すことができる。



上図より，

「利子率 r が低下［上昇］したとき，投資 I は増加［減少］する」

ことがわかる。（「投資関数は利子率 r の**減少**関数である」ということ）

このようになる理由は直観的には，「利子率（銀行の金利）が下がることで，企業はお金を借りやすくなり，新たな工場を建てたり，新たな機械設備を導入できるようになるといった建設投資や設備投資が活発になる」と考えればよい。

＜補足１＞ 利子率 r とは

このページでは利子率 r を「銀行の金利」と解釈した（より正確に書けば，「民間銀行の貸出金利」と解釈していることになる)。IS－LM 分析を学ぶ上で，利子率 r を「銀行の金利」だと考えるとわかりやすいし，そう考えても以降あまり弊害はない。

ただ, 利子率（金利）r を現実のどの金利に対応させるかを考えたときに難しい話になる。世の中には様々な金利がある。例えば，民間銀行の貸出金利・（普通）預金金利（ただし，銀行によっても，また，貸し出す相手によっても金利は異なる)，民間銀行の定期預金の金利，国債の金利（償還期限によっても金利は異なる)，地方債の金利（自治体によって金利は異なる)，社債の金利（企業によって金利は異なる)，コールレート（例えば，無担保コール翌日物)，基準割引率および基準貸付利率（(旧）公定歩合)，住宅ローン金利，自動車ローンの金利など，挙げればキリがない。IS－LM 分析をする際に感覚としてもっておくと良いのは，「利子率 r とは，世の中の様々な金利の平均的な値」ということである。

ただ，このように説明しておいて何だが，IS－LM 分析の「モデル」において，利子率 r を「銀行の金利」や「様々な金利の平均値」と考えるのは厳密には正しくない。第 13 講で学ぶように「利子率 r とは債券の金利」に他ならない。そのため，「利子率 r が低下して投資 I が増加する」という理屈も，例えば，企業が発行する債券（社債）の利子率（金利）r が低下（＝債券価格 P_B の上昇）すると，社債の供給量が増加するため（「債券の供給量＝債券の需要量」になるので，家計や政府は社債をたくさん買う)，資金がより集まるようになり，投資 I は増加する，と考えることができるのである。（債券価格 P_B の上昇で，社債の供給量が増加することは，りんごの供給曲線が右上がりであることと同じ理由である）

投資関数は，

$$I = -ar + I_0 \quad ：投資関数$$

と書くことができる。（式で書けば投資「関数」，グラフで書けば投資「曲線」）

ただし，I_0 は**独立投資**（基礎投資）といい，$I_0 > 0$ である（「独立」投資の由来は利子率 r の影響を受けない（利子率 r から独立した）投資という意味）。また，$a > 0$ である。

投資関数の傾きの符号がマイナスであるため，投資曲線は右下がりになる。（本来，投資曲線が右下がりである理屈は「投資の限界効率」という概念を用いて説明していくが，この授業では「投資の限界効率」の説明は省略する）

投資関数を投資曲線としてグラフに書くには，横軸 I，縦軸を r とすることが多いので，

$$I = -ar + I_0 \quad \rightarrow \quad ar = -I + I_0 \quad \rightarrow \quad r = \underbrace{-\frac{1}{a}}_{傾き}I + \underbrace{\frac{I_0}{a}}_{切片}$$

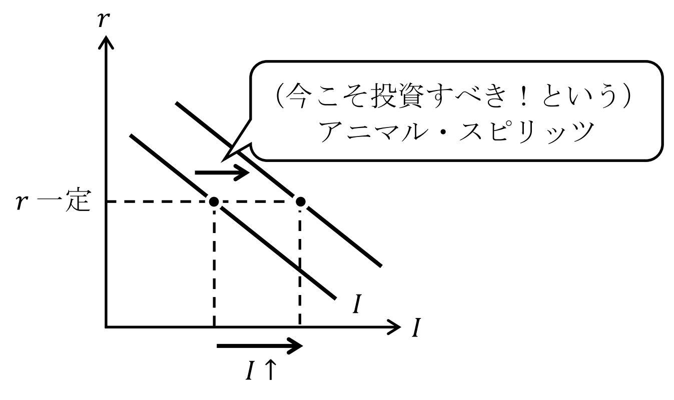
このように式変形してからグラフを書く必要があることには注意をしてほしい。

また，投資曲線は右や左へシフトをすることがある。

次の図から，投資曲線の右シフトとは，

「一定の利子率 r の下で，投資 I が増えること」

と考えることができる。（需要曲線や供給曲線の右シフトの考え方と同じ）



では，このように投資曲線が右シフトする要因はなんだろうか。言い換えると，利子率 r（銀行の金利）が変わっていないにも関わらず，企業が銀行からたくさんお金を借りるようになり，より多くの投資をするようになる要因とはなんだろうか。

ケインズは企業の経営者の**アニマル・スピリッツ**（アニマル・スピリット）によって，投資曲線が右シフト（や左シフト）すると考えた。アニマル・スピリッツとは，企業の経営者の「血気」である。血気（けっき）とは向こう見ずで盛んな意気のことを言うが，企業の経営者（企業家，もしくは投資家とも表現することがある）は「儲かりそうだ！」という直感によって，投資の決定を行うことがあるということである。このように，企業の経営者は投資による予想収益を正確計算するのではなく，（動物的な）直感で「今こそ投資すべき！」や「今は投資すべきではない！」という意思決定をすることがあり，これによって，投資曲線が右シフト（や左シフト）するのである。

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1.　投資関数は，利子率 r の（　増加　/〇減少　）関数である。つまり，利子率 r が低下すれば，投資 I は（〇増加　/　減少　）するということである。

2.　投資曲線が右シフトする要因は，投資をして将来的に（〇儲かり　/　儲からなさ　）そうだといった，企業家の（　アニマル・スピリッツ　）が働くことにある。

(2)　投資関数が $I = -2r + 10$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　利子率 r が 3 であるとき，投資 I の値を求めなさい。

$I = -2r + 10 = -2 \cdot 3 + 10 = 4$

$I =$ 4

2.　利子率 r が 3 から 2 へ低下するとき，投資 I の変化分 ΔI を求めなさい。

$r = 3$ のとき $I = 4$ であり，$r = 2$ のとき $I = -2 \cdot 2 + 10 = 6$ であるので，$\Delta I = 6 - 4 - 2$

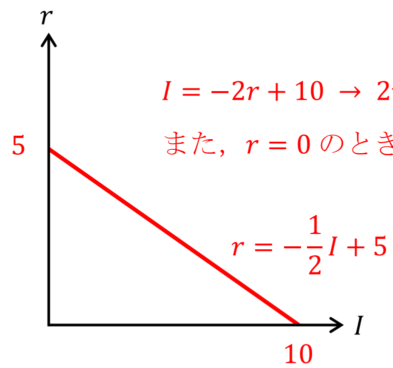
［別解］$I = -2r + 10$ より $\Delta I = -2\Delta r$ であるので，$\Delta I = -2\Delta r = -2(2 - 3) = 2$

$\Delta I =$ 2

3.　投資関数のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値を明記しなさい。

$I = -2r + 10 \rightarrow 2r = -I + 10 \rightarrow r = -\dfrac{1}{2}I + 5$

また，$r = 0$ のとき，$I = -2 \cdot 0 + 10 = 10$



(3)　マクロ経済モデルが，$Y = C + I + G$, $C = 0.9Y + 5$, $I = -2r + 20$, $G = 25$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　利子率 r が 5 であるときの均衡国民所得 Y^* の値を求めなさい。

$Y = C + I + G \rightarrow Y = 0.9Y + 5 - 2r + 20 + 25 = 0.9Y - 2 \cdot 5 + 50 = 0.9Y + 40$

$\rightarrow Y - 0.9Y = 40 \rightarrow 0.1Y = 40 \rightarrow \dfrac{1}{10}Y = 40 \rightarrow Y^* = 10 \cdot 40 = 400$

$Y^* =$ 400

2.　完全雇用国民所得 Y_F が 460 であるとき，これを達成する利子率 r の値を求めなさい。

$Y = C + I + G \rightarrow Y = 0.9Y + 5 - 2r + 20 + 25 = 0.9Y - 2r + 50$

$\rightarrow Y - 0.9Y = -2r + 50 \rightarrow 0.1Y = -2r + 50 \rightarrow \dfrac{1}{10}Y = -2r + 50 \rightarrow Y^* = 10(-2r + 50)$

Y^* の値が $Y_F = 460$ になればよいので，

$460 = 10(-2r + 50) \rightarrow 46 = -2r + 50 \rightarrow 2r = 4 \rightarrow r = 2$

$r =$ 2

2. IS曲線の導出

（１）IS 曲線の導出

IS 曲線とは，

「財市場を均衡させるような国民所得 $\boldsymbol{Y}$ と利子率 $\boldsymbol{r}$ の組み合わせ」

である。ただ，この説明文を読んだだけではサッパリわからないだろうから，まず，IS 曲線の名前の由来から説明していこう。

IS 曲線の「I」は投資（Investment）の I であり，「S」は貯蓄（Savings ; 単数形では「節約」の意味になってしまう）の S である。

なぜ，いきなり投資 I と貯蓄 S が登場するのかというと，（政府がない（ G と T がない）モデルにおいて，）次の式変形からわかるように，$I=S$ が財市場均衡条件を意味しているからである。

$$Y=C+I \quad \rightarrow \quad \underbrace{Y-C}_{=S}=I \quad \rightarrow \quad S=I$$

＊（国民）所得 Y のうち消費 C しなかった分が貯蓄 S である。

ちなみに，政府がある（ G と T がある）モデルだと，

$$Y=C+I+G \ \rightarrow \ Y=C+I+G+T-T \ \rightarrow \ \underbrace{Y-C-T}_{=S}+T=I+G \ \rightarrow \ S+T=I+G$$

＊（国民）所得 Y のうち消費 C と租税 T に支出して残るお金が貯蓄 S である。

となり，$S+T=I+G$ が財市場均衡条件を表すので，きれいに $I=S$ の形にはならない。

では，IS 曲線を導出しよう。

マクロ経済モデルを $Y=C+I+G$，$C=c(Y-T)+C_0$，$I=-ar+I_0$ とするとき，（ここで T は定額税としているが，T に比例税を想定するケースは後の問題(7)で扱う）

$$Y=C+I+G \quad \text{：財市場均衡条件}$$

$$Y=c(Y-T)+C_0-ar+I_0+G$$

$$Y=cY-cT+C_0-ar+I_0+G \quad \cdots ①$$

$$ar=-Y+cY-cT+C_0+I_0+G$$

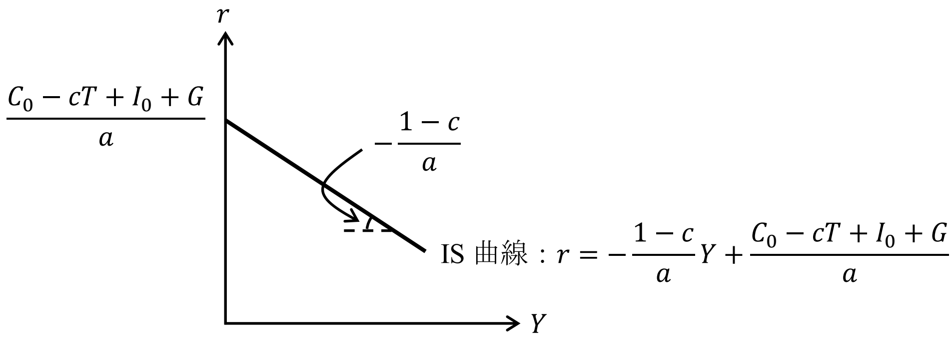
$$ar=-(1-c)Y+C_0-cT+I_0+G$$

$$r=\underbrace{-\frac{1-c}{a}}_{\text{傾き}}Y+\underbrace{\frac{C_0-cT+I_0+G}{a}}_{\text{切片}} \quad \text{：IS 曲線の式（１）}$$

このように，IS 曲線の式を導出することができる。

この IS 曲線の式の傾き $-(1-c)/a$ はマイナスである（ $0<c<1$ より $1-c$ はプラス，また a もプラスであることから言える）。そのため，IS 曲線が次ページの図のように右下がりの曲線（直線）で表すことができるのである。

（ところで，切片はプラスかマイナスかは不明である。もし仮に T の値がものすごく大きければ，切片がマイナスになることもあり得る。ここでは，切片はプラスだと仮定しておこう）



＊ 上図の傾きや切片は覚えなくてよい。

さて，IS 曲線の式が導けたわけであるが，この IS 曲線の式（１）は財市場均衡条件$Y = C + I + G$を何度も変形しただけの式であるので，IS 曲線の式（１）も財市場均衡条件と本質的に変わりはない。ということは，IS 曲線の式（１）は財市場の均衡を表していることになるので，IS 曲線の説明文である，IS 曲線とは

「財市場を均衡させるような国民所得Yと利子率rの組み合わせ」

という波線部が理解できるのではないだろうか。

ちなみに，前ページの①式から，

$$Y = cY - cT + C_0 - ar + I_0 + G \quad \cdots ①$$
$$Y - cY = C_0 - cT - ar + I_0 + G$$
$$(1-c)Y = C_0 - cT - ar + I_0 + G$$
$$Y = \frac{1}{1-c}(C_0 - cT - ar + I_0 + G) \quad \text{：IS 曲線の式（２）}$$

このように変形すれば，均衡国民所得Y^*が求まる式が得られるが，この式を IS 曲線の式と考えても何ら問題ない。ただし，この IS 曲線の式（２）では横軸をY，縦軸をrとするグラフを書きづらいため，グラフを書くには IS 曲線の式（１）の形にした方がよい。

（２）IS 曲線が右下がりである意味

IS 曲線が右下がりであることの意味を説明していく。前ページで右下がりの IS 曲線を導出できたが，単なる式変形をして IS 曲線が右下がりであることを確認したにすぎない。式変形で右下がりだと言えても，その心（こころ）を理解しないと，自信を持って IS－LM 分析を理解したとは言えないだろう。

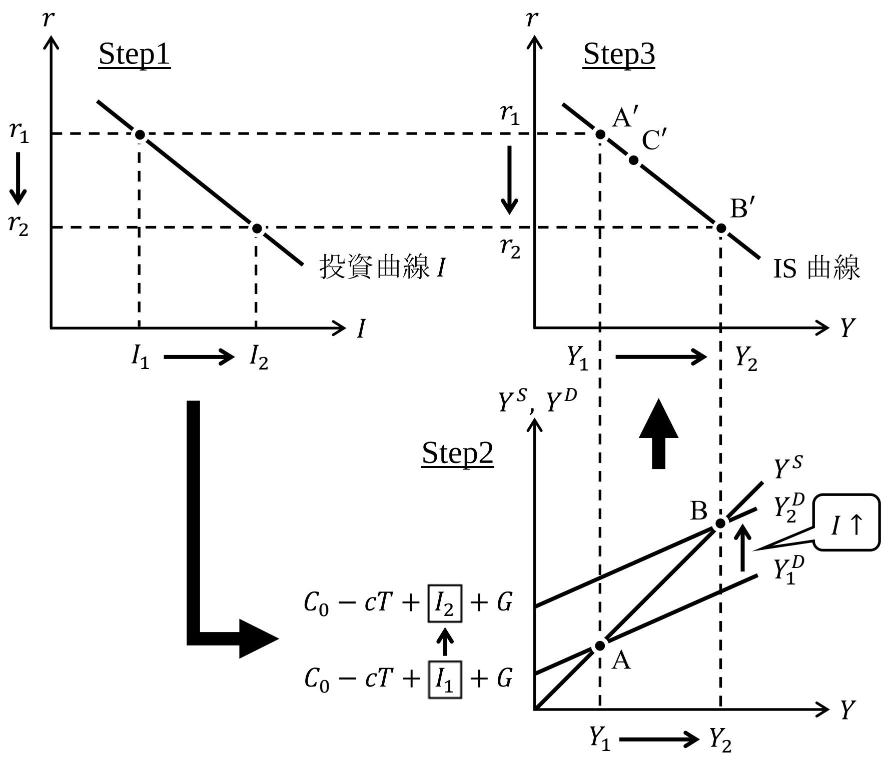
まず，IS 曲線が右下がりという状況は，

「利子率rが低下［上昇］したとき，

（均衡）国民所得Yは増加［減少］して，財市場が均衡する」

と言い換えることもできる。ただ，これだけではよくわからないだろうから，3 つのグラフを用いて説明していくことにしよう。

図表　IS 曲線の導出



上図と対応させながら次の手順を見ていこう。

Step1　利子率 r が低下すると，投資 I が増加する。

Step2　投資 I が増加すると総需要 Y^D が増加（上シフト）し，財市場が均衡するように（均衡）国民所得 Y が増加する。

⇒ 点 A も点 B も財市場が均衡（$Y^D = Y^S$）していることに注意！

Step3　点 A′ は利子率 r が低下する**前**の，財市場が均衡する Y と r の組み合わせであり，点 B′ は利子率 r が低下した**後**の，財市場が均衡する Y と r の組み合わせである。

⇒ 点 A は点 A′ に対応していて，点 B は点 B′ に対応している。

このように財市場が均衡している点 A′ や点 B′ を通る曲線が IS 曲線なのである。これが，グラフを用いた IS 曲線の導出であり，IS 曲線が右下がりになる理由なのである。
（上の 3 つの図が IS 曲線が右下がりになることのより正確な説明であるが，IS 曲線が右下がりになる理由を大雑把に言うと…，「利子率 r が下がると，投資 I が増えることで国民所得 Y が増えるので，IS 曲線は右下がりである」ということになる）

さて，ここまで見てきてようやく IS 曲線とは，

「財市場を均衡させるような国民所得 Y と利子率 r の組み合わせ」

だということが腑に落ちるのではないだろうか。（「組み合わせ」という言葉が気になる人は**＜補足２＞**を参照）

＜補足２＞ Y と r の「組み合わせ」？

IS 曲線は「財市場を均衡させるような国民所得 Y と利子率 r の組み合わせ」と学んだが「組み合わせ」という言葉にしっくりこない人もいるかもしれないので，ひと言コメントしておく。

前ページの右上図（Step3 の図）を見たときに，例えば点 A′ は座標が (Y_1, r_1) である。この点（の座標）を「財市場を均衡させる Y と r の組み合わせ」と言うのである。同様に，点 B′の座標 (Y_2, r_2) も「財市場を均衡させる Y と r の組み合わせ」と言う。

ここで仮に，左上図（Step1 の図）で利子率を r_1 からほんのわずかしか低下させなかった場合，「財市場を均衡させる Y と r の組み合わせ」は点 C′ になっているかもしれない。

そのように考えていくと，IS 曲線は点 A′ や点 B′ や点 C′ のような「財市場を均衡させる Y と r の組み合わせ」である点を無数に集めて曲線になったものだと考えることができる。

そう考えれば，IS 曲線は財市場が均衡する点を無数に集めたものであるので，単に「IS 曲線とは，財市場を均衡させる Y と r の組み合わせである」と言ってしまっていいことにも納得できるのではないだろうか。

【問題】次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. IS 曲線とは，（　財　）市場を均衡させるような国民所得 Y と利子率 r の組み合わせであり，（　右上がり　/〇右下がり　）の曲線として表すことができる。
2. IS 曲線上では，常に（　財　）市場が均衡している。
3. IS 曲線の「I」は英単語（　Investment　）の頭文字であり，「S」は英単語（　Savings　）の頭文字である。
4. 政府支出 G や租税 T が（　含まれる　/〇含まれない　）ような政府がないモデルを考えたとき，
   $Y = C + I \quad \rightarrow \quad Y - C = I$
   ここで，$Y - C =$（　S　）とおくことができるので，
   $I = S$ が（　財　）市場均衡条件となっていることが IS 曲線の名称の由来である。
5. 政府支出 G や租税 T が（〇含まれる　/　含まれない　）ような政府があるモデルを考えたとき，
   $Y = C + I + G \quad \rightarrow \quad Y = C + I + G + T - T \quad \rightarrow \quad Y - C - T + T = I + G$
   ここで，$Y - C - T =$（　S　）とおくことができるので，
   $I +$（　G　）$= S +$（　T　）が財市場均衡条件となる。
6. IS 曲線は（　財　）市場の均衡に関する曲線であるので，IS 曲線の式を導出するには（　財　）市場均衡条件を変形していくことで導出する。
7. 利子率 r が低下すると，投資 I が（〇増加　/　減少　）することで，財市場において総需要 Y^D が（〇増加　/　減少　）し，財市場が均衡するように国民所得 Y が（〇増加　/　減少　）する。

【例題】

1.　マクロ経済モデルを $Y=C+I$，$C=cY+C_0$，$I=-ar+I_0$ とするとき（政府がないモデル），IS 曲線の式を求めなさい。

（解答）

財市場均衡条件 $Y=C+I$ より，

$$
\begin{aligned}
&Y=C+I\\
&Y=\underbrace{cY+C_0}_{=C}+(\underbrace{-ar+I_0}_{=I})\\
&Y=cY+C_0-ar+I_0\\
&ar=-Y+cY+C_0+I_0\\
&ar=-(1-c)Y+C_0+I_0\\
&r=-\frac{1-c}{a}Y+\frac{C_0+I_0}{a} \quad \text{：IS 曲線の式}
\end{aligned}
$$

［注意］$r=\dfrac{-(1-c)Y+C_0+I_0}{a}$ と答えても間違いではないが，傾きと切片がわかる解答のような式の形にしておくことをおすすめする。

$$r=\quad -\frac{1-c}{a}Y+\frac{C_0+I_0}{a}$$

2.　$c=0.8$，$C_0=10$，$a=2$，$I_0=20$ であるとき，IS 曲線の式を求めなさい。

（解答）

消費関数 $C=0.8Y+10$，投資関数 $I=-2r+20$ であり，

財市場均衡条件 $Y=C+I$ より，

$$
\begin{aligned}
&Y=C+I\\
&Y=0.8Y+10-2r+20\\
&2r=-Y+0.8Y+30\\
&2r=-0.2Y+30\\
&r=-0.1Y+15=-\frac{1}{10}Y+15 \quad \text{：IS 曲線の式}
\end{aligned}
$$

［別解］

1.の答えを用いて，

$$r=-\frac{1-c}{a}Y+\frac{C_0+I_0}{a}=-\frac{1-0.8}{2}Y+\frac{10+20}{2}=-\frac{0.2}{2}Y+\frac{30}{2}=-0.1Y+15=-\frac{1}{10}Y+15$$

（このように解いても間違いではないが，通常はこのような誘導問題にはなっていないため，（解答）のように財市場均衡条件から計算していくことをおすすめする）

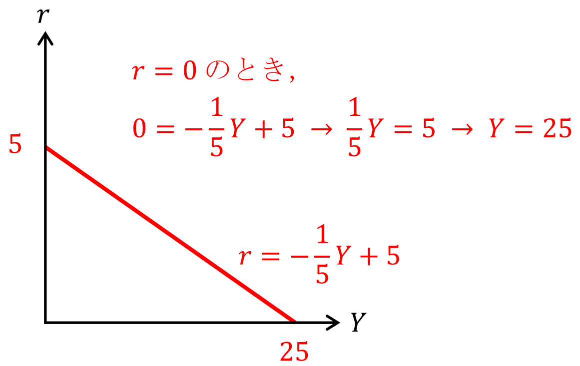
$$r=\quad -\frac{1}{10}Y+15$$

【問題】

(1)　マクロ経済モデルが $Y = C + I$，$C = 0.8Y + 2$，$I = -r + 3$ であるとき，IS 曲線の式を求めなさい。また，IS 曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値を明記しなさい。

$Y = C + I = 0.8Y + 2 - r + 3 = 0.8Y - r + 5 \rightarrow r = -Y + 0.8Y + 5 = -0.2Y + 5 = -\frac{1}{5}Y + 5$

$r = -\frac{1}{5}Y + 5$

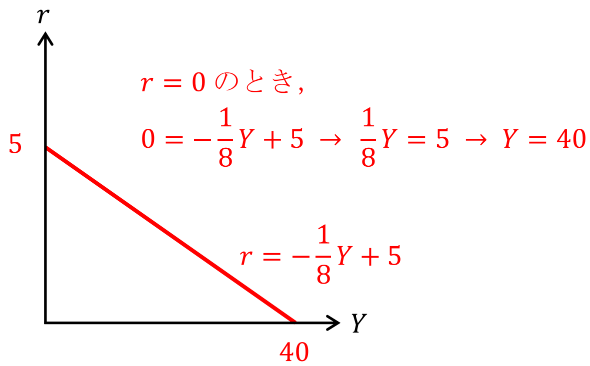


(2)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.75Y + 3$，$I = -2r + 1$，$G = 6$ であるとき，IS 曲線の式を求めなさい。また，IS 曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値を明記しなさい。

$Y = C + I + G = 0.75Y + 3 - 2r + 1 + 6 = 0.75Y - 2r + 10$

$\rightarrow 2r = -Y + 0.75Y + 10 = -0.25Y + 10 = -\frac{1}{4}Y + 10 \rightarrow r = -\frac{1}{8}Y + 5$

$r = -\frac{1}{8}Y + 5$



(3)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = cY + C_0$，$I = -ar + I_0$ であるとき，IS 曲線の式を求めなさい。

$Y = C + I + G = cY + C_0 - ar + I_0 + G$

$\rightarrow ar = -Y + cY + C_0 + I_0 + G = -(1 - c)Y + C_0 + I_0 + G \rightarrow r = -\frac{1 - c}{a}Y + \frac{C_0 + I_0 + G}{a}$

$* \ r = \frac{-(1 - c)Y + C_0 + I_0 + G}{a}$ と書くと傾きと切片がわかりづらい。

$r = -\frac{1 - c}{a}Y + \frac{C_0 + I_0 + G}{a}$

(4)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.8(Y - T) + 1$，$T = 5$，$I = -2r + 5$，$G = 10$ であるとき，IS 曲線の式を求めなさい。また，IS 曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値を明記しなさい。

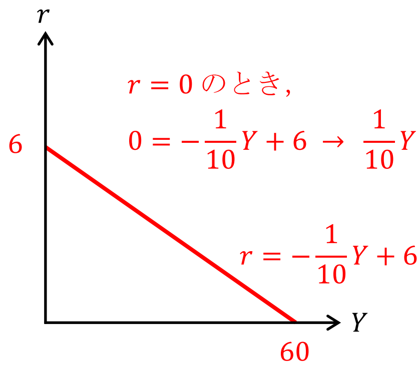
$Y = C + I + G = 0.8(Y - 5) + 1 - 2r + 5 + 10 = 0.8Y - 4 - 2r + 16 = 0.8Y - 2r + 12$

$\rightarrow\ 2r = -Y + 0.8Y + 12 = -0.2Y + 12 = -\dfrac{1}{5}Y + 12 \ \rightarrow\ r = -\dfrac{1}{10}Y + 6$

$$r = \quad -\frac{1}{10}Y + 6$$

$r = 0$ のとき，

$0 = -\dfrac{1}{10}Y + 6 \ \rightarrow\ \dfrac{1}{10}Y = 6 \ \rightarrow\ Y = 60$



(5)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = c(Y - T) + C_0$，$I = -ar + I_0$ であるとき，IS 曲線の式を求めなさい。また，IS 曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値（式）を明記しなさい。ただし，IS 曲線の各切片は正と仮定する。

（ヒント）横軸切片は IS 曲線の式に $r = 0$ を代入して求める。

$Y = C + I + G = c(Y - T) + C_0 - ar + I_0 + G = cY - cT + C_0 - ar + I_0 + G$

$\rightarrow\ ar = -Y + cY + C_0 - cT + I_0 + G = -(1 - c)Y + C_0 - cT + I_0 + G$

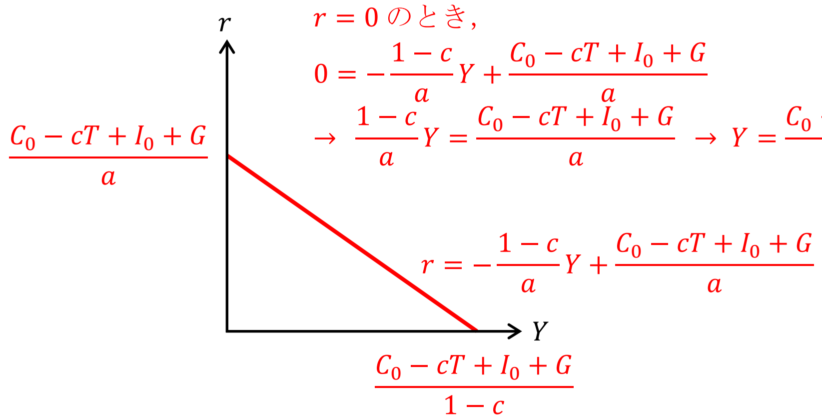
$\rightarrow\ r = -\dfrac{1 - c}{a}Y + \dfrac{C_0 - cT + I_0 + G}{a}$

$$r = \quad -\frac{1 - c}{a}Y + \frac{C_0 - cT + I_0 + G}{a}$$

$r = 0$ のとき，

$0 = -\dfrac{1 - c}{a}Y + \dfrac{C_0 - cT + I_0 + G}{a}$

$\rightarrow\ \dfrac{1 - c}{a}Y = \dfrac{C_0 - cT + I_0 + G}{a} \ \rightarrow\ Y = \dfrac{C_0 - cT + I_0 + G}{1 - c}$



［補足］

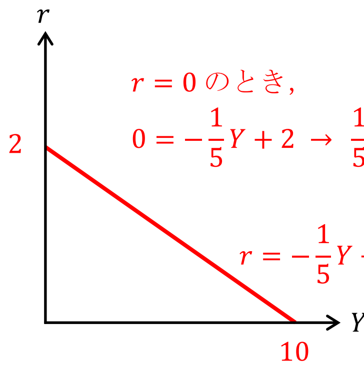
問題(5)のグラフを見れば，G や T などの各変数が変化することで IS 曲線がどのようにシフトするかが一目瞭然である。詳しくは第 3 節へ。

(6)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = 0.8(Y - T) + 5$，$T = 0.5Y + 10$，$I = -3r + 2$，$G = 7$ であるとき，IS 曲線の式を求めなさい。また，IS 曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値を明記しなさい。

$Y = C + I + G = 0.8\{Y - (0.5Y + 10)\} + 5 - 3r + 2 + 7 = 0.8(0.5Y - 10) - 3r + 14$

$= 0.4Y - 8 - 3r + 14 = 0.4Y - 3r + 6 \rightarrow 3r = -0.6Y + 6 \rightarrow r = -0.2Y + 2 = -\frac{1}{5}Y + 2$

$$r = -\frac{1}{5}Y + 2$$



$r = 0$ のとき，

$0 = -\frac{1}{5}Y + 2 \rightarrow \frac{1}{5}Y = 2 \rightarrow Y = 10$

(7)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = c(Y - T) + C_0$，$T = tY + T_0$，$I = -ar + I_0$ であるとき，IS 曲線の式を求めなさい。また，IS 曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値（式）を明記しなさい。ただし，IS 曲線の各切片は正と仮定する。

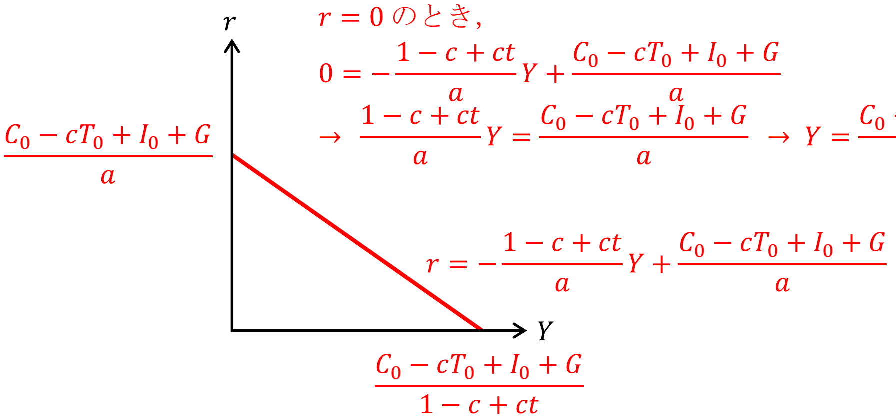
$Y = C + I + G = c\{Y - (tY + T_0)\} + C_0 - ar + I_0 + G = c\{(1 - t)Y - T_0\} + C_0 - ar + I_0 + G$

$= c(1 - t)Y - cT_0 + C_0 - ar + I_0 + G = cY - ctY - cT_0 + C_0 - ar + I_0 + G$

$\rightarrow ar = -Y + cY - ctY + C_0 - cT_0 + I_0 + G = -(1 - c + ct)Y + C_0 - cT_0 + I_0 + G$

$\rightarrow r = -\frac{1 - c + ct}{a}Y + \frac{C_0 - cT_0 + I_0 + G}{a}$

$$r = -\frac{1 - c + ct}{a}Y + \frac{C_0 - cT_0 + I_0 + G}{a}$$



$r = 0$ のとき，

$0 = -\frac{1 - c + ct}{a}Y + \frac{C_0 - cT_0 + I_0 + G}{a}$

$\rightarrow \frac{1 - c + ct}{a}Y = \frac{C_0 - cT_0 + I_0 + G}{a} \rightarrow Y = \frac{C_0 - cT_0 + I_0 + G}{1 - c + ct}$

［補足］

問題(7)の IS 曲線の傾き $-\frac{1 - c + ct}{a}$ は必ず負である。なぜなら，$0 < c < 1$，$0 \leq t < 1$ であるため，$1 - c$ は正，ct も正，つまり，分子は正，$a > 0$ より分母も正であることから言えるのである。（p.5 で説明したように問題(5)の IS 曲線の傾きも必ず負である）

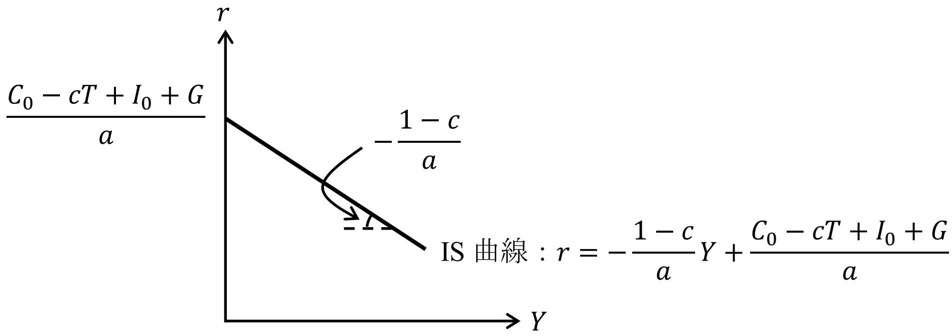
3. IS曲線のシフト

まず，IS 曲線が右シフトする理屈を式で確認しよう。

p.5 の IS 曲線の式（１）

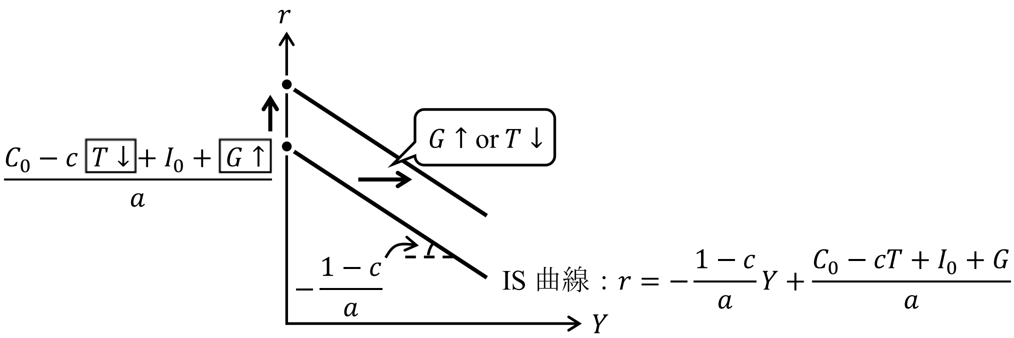
$$r=\underbrace{-\frac{1-c}{a}}_{\text{傾き}}Y+\underbrace{\frac{C_0-cT+I_0+G}{a}}_{\text{切片}}\quad \text{：IS 曲線の式（１）}$$

より，グラフは次のように書けた。



このグラフの縦軸切片 $\frac{C_0-cT+I_0+G}{a}$ に着目すると，政府が公共事業を拡大（$G\uparrow$）したり，政府が減税（$T\downarrow$）する，つまり，政府が**拡張的財政政策**（$G\uparrow$, $T\downarrow$）を行うことで，次の図のように IS 曲線の縦軸切片が上にあがり，IS 曲線が**右シフト**（上シフト）することがわかる。

＊ 次ページで説明するように，IS 曲線の「右シフト」と考えた方がよい。
（もし，IS 曲線が右シフトしていたと考えても切片は上にあがりますね）

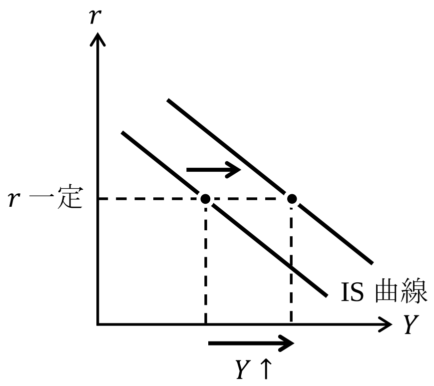


（切片中の式からわかるように基礎消費 C_0 や（利子率 r に依存しない）独立投資 I_0 が増加しても，IS 曲線は右シフトする）

また，逆に政府が**緊縮的財政政策**（$G\downarrow$, $T\uparrow$）を行うことで，IS 曲線は**左シフト**する。

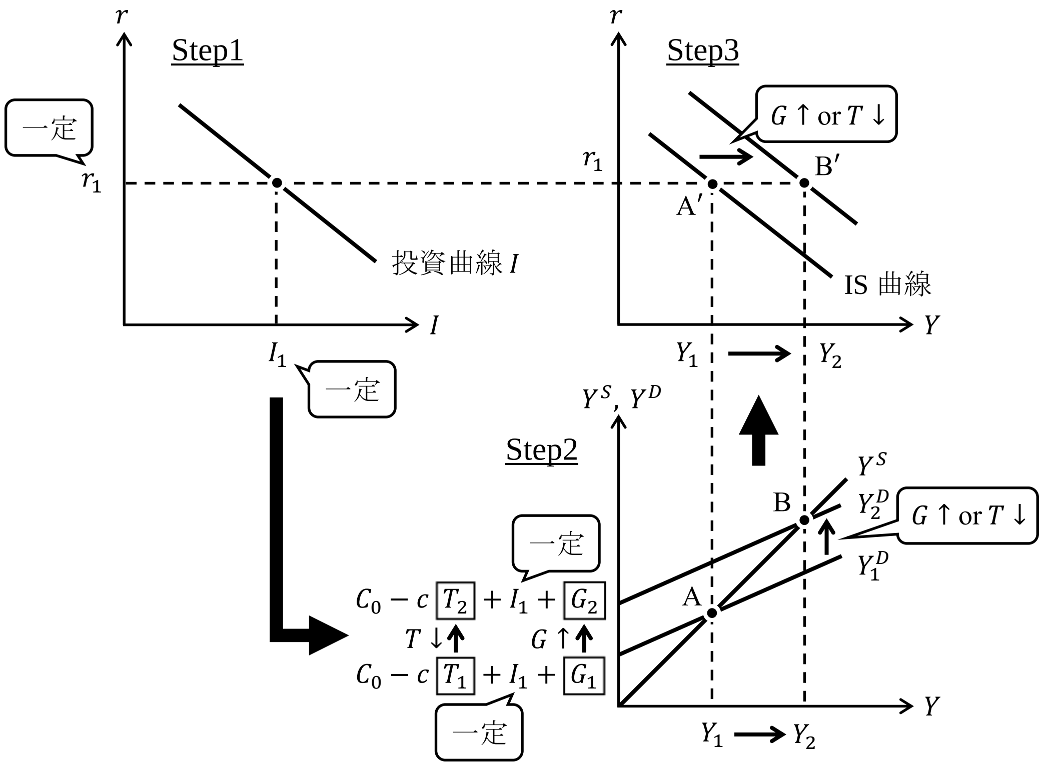
以上の説明から $G\uparrow$ や $T\downarrow$ によって IS 曲線が右シフトすることがわかるが，IS 曲線が右シフトする経済学的な意味を理解するためには，次に説明する理屈で理解しておいた方がよい。

まず，IS 曲線の右シフトは次の図から「利子率rを一定として，（財市場が均衡する）（均衡）国民所得Yが増加するような状況」であることがわかる。



では，どうすれば「利子率rを一定として，国民所得Yが増加するような状況」を作り出せるかというと，政府による拡張的財政政策（$G\uparrow$, $T\downarrow$）なのである。その理由は次の図を見てほしい。

図表　IS 曲線の右シフト（拡張的財政政策）



Step1　利子率rを一定とすると，投資Iも一定となる。

Step2　政府が公共事業を拡大する（$G\uparrow$），もしくは，減税（$T\downarrow$）をすると，総需要Y^Dが増加（上シフト）し，財市場が均衡するように（均衡）国民所得Yが増加する。（投資はI_1のまま一定であることに注意）

⇒ 拡張的財政政策（$G\uparrow$, $T\downarrow$）によって，「利子率rを一定として，国民所得Yが増加するような状況」を作り出せた！

Step3　元の IS 曲線は点A′を通るが，政策後は点B′を通る IS 曲線へと右シフトした。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 政府支出 G を（〇増加 / 減少 ）させる，または，（ 増税 /〇減税 ）を行うといったような（ 拡張 ）的（ 財政 ）政策を行えば，IS 曲線は右方へシフトする。
2. 政府支出 G を（ 増加 /〇減少 ）させる，または，（〇増税 / 減税 ）を行うといったような（ 緊縮 ）的（ 財政 ）政策を行えば，IS 曲線は左方へシフトする。
3. （ 国民所得 Y /〇利子率 r ）を一定として，拡張的財政政策を行うことで，財市場において総需要 Y^D が（〇増加 / 減少 ）し，財市場が均衡するように国民所得 Y が（〇増加 / 減少 ）する。これが，拡張的財政政策を行うことによって，IS 曲線が（〇右 / 左 ）方へシフトすることの理由である。

(2) マクロ経済モデルが $Y=C+I+G$，$C=0.8Y+2$，$I=-r+1$，$G=5$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1. IS 曲線の式を求めなさい。

$$Y=C+I+G=0.8Y+2-r+1+5 \rightarrow r=-Y+0.8Y+8=-0.2Y+8=-\frac{1}{5}Y+8$$

$$r=\quad -\frac{1}{5}Y+8$$

2. 政府支出 G を 7 へと増加させたときの IS 曲線の式を求めなさい。

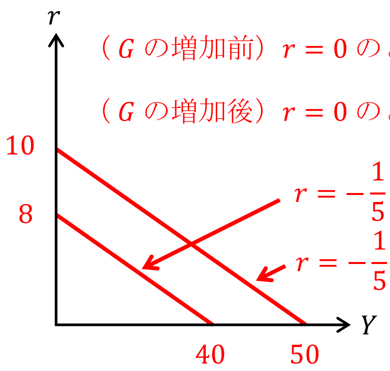
$$Y=C+I+G=0.8Y+2-r+1+7 \rightarrow r=-Y+0.8Y+10=-0.2Y+10=-\frac{1}{5}Y+10$$

$$r=\quad -\frac{1}{5}Y+10$$

3. 1.と 2.で得た 2 つの IS 曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値をそれぞれ明記しなさい。

（G の増加前）$r=0$ のとき，$0=-\frac{1}{5}Y+8 \rightarrow Y=40$

（G の増加後）$r=0$ のとき，$0=-\frac{1}{5}Y+10 \rightarrow Y=50$

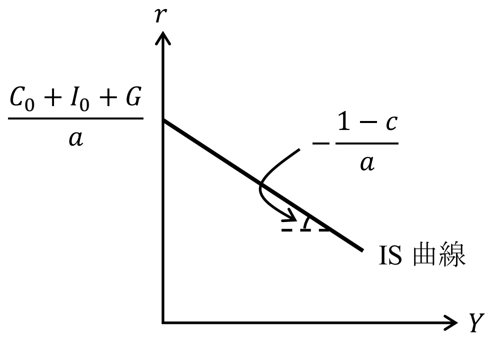


4. 次の文章について適切な用語に〇を書きなさい。
3.のグラフより，政府支出 G を増加させることで，IS 曲線が（〇右 / 左 ）方へシフトする。

(3)　マクロ経済モデルが $Y=C+I+G$，$C=cY+C_0$，$I=-ar+I_0$ であるとき，IS 曲線の式とグラフは次のように得られる。

$$
\begin{aligned}
Y &= C+I+G \\
&= cY+C_0-ar+I_0+G \\
ar &= -Y+cY+C_0+I_0+G \\
&= -(1-c)Y+C_0+I_0+G
\end{aligned}
$$

$$r=\underbrace{-\frac{1-c}{a}}_{\text{傾き}}Y+\underbrace{\frac{C_0+I_0+G}{a}}_{\text{切片}}\quad \text{: IS 曲線}$$



このとき，上式や上図に関する次の文章について適切な用語に○を書きなさい。

1.　政府支出 G が増加することで，IS 曲線の縦軸切片の値が（○増加　/　減少　）する。これは，IS 曲線が（○上　/　下　）方へシフト，もしくは，（○右　/　左　）方へシフトすることを表している。
2.　基礎消費 C_0 が減少することで，IS 曲線の縦軸切片の値が（　増加　/○減少　）する。これは，IS 曲線が（　上　/○下　）方へシフト，もしくは，（　右　/○左　）方へシフトすることを表している。
3.　独立投資 I_0 が増加することで，IS 曲線の縦軸切片の値が（○増加　/　減少　）する。これは，IS 曲線が（○上　/　下　）方へシフト，もしくは，（○右　/　左　）方へシフトすることを表している。
4.　限界消費性向 c が上昇することで，IS 曲線の傾きの絶対値である $(1-c)/a$ の値は（　増加　/○減少　）するが，縦軸切片の値は変化しないので，縦軸切片を中心として，IS 曲線は（　時計　/○反時計　）回りに回転する。

c↑により，$(1-c)/a$ の分子の値が小さくなるので，分数自体の値も減少

(4)　マクロ経済モデルが $Y=C+I+G$，$C=0.75(Y-T)+3$，$T=4$，$I=-r+2$，$G=6$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　IS 曲線の式を求めなさい。

$Y=C+I+G=0.75(Y-4)+3-r+2+6=0.75Y-3-r+11=0.75Y-r+8$

$\rightarrow\ r=-Y+0.75Y+8=-0.25Y+8=-\frac{1}{4}Y+8$

$r=\quad -\frac{1}{4}Y+8$

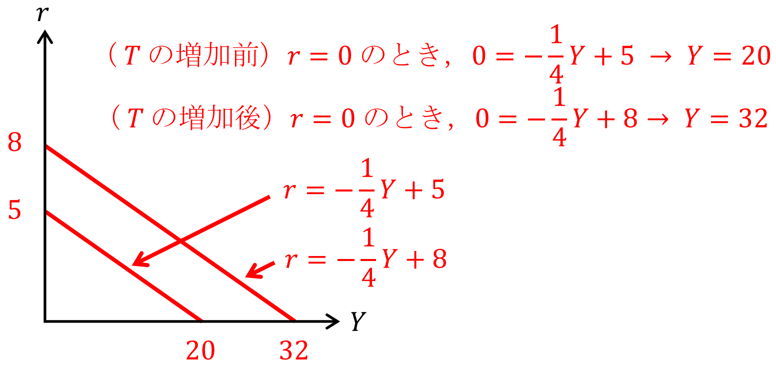
2.　租税 T を 8 へと増加させたときの IS 曲線の式を求めなさい。

$Y=C+I+G=0.75(Y-8)+3-r+2+6=0.75Y-6-r+11=0.75Y-r+5$

$\rightarrow\quad r=-Y+0.75Y+5=-0.25Y+5=-\frac{1}{4}Y+5$

$r=\quad -\frac{1}{4}Y+5$

3.　1.と 2.で得た 2 つの IS 曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値をそれぞれ明記しなさい。

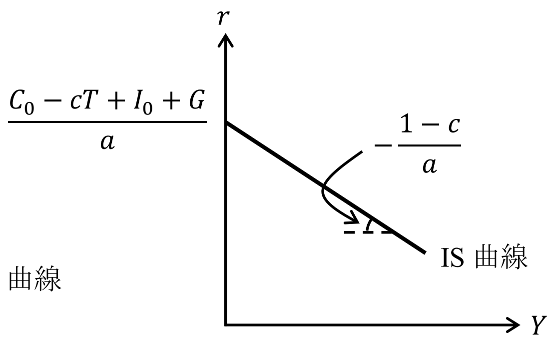


4.　次の文章について適切な用語に○を書きなさい。
3.のグラフより，増税することで IS 曲線が（　右　/○左　）方へシフトする。

(5)　マクロ経済モデルが $Y = C + I + G$，$C = c(Y - T) + C_0$，$I = -ar + I_0$ であるとき，IS 曲線の式とグラフは次のように得られる。

$$
\begin{aligned}
Y &= C + I + G \\
&= c(Y - T) + C_0 - ar + I_0 + G \\
&= cY - cT + C_0 - ar + I_0 + G \\
ar &= -Y + cY + C_0 - cT + I_0 + G \\
&= -(1 - c)Y + C_0 - cT + I_0 + G
\end{aligned}
$$

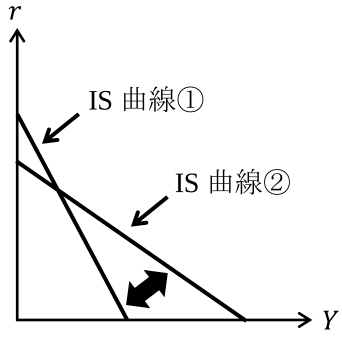
$$
r = \underbrace{-\frac{1 - c}{a}}_{\text{傾き}}Y + \underbrace{\frac{C_0 - cT + I_0 + G}{a}}_{\text{切片}} \quad \text{: IS 曲線}
$$



このとき，上式に関する次の文章について適切な用語に○を書きなさい。

1.　政府支出 G が増加することで，IS 曲線の縦軸切片の値が（○増加　/　減少　）する。これは，IS 曲線が（○上　/　下　）方へシフト，もしくは，（○右　/　左　）方へシフトすることを表している。
2.　租税 T が減少することで，IS 曲線の縦軸切片の値が（○増加　/　減少　）する。これは，IS 曲線が（○上　/　下　）方へシフト，もしくは，（○右　/　左　）方へシフトすることを表している。
3.　基礎消費 C_0 が増加することで，IS 曲線の縦軸切片の値が（○増加　/　減少　）する。これは，IS 曲線が（○上　/　下　）方へシフト，もしくは，（○右　/　左　）方へシフトすることを表している。
4.　独立投資 I_0 が減少することで，IS 曲線の縦軸切片の値が（　増加　/○減少　）する。これは，IS 曲線が（　上　/○下　）方へシフト，もしくは，（　右　/○左　）方へシフトすることを表している。

5.　限界消費性向 c が上昇することで，IS 曲線の傾きの絶対値である $(1-c)/a$ の値が（　増加　/○減少　）し，縦軸切片の値は（　増加　/○減少　）するので，IS 曲線は下図のように IS 曲線（○①　/　②　）から IS 曲線（　①　/○②　）へシフトする。これは IS 曲線が（　時計　/○反時計　）回りに回転すると考えることができる。



(6)　マクロ経済モデルが $Y=C+I+G$，$C=0.8(Y-T)+3$，$T=0.5Y+5$，$I=-3r+1$，$G=12$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　IS 曲線の式を求めなさい。

$Y=C+I+G=0.8\{Y-(0.5Y+5)\}+3-3r+1+12=0.8(0.5Y-5)-3r+16$

$=0.4Y-4-3r+16=0.4Y-3r+12 \ \rightarrow\ 3r=-0.6Y+12=-\frac{3}{5}Y+12 \rightarrow\ r=-\frac{1}{5}Y+4$

$r=\quad -\frac{1}{5}Y+4$

2.　政府支出 G を 9 へと減少させたときの IS 曲線の式を求めなさい。

$Y=C+I+G=0.8\{Y-(0.5Y+5)\}+3-3r+1+9=0.8(0.5Y-5)-3r+13$

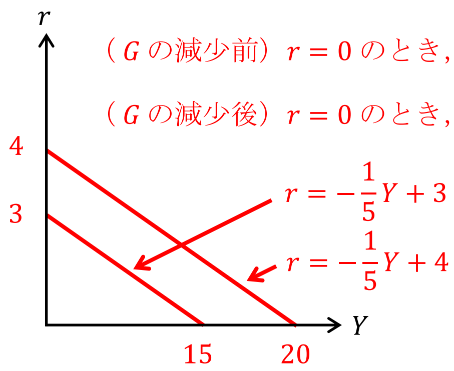
$=0.4Y-4-3r+13=0.4Y-3r+9 \ \rightarrow\ 3r=-0.6Y+15=-\frac{3}{5}Y+9 \ \rightarrow\ r=-\frac{1}{5}Y+3$

$r=\quad -\frac{1}{5}Y+3$

3.　1.と 2.で得た 2 つの IS 曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値をそれぞれ明記しなさい。

（G の減少前）$r=0$ のとき，$0=-\frac{1}{5}Y+3 \ \rightarrow\ Y=15$

（G の減少後）$r=0$ のとき，$0=-\frac{1}{5}Y+4 \rightarrow Y=20$



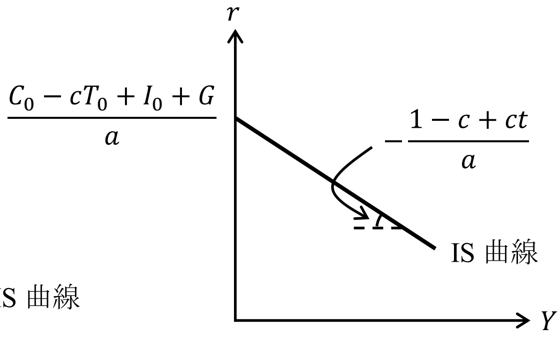
4.　次の文章について適切な用語に○を書きなさい。

3.のグラフより，政府支出 G を減少させることで，IS 曲線が（　右　/○左　）方へシフトする。

(7)　マクロ経済モデルが $Y=C+I+G$，$C=c(Y-T)+C_0$，$T=tY+T_0$，$I=-ar+I_0$ であるとき，IS 曲線の式とグラフは次のように得られる。

$$
\begin{aligned}
Y &= C+I+G \\
&= c\{Y-(tY+T_0)\}+C_0-ar+I_0+G \\
&= c\{(1-t)Y-T_0\}+C_0-ar+I_0+G \\
&= c(1-t)Y-cT_0+C_0-ar+I_0+G \\
ar &= -Y+(c-ct)Y+C_0-cT_0+I_0+G \\
&= -(1-c+ct)Y+C_0-cT_0+I_0+G
\end{aligned}
$$

$$r=\underbrace{-\frac{1-c+ct}{a}}_{\text{傾き}}Y+\underbrace{\frac{C_0-cT_0+I_0+G}{a}}_{\text{切片}}\quad\text{：IS 曲線}$$



このとき，上式に関する次の文章について適切な用語に○を書きなさい。

1. 政府支出 G が減少することで，IS 曲線の縦軸切片の値が（　増加　/○減少　）する。これは，IS 曲線が（　上　/○下　）方へシフト，もしくは，（　右　/○左　）方へシフトすることを表している。
2. 定額税 T_0 が増加することで，IS 曲線の縦軸切片の値が（　増加　/○減少　）する。これは，IS 曲線が（　上　/○下　）方へシフト，もしくは，（　右　/○左　）方へシフトすることを表している。
3. 限界消費性向 c が上昇することで，IS 曲線の傾きの絶対値である $(1-c)/a$ の値が（　増加　/○減少　）し，縦軸切片の値は（　増加　/○減少　）するので，IS 曲線は図 1 において IS 曲線（○①　/　②　）から IS 曲線（　①　/○②　）へシフトする。これは IS 曲線が（　時計　/○反時計　）回りに回転すると考えることができる。
4. 限界租税性向（所得税率）t が増加することで，IS 曲線の傾きの絶対値である $(1-c+ct)/a$ の値が（○増加　/　減少　）し，縦軸切片の値は変化しないので，IS 曲線は図 2 において IS 曲線（○①　/　②　）から IS 曲線（　①　/○②　）へシフトする。これは IS 曲線が縦軸切片を中心として（○時計　/　反時計　）回りに回転すると考えることができる。

図 1

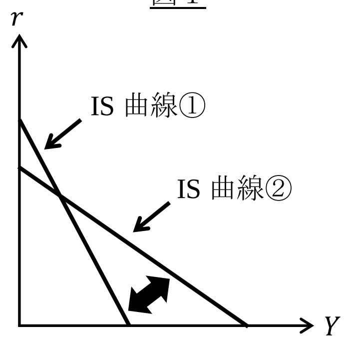
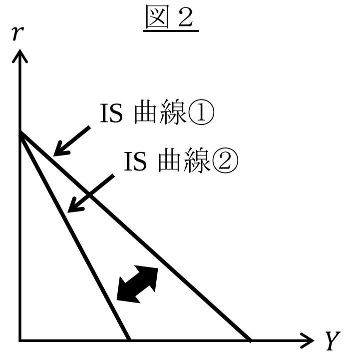
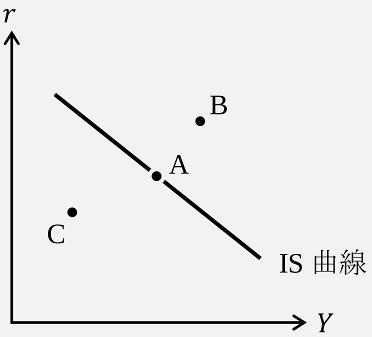


図 2



＜補足３＞ 財市場の不均衡領域

IS 曲線上では財市場が均衡（総需要 Y^D = 総供給 Y^S）しているので，下図の点 A では財市場が均衡している。



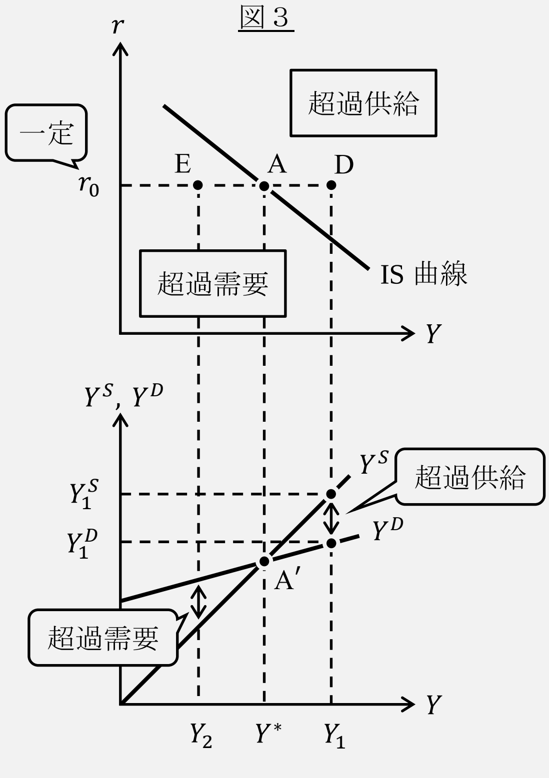
ということは，IS 曲線上にない点 B や点 C では財市場が均衡していない，つまり，不均衡の状態である。ところで，不均衡には 2 種類あり，需要が供給よりも大きくなる超過需要（総需要 $Y^D >$ 総供給 Y^S）のケース，供給が需要よりも大きくなる超過供給（総需要 $Y^D <$ 総供給 Y^S）のケースのどちらかである。では，点 B や点 C において，財市場において超過需要，超過供給のどちらが生じているのであろうか。（結論を書いておくと，点 B では超過供給，点 C では超過需要が生じている）

この見分け方は図３のように考えればよい。

まず，財政政策は行われておらず（G と T は一定），利子率は r_0 で固定されているものとする（利子率 r を固定すると投資 I も一定になるため，図３下図のように Y^D のグラフを固定して考えることができる）。また，図３上図の点 A は下図の点 A′ に対応している。

では，利子率が r_0，国民所得が Y_1 である点 D について考えていく。点 D では国民所得が Y_1 であるため，図３下図から $Y_1^S > Y_1^D$ であり，総供給の方が大きく超過供給（［注意］Y_F に関する内容ではないので，デフレ・ギャップではない！）が生じていることがわかる。したがって，点 D では財市場で超過供給が生じているのである。これより，「IS 曲線よりも右側の不均衡領域では，財市場で超過供給が生じる」ことがわかる。（第 10 講の＜補足１＞で学んだように超過供給が生じていると数量調整により Y_1 は Y^* に向かって減少していく。つまり，不均衡が調整されることで，経済状況は点 D から点 A に近付いていくと考えることができる）

図３



同様に考えると，点 E では財市場で超過需要が生じていることがわかり，「IS 曲線よりも左側の不均衡領域では，財市場で超過需要が生じる」ことがわかる。また，超過需要が生じていると数量調整により Y_2 は Y^* に向かって増加し，経済状況は点 E から点 A へ近付く。

はじめよう経済学　－解答編－
第 13 講　貨幣と債券

前回から IS－LM 分析を学び始め，すでに IS 曲線を求めました。今回は LM 曲線に関する内容になります。IS 曲線は財市場（45 度線分析）から導きましたが，LM 曲線は貨幣市場から導きます。そのため，今回は「貨幣市場」について学んでいくことにしましょう。

財市場で財の需要（総需要 Y^D ）と財の供給（総供給 Y^S ）があったように，貨幣市場にも貨幣の需要（貨幣需要 L ）と貨幣の供給（貨幣供給 M_S ）があります。この授業では，貨幣の需要や供給を学ぶ前に，まずは「貨幣」とは何かを学んでいきます。次に，貨幣とセットで学ぶ必要がある「債券」（とりあえず，国債をイメージすればいい）についても学んでいきます。その上で，貨幣需要 L とは何か，貨幣供給 M_S とは何か，といった順で学んでいきます。貨幣需要 L は中身の濃い話になりますので，じっくり理解しながら学習を進めてもらいたいなと思います。

＜第 13 講のノーテーション＞

M：マネーストック（名目貨幣供給，マネーサプライ）

L_1：取引的動機に基づく貨幣需要 ＋ 予備的動機に基づく貨幣需要

L_2：投機的動機に基づく貨幣需要

M_S：実質貨幣供給　　L：（実質）貨幣需要　　Y：国民所得　　r：利子率

r^*：均衡利子率　　P：物価　　P_B：債券価格

［注意］r は利子「率」であるので通常の経済では $0 < r < 1$ となる必要があるが，この授業では r の値の大きさにはこだわらず $r > 0$ としておくことにする。

目次

＜補足一覧＞

1. 貨幣と債券

（1）資産とは

資産には，工場や機械（つまり，資本K）・住宅・土地・道路などの**実物資産**と，現金・預貯金（預金）・株式・社債・国債・地方債などの**金融資産**がある。（例えば，企業は株式を発行して，それから得られる資金で工場を建設するというように実物資産と金融資産は関係していることが多い）

ここで，金融資産に着目しよう。そして，金融資産は「貨幣」と「債券」の2種類しかないと単純化する（金融資産は上で見たように多くの種類があるので，分析しやすいように2種類しかないと仮定する）。後ほど詳しく説明するが，貨幣とは現金だけを指すのではなく，預金も含むことに注意しなければいけない。また，債券としては国債をイメージすればよい。

＜補足1＞ 国債とは①

国債とは，国が発行する債券である「国庫債券」の略称である。と書いても，国債を初めて知る人にとっては不親切な説明だと思う。簡単なストーリーを示すので，国債とは何であるかのイメージをつかんでほしい。

政府「道路を作りたいけど…お金が足りないなぁ」

国民「利子を払ってくれるなら，お金貸そうか？」

政府「それはありがたい。それならば（カキカキ…）」

国民「何を書いているの？」

政府「チケットの出来上がり！このチケットには次のことを書いたよ」

チケット：このチケットは100万円で売ります。
また，このチケットを持っている人には利子として，
毎年3万円払います。

国民「おっけー。じゃ100万円でこのチケット買わせてもらうね！」

政府「ありがとう！このお金で道路が作れるよ」

＊ チケット＝国債，3万円＝利子

簡単な説明であったが，国債を（少しは）イメージできたのではないだろうか。

（以下は参考） この補足に入る直前で，「債券としては国債をイメージすればよい」と書いた。これは正確な説明ではないのでひと言コメントしておく。国債は（中央）政府が発行する債券である。ここでは経済主体として，家計・企業・政府を考えているので（外国は除いておく），モデル上は家計の発行する債券（借入金のイメージ），企業の発行する債券（つまり，社債）も「債券」に含まれているはずである。なぜなら，第9講で学んだように投資Iには「民間投資」が含まれており，民間投資は家計の住宅投資と企業の設備投資から構成されている。そのため，家計は借入金によって住宅を建て，企業は社債（や株式）の発行によって工場や機械を建設・導入するのである。つまり，「債券」を国債だけだと考えるのではなく，家計の借入金，社債，国債（や地方債）をまとめて「債券」と呼んでいると考えるべきなのである。

ところで,「流動性」という言葉があるが,**流動性**（liquidity ; リクイディティー ; リキディティー）とは「欲しい商品（財・サービス）との交換のしやすさ」のことである。例えば,現金は持っていればすぐに商品と交換できることから現金の流動性は最も高いと考える。預金（例えば,普通預金）もクレジットカードなどを介して簡単に商品を購入できるため,預金の流動性は高いと言える。このため,貨幣（＝現金＋預金）の流動性は高いといえよう。それに対して,債券である国債の流動性は低い（国債をコンビニに持っていったところで商品は購入できない）。

また,収益性とリスク（危険）に関しては,国債は収益性,リスクともに高い。国債は（貨幣に比べ）金利は高く収益性は高いが,金利が変動するというリスクがある。そのため,国債は（貨幣に比べ）ハイリスク・ハイリターンである**危険資産**といえる。

それに対して,貨幣は金利が低く（現金だと金利はない）収益性は低いが,その分,金利の変動は小さいのでリスクは小さい。そのため,貨幣は（債券に比べ）ローリスク・ローリターンである**安全資産**といえる。

［注意］異なる分野では「危険資産」を株式,「安全資産」を債券とする場合もある。

［まとめ］

（金融）資産＝貨幣＋債券

貨幣：安全資産（ローリスク・ローリターン）,流動性が高い

債券：危険資産（ハイリスク・ハイリターン）,流動性が低い

＊ 流動性：商品との交換のしやすさ

（２）貨幣の機能

貨幣には次の 3 つの機能がある。

① **交換手段としての機能**（交換仲介機能）

貨幣を持っていれば,欲しい商品と交換できるという機能のこと。

② **価値尺度機能**

商品の価値を測ることができるという機能のこと。

⇒ これによって,あらゆる商品の価格が○○円と表記され,商品の価値が判断しやすくなる。

③ **価値貯蔵機能**（価値保存機能）

価値を将来まで蓄えておけるという機能のこと。

⇒ つまり,お金は腐らないということ。

お米を貨幣の代わりとしていた時代（江戸時代のようにお米を年貢としている状況をイメージ）を考えると,お米は時間が経てば味は落ち,カビが生えてしまうだろうが,貨幣だとそのようなことはない。

［注意］これら 3 つの機能は,貨幣（＝現金＋預金）の特徴である。現金（硬貨と紙幣）だけの特徴ではない。

（３）貨幣の範囲

まず，マクロ経済学で「貨幣」と言えば「現金」（10 円玉や 1 万円札など）だけを指すわけではないことに注意をしてほしい。私たちは買い物の際にクレジットカードを用いて銀行に預けている「預金」も現金と同じように使用しているので，「預金」も貨幣と見なすのである。

このように，貨幣の範囲には現金（＝現金通貨）と預金（＝預金通貨）が含まれるため，

貨幣＝現金＋預金

となる。また，貨幣（の）量のことを**マネーストック**，または，マネーサプライという。（以前は貨幣量をマネーサプライと呼んでいたが，日本では 2008 年 5 月（速報値）から，海外で一般的に使われていた名称「マネーストック」と呼ぶようになった）

次に，「預金」をどの範囲まで含めるかという問題がある。どういうことかというと，預金には，普通預金や定期預金，当座預金など様々な種類があるため，どこまでを「預金」として貨幣に含めるのかといった問題がある。

これに対し，日本銀行は「マネーストック統計」（旧 マネーサプライ統計）の中で，預金の種類に応じてマネーストックをM_1（エムワン），M_2（エムツー），M_3（エムスリー）の 3 つに分類している。

おおざっぱに分類すると，

① $M_1 =$ 現金＋（すべての銀行の）普通預金

② $M_2 =$ 現金＋（ゆうちょ銀行を除いた）普通預金と定期預金

③ $M_3 =$ 現金＋（すべての銀行の）普通預金と定期預金

となる。（より正確な定義は**＜補足２＞**を参照）

まず，M_1 は流動性が高く（商品と交換しやすく），M_2, M_3 は定期預金を含むため，流動性が低い（商品と交換しにくい）。定期預金は一定期間，預金を引き出さないことを前提とするものなので，定期預金の流動性は低いのである。

次に，M_1 と M_3 は（ゆうちょ銀行を含む）「すべての銀行」の預金額が含まれるが，M_2 はゆうちょ銀行の預金額は含まれない。なぜ，ゆうちょ銀行の預金額を含んだり，含まなかったりするのかというと，ゆうちょ銀行の民営化と関係がある。

郵便局が民営化されてできたゆうちょ銀行は 2007 年 10 月に業務を開始した。以前のマネーサプライ統計では，民営化前の郵便局の預金額は，当時の主要な指標であった旧 M_1 と旧 M_2 に含まれていなかった。そのため，以前のマネーサプライ統計のデータと比較するためには，現行の M_2 のようにゆうちょ銀行を除いた指標を残す必要があったというわけである。ちなみに，現在の日本においてマネーストックの代表的な指標は M_3 である。

＜補足２＞ マネーストック統計

マネーストック統計において，M_1，M_2，M_3 は次のように分類されている。

M_1, M_3 の対象金融機関は「全預金取扱機関」であり，M_2 の対象金融機関は，ゆうちょ銀行などを除いた「国内銀行等」であり，

$$M_1 = \text{現金通貨} + \text{預金通貨（要求払い預金）}$$

$$M_3 = M_1 + \text{準通貨・CD}$$

＊ M_3 に国債なども加えた「広義流動性」という指標もある。

となる。

現金通貨とは，日本銀行が発行する「紙幣」と政府が発行する「硬貨（補助貨幣）」のことである。

預金通貨（**要求払い預金**）には，「普通預金」や「当座預金」などが含まれる。普通預金はキャッシュカードを使えば，すぐに現金を引き出すことができる。また，当座預金とは，小切手などを使用する際に用いる預金のことである。普通預金や当座預金などは，預金者が銀行に「現金を引き出したい」と要求すればすぐに払ってくれる預金であるので，「要求払い預金」という。

準通貨とは，要求払い預金以外の預金であり，定期預金が大半を占めている。

CD（**譲渡性預金**；Certificates of deposit）とは，他人に自由に譲渡できる定期預金のことである。日本では 5,000 万円以上と高額なものがほとんどで，個人が持つことはまずなく，企業などが決済用に利用している。銀行が発行する「超高額紙幣」と考えるとわかりやすい。

それぞれの金額は次のようになる。

M_2	1,038 兆円
M_3	1,372 兆円
準通貨	533 兆円
CD	31 兆円
M_1	809 兆円
現金通貨	102 兆円
預金通貨	707 兆円

（マネーストック統計；2019 年 11 月速報値）

この統計からも，実際に紙幣や硬貨として存在する現金の金額は，102 兆円（約 100 兆円）であるのに対し，貨幣量（代表的な指標である M_3 ）は 1,372 兆円であることがわかる。

つまり，実際に存在するお金（紙幣，硬貨）は 10 分の 1 以下と非常に少ないということになる。

（細かいことではあるが…，硬貨（補助貨幣）は中央政府が発行しているが，マネーストック統計上は日銀の発行として分類されている）

（４）債券とは

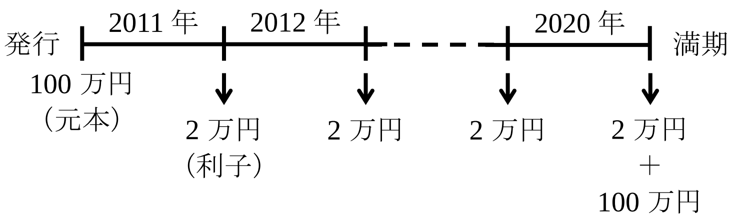
債券（bond ; ボンド）とは，資金を調達するときに発行する借用証書である（これだけだとイメージしにくい人は**＜補足１＞**を読んでほしい）。

ところで，この説明文だと**株式**（単に「株」）も該当してしまうが，債券と株式との違いは主に，①償還期間（後述）があるかないか，②債券の利子の金額は確定しているが株式の配当は企業の業績に左右される，といった違いがある。IS－LM 分析では，簡単化のため株式を無視するのが通常であるため，この授業でも株式のない経済を考えることにしよう。

債券において，資金を調達する側（つまり，お金を借りる側）を**債務者**，資金を提供する側（つまり，お金を貸す側）を**債権者**という。「債券」と「債権」は読み方は同じだが，異なる意味の単語であるので注意しよう。

さて，債券を特徴づける性質として例えば，①**額面**（元本），②**表面利率**（利率，**クーポンレート**），③**償還期間**，がある。債券の例として国債を用いて説明していくことにしよう。

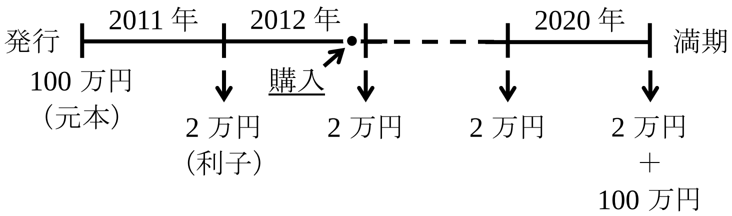
次の図を見てほしい。



この図は，額面 : 100 万円，表面利率 : 2%，償還期間 : 10 年である国債を想定している。まず，政府が 2011 年 1 月 1 日にこのような国債を発行し，国民がこの国債を 100 万円で買ったとする（国民が政府に 100 万円を貸したということ）。収益の元となるお金のことを元本というため，国民は元本 100 万円で国債を買ったということになる。

次に，この国債は表面利率が 2%であるので，この国債を持っていると年末（12 月 31 日）に政府から 2 万円の利子がもらえる。つまり，2011 年末，2012 年末，2013 年末，…，2020 年末に 2 万円ずつ政府から支払われるということである。この国債の償還期間は 10 年であるので，2020 年 12 月 31 日に満期（期限に達すること）を迎え，2020 年 12 月 31 日には利子の 2 万円と元本の 100 万円がその国債の所有者に償還（返済）されることとなる。

これで国債のイメージが大体つかめたと思うが，もう一点重要なことがある。それは国債は満期を迎える前であっても売買することができるという点である。次の図を見てほしい。



上図は先程見たような国債が，2012 年末（12 月 31 日）に売りに出されていて，それを誰かが購入するような状況を表している。

このような2012年末に売られているような国債は**既発債**（既に発行された国債）という。それに対して，2011年1月1日に発行されてすぐに売りに出されている国債を**新発債**という。

2012年末に売られている国債の債券価格（国債価格）を P_B （Bond）としたとき，

・ $P_B = 90$ 万円の場合

国債を90万円で買うと，年間2万円の利子が得られるので，国債の金利は

$$\textbf{国債の金利（利子率，利回り）} r = \frac{2\text{ 万円}}{90\text{ 万円}} \fallingdotseq 0.022\text{（2.2\%）}$$

と計算することができる。（2020年末に返ってくる元本があるので，正確には r の値は2.2%ではない。**＜補足３＞**へ）

・ $P_B = 80$ 万円の場合

$$\text{国債の金利（利子率）} r = \frac{2\text{ 万円}}{80\text{ 万円}} = 0.025\text{（2.5\%）}$$

これより，

「利子率 $\boldsymbol{r}$ の上昇は，債券価格 $\boldsymbol{P_B}$ の低下を表している」

ということがわかる（逆に，利子率 r が低下しているとき，債券価格 P_B は増加している）。

要は，利子率 r と債券価格 P_B は逆の動きをすると理解しておけばよい。

＜補足３＞ コンソル債

この授業では，償還期間が10年である国債（10年物国債）を例に説明してきた。しかし，IS－LM分析では，償還期間がなく（つまり，償還期間が無限期間），利子が支払われ続ける国債（**コンソル債**）を前提としている。

なぜ，IS－LM分析では債券としてコンソル債を仮定するのかというと，コンソル債を考えることで簡単な式で利子率 r と債権価格 P_B の関係をとらえることができるからである。詳細は割愛するが，コンソル債の金利（利子率 r ）は次の式で計算することができる。

$$r = \frac{A}{P_B} \qquad \text{ただし，} A \text{ は年当たりの利子（先の例では2万円）}$$

それに対して，コンソル債ではない国債の金利（例：最終利回り）は次の式で計算することができる。

$$r = \frac{\text{表面利率} + \dfrac{\text{額面} - P_B}{\text{残存年数（年）}}}{P_B} \quad \leftarrow \text{ 複雑な式になってしまう。}$$

ちなみに，コンソル債（consols）とは，統合債（consolidated bonds）の略であり，償還期間が有限である債券を統合して，償還期間が無限になるという考え方からきている。

コンソル債はイギリスで実際に発行されていたが，2015年にすべて償還されてしまっている。また，ニュースなどではコンソル債のことを永久債と表現することがある。

＜補足４＞ 国債とは②

日本の国債には様々な種類がある。まず，この授業で国債には利子がつくと説明したが，このような国債は**利付国債**（りつき）と呼ばれる（ちなみに，実際には利子は半年ごとに支払われる）。それに対して，利子の支払いがなく，国債の購入時点で安く（割引されて）買え，満期には元本が返ってくる**割引国債**もある。

先程は表面利率が2%に固定されている国債を考えたが，これは**固定利付国債**と呼ばれる。それに対して，表面利率が変動し利子が変化する**変動利付国債**もある。また，元本と利子が物価に連動して変化する**物価連動国債**もある。（日本では固定利付国債が一般的である）

償還期間に関しては，2 ヵ月，3 ヵ月，6 ヵ月，1 年，2 年，5 年，10 年，15 年，20 年，30 年，40 年と様々な種類がある（国によっては 100 年物国債も販売されている）。償還期間が 1 年以下の国債を**短期国債**，1 年超 5 年以下を**中期国債**，5 年超 10 年以下を**長期国債**，10 年超を**超長期国債**と呼ぶ。ちなみに，**国庫短期証券**（Treasury Discount Bill；略して「T-Bill」）という国債が日本で販売されているが，これは償還期間が 2 か月，3 か月，6 か月，1 年の割引国債である。

日本経済を考える際に，長期金利，短期金利という指標がある。**長期金利**の代表例は，新発債で償還期間が 10 年である国債（新発 10 年物国債（固定利付国債））の金利である。また，かつて重要視された短期金利は「無担保コールレート翌日物」である（**＜補足１３＞**へ）。

また，ここまで紹介した国債は主に民間銀行や日銀が購入するが，私たち個人が証券会社や民間銀行で購入できる国債（**個人向け国債**）もある。個人向け国債は 3 種類あり，10 年物の変動利付国債（変動 10 年），5 年物の固定利付国債（固定 5 年），3 年物の固定利付国債（固定 3 年）がある（個人が買える国債としては他に，新窓販（しんまどはん）国債がある）。

また，国債は発行の目的に応じて建設国債や赤字国債などという分類もある。

最後に，IS－LM 分析で想定している債券の特徴をまとめておくと，「コンソル債」「固定利付債券」「家計，企業，政府が発行・購入可能である債券」ということになる。

【問題】

(1) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に○を書きなさい。

1. マクロ経済学の基礎では，金融資産は（ 貨幣 ）と（ 債券 ）だけから構成されると考える。
2. （○貨幣 / 債券 ）は安全資産であり，（ 貨幣 /○債券 ）は危険資産である。
3. 貨幣は，商品と交換しやすいため（ 流動性 ）が高いという。
4. 債券は流動性が（ 高い /○低い ）資産である。
5. 貨幣には，現金通貨と預金通貨が含まれていることから，

$$\text{貨幣} = (\ \text{現金}\ ) + (\ \text{預金}\ )$$

と表され，貨幣量を（ マネーストック ），またはマネーサプライという。

6. 利子率 r の低下は，債券価格 P_B の（○上昇 / 下落 ）を意味している。

(2)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。

1. 欲する財を獲得することができるという貨幣の機能を，（　交換　）手段としての機能という。
2. 財の価格を測ることができるという貨幣の機能のことを，（　価値尺度　）機能という。
3. 財の価値を将来まで蓄えておけるという貨幣の機能のことを，（　価値貯蔵　）機能という。

(3)　次のマネーストック統計に関する文章について，括弧内に文章が正しければ〇，誤っていれば×を書きなさい。

1. M_1 は全銀行の定期預金の預金額を含む。　含まない　（　×　）
2. M_1 はゆうちょ銀行の普通預金の預金額を含む。　（　〇　）
3. M_2 は全銀行の普通預金の預金額を含む。　ゆうちょ銀行等は除く　（　×　）
4. M_2 はゆうちょ銀行の普通預金の預金額を含む。　含まない　（　×　）
5. M_3 はゆうちょ銀行の定期預金の預金額を含む。　（　〇　）
6. M_3 に占める現金通貨の割合は 50%を超えている。　（　×　）

(4)　マネーストック統計において，各項目の金額が次のように表されるとするとき，M_1，M_2，M_3 の金額をそれぞれ求めなさい。

現金通貨	10
預金通貨（ゆうちょ銀行等を含む）	50
準通貨（ゆうちょ銀行等を含む）	70
CD（ゆうちょ銀行等を含む）	5
預金通貨（ゆうちょ銀行等を含まない）	30
準通貨（ゆうちょ銀行等を含まない）	40
CD（ゆうちょ銀行等を含まない）	2

$M_1 = 10 + 50 = 60$,　$M_2 = 10 + 30 + 40 + 2 = 82$,　$M_3 = 10 + 50 + 70 + 5 = 135$

$M_1 =$ 60 ,$M_2 =$ 82 ,$M_3 =$ 135

(5)　国債に関する文章について，括弧内に文章が正しければ〇，誤っていれば×を書きなさい。

1. 日本の国債の償還期間は 10 年のみである。　40 年物まで複数ある　（　×　）
2. 表面利率はクーポンレートともいう。　（　〇　）
3. 国債の金利は国債の利回りともいう。　（　〇　）
4. 債券の金利がマクロ経済モデルにおける利子率 r に相当する。　（　〇　）
5. 利回りが変動する国債を変動利付国債という。　利回り→表面利率　（　×　）
6. 新発 10 年物国債の金利が日本の長期金利の代表的な指標である。　（　〇　）

2. 貨幣市場

（１）貨幣需要 L

貨幣需要 L に関しては内容がややこしいため注意してほしい。

まず，貨幣需要をお金に対する需要，つまり，「お金がどれだけ欲しいか」と考えてはいけない。(お金はいくらあってもうれしいものなので,「お金がどれだけ欲しいか」を貨幣需要と考えてしまうと，人間のお金に対する需要は無限大になってしまう！)

それを踏まえて，貨幣需要 L とは,

「(金融) 資産のうち貨幣として保有したい量」

のことである。例えば，ある人が 100 万円分の資産を持っていると考えたとき，100 万円のうち 20 万円分は債券（国債）としてもっておいて，80 万円分は貨幣としてもちたいなぁと思ったなら，貨幣需要 L は 80 万円となる。

もちろん，今はマクロ経済学の勉強をしているので，貨幣需要 L は日本全体として，資産のうちどれだけを貨幣として持っておきたいかを表しているので，個人の話として考えてはいけない。(これから説明する L_1, L_2 の内容も日本全体での話であるので注意してほしい。ただ，説明するときには個人レベルとして考えた方がイメージしやすいので，説明の都合上,ある個人を考えていることに注意をしてほしい)

＜補足５＞ 貨幣需要はなぜ L か？

貨幣需要を L と表記する理由は，貨幣需要を英語で書くと Liquidity demand となるからである。Liquidity は「流動性」（商品との交換のしやすさ）の意味であったが，貨幣は流動性が極めて高いことから,「貨幣に対する需要」は「流動性に対する需要」と読み替えることができる。そのため，貨幣需要を Money demand と書きたいところだが，Liquidity demand と書くのである（後で登場するが貨幣供給は Money supply であり，実質貨幣供給（量）は M_S と書く)。

先程の例で，ある人が 100 万円分の資産のうち，なぜ 80 万円分を貨幣（＝現金＋預金）として持っていたいと考えたのか，その理由として 3 つ挙げることができる。

それが,

①　取引的動機に基づく貨幣需要　←「取引動機に基づく貨幣需要」ということも多い

②　予備的動機に基づく貨幣需要

③　投機的動機に基づく貨幣需要

である。

では, ①～③が一体何を意味しているか次のページから説明していこう。その前に結論を先取りして「要するに①～③って何なの？」という疑問に対する答えを書いておこう。

①　コンビニで買い物するには現金が必要だから，現金でお金を持っておきたい。

②　災害などを考えると手元に現金があると安心だから，現金でお金を持っておきたい。

③　債券は危険資産だから，安全資産である現金を持っておきたい。

以下，わかりやすいように個人の話として書いている（本当は日本全体の話）。また，貨幣は，現金＋預金であるが，イメージしやすいように現金の話として説明している。

① 取引的動機に基づく貨幣需要

取引的動機に基づく貨幣需要とは，取引には貨幣が必要であることから生じる貨幣に対する需要である。つまり，日々の買い物には現金（や預金口座にお金）が必要であるため，資産のうち一部は貨幣として持っていきたいということである。

（国民）所得Yが増えれば，よりたくさんの買い物をしたいと思うようになるため，手元においておきたい現金の量も多くなると考えられるため，

$$\textbf{国民所得}\ \boldsymbol{Y}\uparrow\Rightarrow\ \textbf{取引的動機に基づく貨幣需要}\uparrow$$

という関係が成立する。（逆にYが下がれば，取引的動機に基づく貨幣需要も減少する）

② 予備的動機に基づく貨幣需要

予備的動機に基づく貨幣需要とは，不意の出費に備えて貨幣として保有しておきたいことから生じる貨幣に対する需要である。つまり，災害や事故，衝動買いなどに備えて現金が必要であるため，資産のうち一部は貨幣として持っていきたいということである。

（国民）所得Yが増えれば，不意の出費に備えて手元においておきたい現金の量も多くなると考えられるため，

$$\textbf{国民所得}\ \boldsymbol{Y}\uparrow\Rightarrow\ \textbf{予備的動機に基づく貨幣需要}\uparrow$$

という関係が成立する。（逆にYが下がれば，予備的動機に基づく貨幣需要も減少する）

したがって，①と②より，

$$\boldsymbol{L_1}=\textbf{取引的動機に基づく貨幣需要}+\textbf{予備的動機に基づく貨幣需要}$$

とすると，

$$\textbf{国民所得}\ \boldsymbol{Y}\uparrow\Rightarrow\ \boldsymbol{L_1}\uparrow$$

という関係式が成立することがわかる。（逆に，$Y\downarrow\Rightarrow L_1\downarrow$も成立する）

③ 投機的動機に基づく貨幣需要

投機的動機に基づく貨幣需要とは，将来の利子率に関する予想（すなわち債券価格の上昇や下落予想）から生じる貨幣に対する需要である。

（これだけを読んでも何のことかわかりにくいだろう。それもそのはずで，「投機的動機に基づく貨幣需要」はケインズが考えたことであり，ケインズ以前の経済学者（「古典派」という）は貨幣需要と言えば①と②の取引的動機と予備的動機に基づく貨幣需要しかないと考えていたのである）

投機的動機に基づく貨幣需要を理解するために，まずは「投機」の意味から見ておこう。

投機とは，価格差から利益を得ようとする行為のことをいう。つまり，安く買って高く売って儲ける行為のことである。これを踏まえた上で，次のような手順を見ていってほしい。

Step1　利子率 r が低下したとする。

Step2　今は債券価格 P_B が上昇している状況にある。

理由：利子率 r の低下は債券価格 P_B の上昇を意味していた。（p.7 を参照）

Step3　「そろそろ，債券価格 P_B は下落するかも」と予想する人が増えていく。

Step4　「債券価格 P_B が下落してから，債券（国債）を売ると損をしてしまう！」

⇒ ここが「投機」の観点である。

Step5　「債券価格 P_B が下落する前に，債券を売って貨幣にしておこう」

Step6　人々が債券を売りはじめ，（投機的動機に基づく）貨幣需要が増加する。

つまり，利子率 r が変化することで，投機の観点から貨幣需要が変化する部分があり，それを「投機的動機に基づく貨幣需要」というのである。

複雑な説明だと感じた人も多いと思うが，思い切っておおまかに説明してしまうと，債券（国債）は価格が変化するリスクがあるから（つまり，危険資産だから），安全資産である貨幣も持っておきたいと考えるのが「投機的動機に基づく貨幣需要」と考えてもらえればわかりやすいのではないだろうか。

ここで，

$$\boldsymbol{L_2} = \textbf{投機的動機に基づく貨幣需要}$$

とすると，Step1～Step6 から，

$$\textbf{利子率}\ \boldsymbol{r}\downarrow \Rightarrow\ \boldsymbol{L_2}\uparrow$$

という関係式が成立することがわかる。（逆に，$r\uparrow \Rightarrow\ L_2\downarrow$ も成立する）

［まとめ］

・　貨幣需要 $L = L_1 + L_2$

ただし，

$L_1 =$ 取引的動機に基づく貨幣需要 + 予備的動機に基づく貨幣需要

$L_2 =$ 投機的動機に基づく貨幣需要

・　$Y\uparrow \Rightarrow\ L_1\uparrow$　：L_1 は Y の**増加**関数　［例］$L_1 = 2Y + 3$

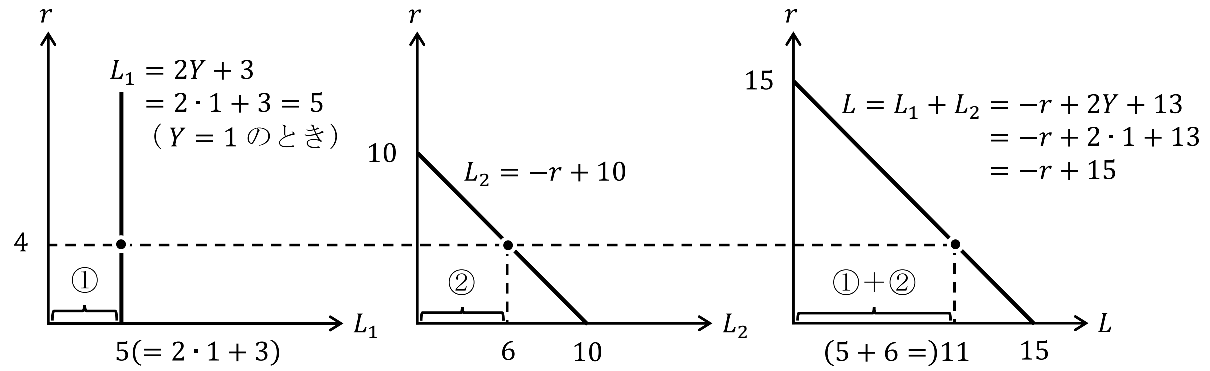
・　$r\downarrow \Rightarrow\ L_2\uparrow$　：L_2 は r の**減少**関数　［例］$L_2 = -r + 1$

・　$Y\uparrow,\ r\downarrow \Rightarrow\ L\uparrow (= L_1\uparrow + L_2\uparrow)$　：L は Y の**増加**関数，かつ，r の**減少**関数

［例］$L = -r + 2Y + 4$

では，貨幣需要 L のグラフを導出しよう。（数値例として，$L_1 = 2Y + 3$，$L_2 = -r + 10$，$L = L_1 + L_2 = (2Y + 3) + (-r + 10) = -r + 2Y + 13$ としておく）

図表　貨幣需要曲線 L の導出



＊ 縦軸が利子率 r であることに注意すること

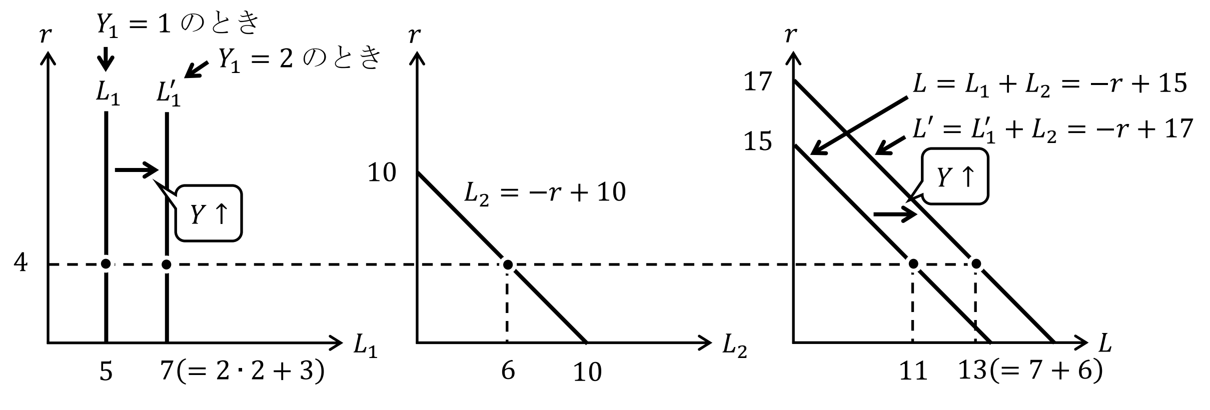
上図のように，垂直である L_1 のグラフ（左上）と右下がりである L_2 のグラフ（真ん中）を水平方向に足し合わせることで，右下がりである貨幣需要曲線 L のグラフ（右上）を得ることができるのである。

「貨幣需要曲線 L は右下がりになる」

＊ ミクロ経済学で学んだように「需要曲線は右下がり」と覚えることができる。

次に，国民所得 Y の変化により，貨幣需要曲線 L がシフトすることを見ていく。数値例として，$Y = 1$ から $Y = 2$ に増加することを考える。

図表　貨幣需要曲線 L のシフト



上図のように，

「国民所得 Y が増加すると，貨幣需要曲線 L が右シフトする」

ことがわかる。（逆に，$Y \downarrow \Rightarrow L$ 左シフト）

［まとめ］
・　貨幣需要曲線 L は右下がり
　　［理由］r が低下することで L_2 が増加し，貨幣需要全体 $L(=L_1+L_2\uparrow)$ が増えるから
・　国民所得 Y の増加で，貨幣需要曲線 L は右シフト
　　［理由］Y が増加することで L_1 が増加し，貨幣需要全体 $L(=L_1\uparrow+L_2)$ が増えるから

（２）貨幣供給 M_S
　貨幣は現金と預金の合計であり

貨幣＝現金＋預金

といった式で書けると学んだが，この式は次のように書くこともある。

$$M=C+D$$

ただし，M は**名目貨幣供給（量）**（**マネーストック**，マネーサプライ），C は現金（Cash）の量，D は預金（Deposit）の量である。（C は消費 C ではないので注意）
　ここで，M とは要するに世の中に流通している（**供給**されている）お金の量であるので，お金の量は中央銀行（日本では日銀）が調整できると考える。（第 3 節「金融政策」で学ぶが，日銀は金融政策をすることで，M の値を調整できるのである）
　次に，M を物価 P で割った**実質貨幣供給** M_S（Money supply；S は大文字）を考える。

$$M_S=\frac{M}{P}$$　［例］$M=1000$ 円，$P=100$ 円だと，$M_S=10$ 個

　実質貨幣供給 M_S とは，世の中に流通しているお金の量（M）は，平均的な価格（P）の商品何個分になるか，ということである。上の例にあるように，世の中に流通しているお金の量が 1000 円であり，商品の平均的な価格が 100 円であれば，世の中に流通しているお金の量は商品 10 個分（＝1000 円÷100 円）に相当すると考えることができる。（物価 P（Price）について，詳しくは第 8 講の**＜補足１２＞**を参照）

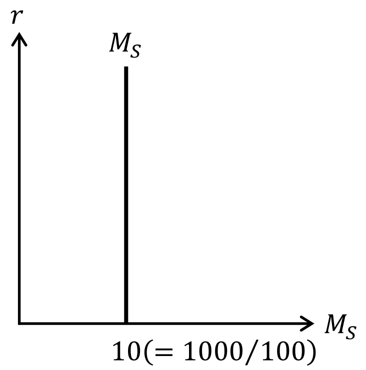
＜補足６＞ 名目と実質
　名目と実質という単語は，これまでに名目 GDP と実質 GDP の内容で登場していた。ここで改めて，名目と実質の違いを説明しておこう。
　まず，名目値と実質値には次のような関係がある。

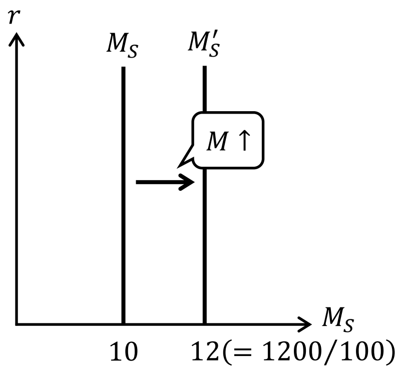
$$実質値=\frac{名目値}{P}$$　ただし，P は価格（物価）

＊ 名目 GDP と実質 GDP の関係では，P が GDP デフレーターという物価指数

　そのため，名目値の単位は「円」になり，実質値の単位は「財の個数」になるのである。（ただし，名目 GDP と実質 GDP の単位はどちらも「円」になるので注意である）
　ところで，名目利子率と実質利子率の関係も本質的にはこの式に従っているが，関係式（フィッシャー方程式）はこの式とは違ったように見える。（**＜補足９＞**を参照）

では，実質貨幣供給曲線 M_S のグラフと，グラフのシフトについて合わせて見ておく。（左下図では $M = 1000$，$P = 100$ とし，右下図では $M = 1200$ に変化したことを表している）





左上図から，

「実質貨幣供給曲線 M_S のグラフは垂直である」

ことがあるわかる。その理由は，M_S の値が縦軸の利子率 r の影響を受けないからである。（数値例を見てわかるように，$M = 1000$, $P = 100$ であれば，r がどんな値になっても，$M_S = 10$ である。ミクロ経済学で学んだような通常の右上がりの供給曲線にはならない）

また，右上図から，

「名目貨幣供給 M が増加すると，実質貨幣供給曲線 M_S は右シフトする」

ことがわかる。（逆に，$M\downarrow \Rightarrow M_S$ 左シフト）

第 3 節「金融政策」で詳しく見ていくが，中央銀行（日銀）が名目貨幣供給 M を増加させることを**金融緩和政策**（$M\uparrow$）といい，

「日銀の金融緩和政策により，実質貨幣供給曲線 M_S は右シフトする」

と考えてもよい。逆に，日銀が名目貨幣供給 M を減少させることを**金融引締政策**（ひきしめ）（$M\downarrow$）といい，金融引締政策により，実質貨幣供給曲線 M_S は左シフトする。

＜補足７＞ 物価の変化による M_S のシフト

物価 P が下落しても $M_S(= M/P)$ の値は増加するので，実質貨幣供給曲線 M_S は右シフトする。そのため，実質貨幣供給曲線 M_S の右シフト要因は「$M\uparrow$（金融緩和政策），$P\downarrow$（デフレ）」である。（逆に，M_S の左シフト要因は「$M\downarrow$（金融引締政策），$P\uparrow$（インフレ）」）

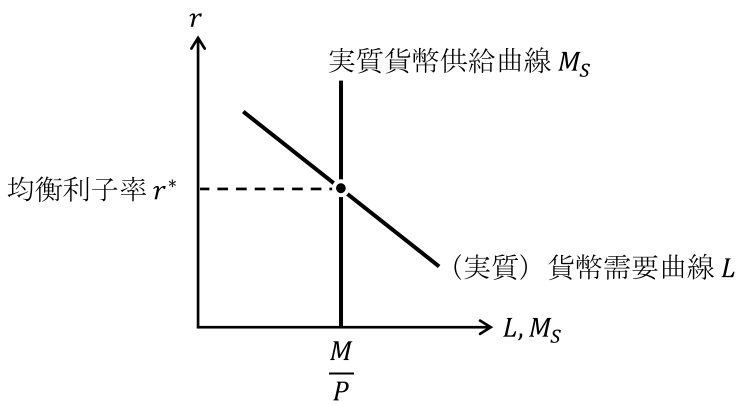
しかし，IS－LM 分析では物価 P が固定されている（P は定数）と仮定しているため，この授業でも物価 P の変化を考えないものとする。物価 P が固定されていると仮定する理由は，IS－LM 分析では物価 P が変化しないような短期において起きる経済現象を分析の対象としているためである（ケインズが，短期間で不況を乗り越えるにはどのような経済政策をすればいいのかに注目したからである）。

ちなみに，この授業では扱わないが，IS－LM 分析の次に学ぶのが **AD－AS 分析**（総需要－総供給分析；Aggregate demand–aggregate supply analysis）である。この AD－AS 分析では物価 P を変化させて，LM 曲線をシフトさせることで AD 曲線を導出している。

（３）貨幣市場の均衡

これでようやく，貨幣の需要（貨幣需要 L ）と貨幣の供給（実質貨幣供給 M_S ）が出そろったので，貨幣市場について考えることができる。貨幣需要 L と実質貨幣供給 M_S を１つのグラフに書いてみる。（ところで，貨幣の供給が「実質」貨幣供給 M_S であるので，貨幣の需要も「実質」貨幣需要 L である）

図表　貨幣市場

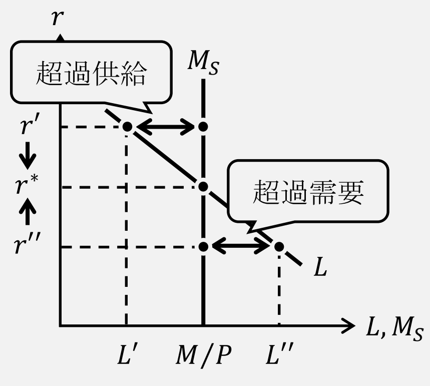


上図のように，（実質）貨幣需要曲線 L と実質貨幣供給曲線 M_S の交点が貨幣市場の均衡点である。言い換えると，均衡利子率 r^* において貨幣需要 L の値と実質貨幣供給 M_S の値が（どちらも M/P となり）等しくなっているのである。

＜補足８＞ 貨幣市場での調整過程

貨幣市場の均衡点について見てきたが，現実の経済がこの均衡点に到達しなければ，均衡点を考える意味はない。つまり，下図のように貨幣市場で超過需要や超過供給が生じているとき，利子率 r が均衡利子率 r^* へと向かうと考えてよいのだろうか，ということである。

結論は「貨幣市場でも需要（ L ）と供給（ M_S ）が等しくなるように利子率 r が自動的に調整される」ことになるが，なぜそのようになるか説明しよう。



例えば，図のように r' のとき，貨幣の供給が M/P で，貨幣の需要が L' であるので，$M/P - L'$ だけ超過供給が生じている。つまり，国債の金利である r' が高く，国債の需要が高い（逆に貨幣の需要は L' で低い）状況にある。（← 国債の金利が高かったら，多くの利子をもらえるので人々は国債を買いたい）

このとき，政府としては国債の利子はなるべく払いたくないので，国債の金利（利子率）r を下げようと考える。そのため，r' が下がって r^* まで到達すると考えるのである。（逆に，r'' のときは $L'' - M/P$ だけ超過需要が生じ，r'' は r^* まで上昇する）

このように，貨幣市場では利子率 r の調整（価格調整に対応）によって，貨幣市場が均衡するのである。（財市場では数量調整で財市場が均衡した。第 10 講の＜補足１＞を参照）

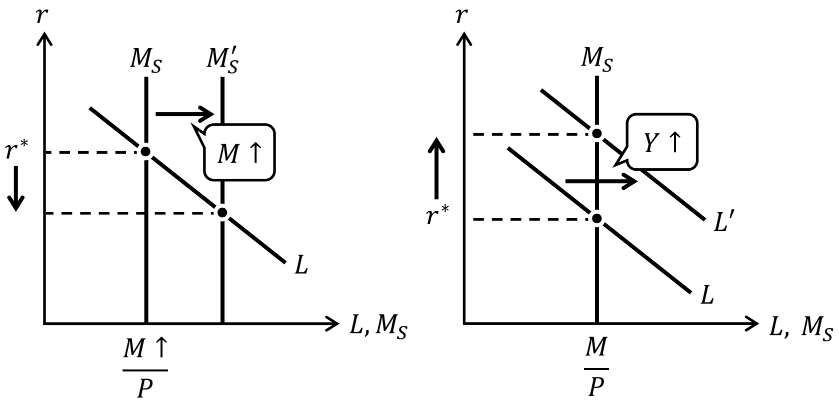
また，**貨幣市場均衡条件**は，

$$\underbrace{\frac{M}{P}}_{\text{実質貨幣供給}\, M_S} = \underbrace{L}_{\text{（実質）貨幣需要}}$$

であり，この方程式を解くことで均衡利子率 r^* の値を求めることができる。（次のページの【例題】の 3.を参照）

本節の最後に，金融政策（ M の変化）や Y の変化によって，均衡利子率 r^* がどのように変化するか下図にまとめておく。（ $M\uparrow$ で M_S が右シフトは p.15 の内容，$Y\uparrow$ で L が右シフトは p.13 の内容）

図表　均衡利子率 r^* の変化



左上図から，

「金融緩和政策（ $M\uparrow$ ）によって均衡利子率 r^* は低下する」

ことがわかる。（逆に，金融引締政策（ $M\downarrow$ ）⇒ $r^*\uparrow$ ）

また，右上図から，

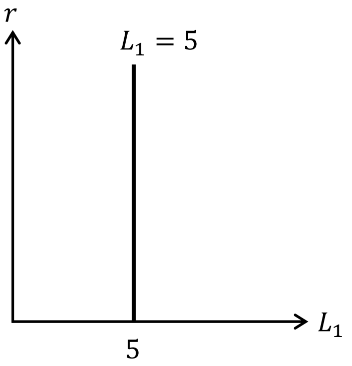
「国民所得 Y の増加によって，均衡利子率 r^* は上昇する」

ことがわかる。（逆に，$Y\downarrow\Rightarrow r^*\downarrow$ ）

【例題】取引的・予備的動機に基づく貨幣需要 L_1，投機動機に基づく貨幣需要 L_2 がそれぞれ，$L_1 = 5$，$L_2 = -2r + 3$ と表され，名目貨幣供給 $M = 10$，物価 $P = 5$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1. L_1 のグラフを書き，横軸切片の値を明記しなさい。

（解答）



［注意］$L_1 = 5$ は r の影響を受けないので（$L_1 = 5$ の式に r が含まれないため），どのような r の値に対しても $L_1 = 5$ となるグラフは上図のように，L_1 の値が 5 で垂直である直線となる。（M_S が垂直である直線になるのも同じ理由）

2. 貨幣需要関数 L を求めなさい。

（解答）

$L = L_1 + L_2 = 5 + (-2r + 3) = -2r + 8$

$L = \quad -2r + 8$

3. 均衡利子率 r^* の値を求めなさい。

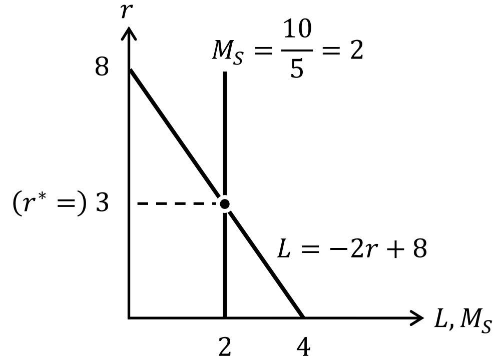
（解答）

均衡利子率 r^* は貨幣市場均衡条件から求まるので，

$$\frac{M}{P} = L \ \rightarrow \ \frac{10}{5} = -2r + 8 \ \rightarrow \ 2r = 8 - 2 = 6 \ \rightarrow \ r^* = 3$$

$r^* = \quad 3$

4. 貨幣需要曲線 L と実質貨幣供給関数 M_S のグラフに書き，交点の座標がわかるようにグラフ内に明記しなさい。



【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. （　取引　）的動機に基づく貨幣需要とは，取引に備えて貨幣を保有しようとする動機にもとづく貨幣需要のことであり，（　予備　）的動機に基づく貨幣需要とは，予想外の支出に備えて貨幣を保有しようとする動機にもとづく貨幣需要のことである。
2. （　投機　）的動機に基づく貨幣需要とは，資産運用のひとつの形態として安全資産である貨幣を保有しようとする動機にもとづく貨幣需要のことである。
3. 取引的動機に基づく貨幣需要と（〇予備　/　投機　）的動機に基づく貨幣需要の合計である L_1 は，（〇Y　/　r　）の（〇増加　/　減少　）関数であり，（　予備　/〇投機　）的動機に基づく貨幣需要 L_2 は，（　Y　/〇r　）の（　増加　/〇減少　）関数である。
4. 実質貨幣供給 M_S とは，（〇M　/　P　）を（　M　/〇P　）で割ったものである。
5. $M/P = L$ を（　　貨幣市場均衡　　）条件という。
6. 貨幣市場において，超過供給が生じている場合，（　Y　/〇r　）が（　上昇　/〇低下　）することで不均衡が調整される。
7. 貨幣市場において，マネーストック M を増加させる，つまり，金融（〇緩和　/　引締　）政策をすると，実質貨幣供給 M_S が（〇増加　/　減少　）することを通じて，利子率 r は（　上昇　/〇低下　）する。
8. 貨幣市場において，マネーストック M を減少させる，つまり，金融（　緩和　/〇引締　）政策をすると，実質貨幣供給 M_S が（　増加　/〇減少　）することを通じて，利子率 r は（〇上昇　/　低下　）する。
9. 貨幣市場において，国民所得 Y が増加すると，貨幣需要 L が（〇増加　/　減少　）することを通じて，均衡利子率 r^* は（〇上昇　/　低下　）する。
10. 貨幣市場において，国民所得 Y が減少すると，貨幣需要 L が（　増加　/〇減少　）することを通じて，均衡利子率 r^* は（　上昇　/〇低下　）する。

(2)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。

貨幣需要関数を $L = -2r + 3Y + 3$ と表すとき，これを例えば次のように変形したとする。

$$L = -2r + 1 + \boxed{3Y + 2}$$

そして，上記の四角内の箇所を（　取引　）的動機と（　予備　）的動機に基づく貨幣需要 L_1 を表すと考え，

$$L = \boxed{-2r + 1} + 3Y + 2$$

上記の四角内の箇所を（　投機　）的動機に基づく貨幣需要 L_2 を表すと考えたとする。

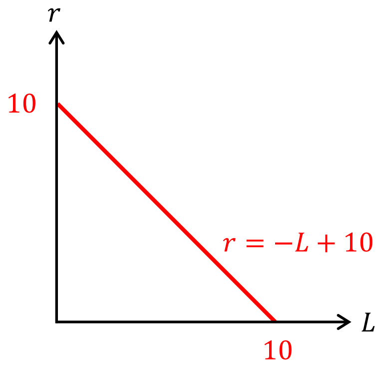
これは，貨幣需要関数 $L = -2r + 3Y + 3$ が，

$$L_1 = 3Y + 2,\quad L_2 = -2r + 1$$

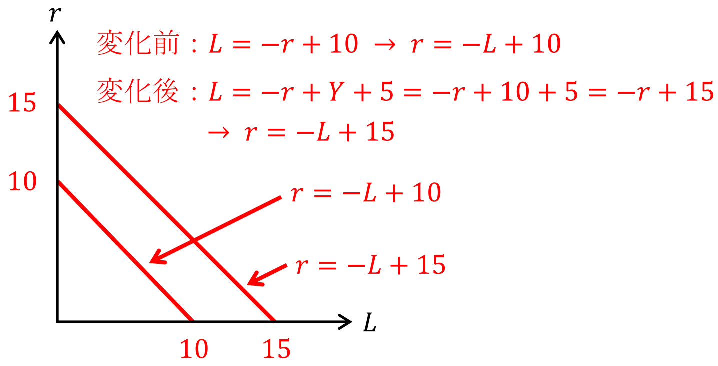
から構成されていると考えたことを意味している。

(3)　貨幣需要関数が，$L = -r + Y + 5$ と表されるとき，次の問いに答えなさい。

1.　国民所得 $Y = 5$ のとき，貨幣需要曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値を明記しなさい。　$L = -r + Y + 5 = -r + 5 + 5 = -r + 10 \rightarrow r = -L + 10$

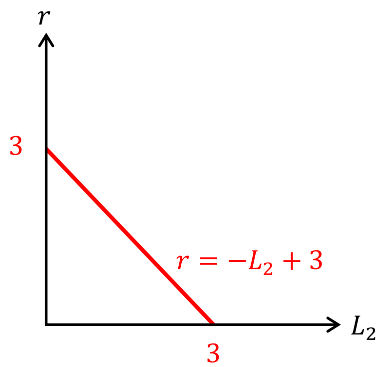


2.　国民所得 Y が 1.の $Y = 5$ から $Y = 10$ へ増加したとき，変化前と変化後の貨幣需要曲線を表すグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値を明記しなさい。

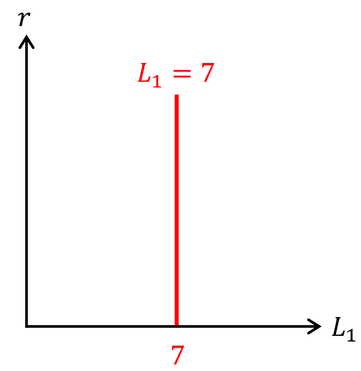


(4)　取引的・予備的動機に基づく貨幣需要 L_1，投機動機に基づく貨幣需要 L_2 がそれぞれ，$L_1 = Y + 2$，$L_2 = -r + 3$ と表されるとき，次の問いに答えなさい。

1.　投機的動機に基づく貨幣需要 L_2 を表すグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値を明記しなさい。　$L_2 = -r + 3 \rightarrow r = -L_2 + 3$



2.　国民所得 $Y = 5$ のとき，取引的・予備的動機に基づく貨幣需要 L_1 を表すグラフを書き，横軸切片の値を明記しなさい。　$L_1 = Y + 2 = 5 + 2 = 7$

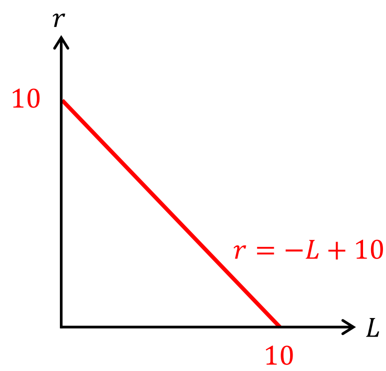


3.　貨幣需要関数 L を求めなさい。ただし，式の中に Y を含んだままの形で答えること。

$L = L_1 + L_2 = Y + 2 + (-r + 3) = -r + Y + 5$

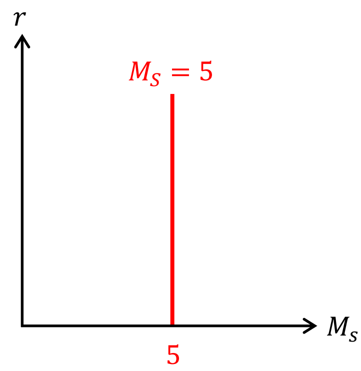
$L =$ 　$-r + Y + 5$

4.　国民所得 $Y = 5$ のとき，貨幣需要曲線のグラフを書き，横軸切片と縦軸切片の値を明記しなさい。　$L = -r + Y + 5 = -r + 5 + 5 = -r + 10 \rightarrow r = -L + 10$

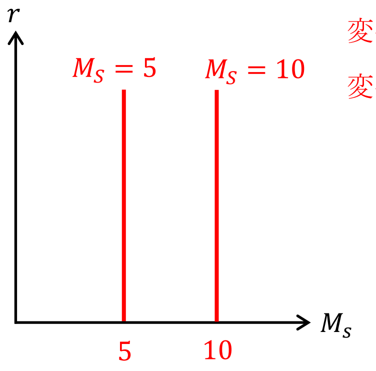


(5)　実質貨幣供給関数 $M_S = \dfrac{M}{P}$，物価 $P = 2$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　マネーストック $M = 10$ のとき，実質貨幣供給曲線のグラフを書き，横軸切片の値を明記しなさい。　$M_S = M/P = 10/2 = 5$



2.　マネーストック M が 1.の $M = 10$ から $M = 20$ へ増加したとき，変化前と変化後の実質貨幣供給曲線を表すグラフを書き，横軸切片の値を明記しなさい。



変化前：$M_s = 5$

変化後：$M_s = \frac{M}{P} = \frac{20}{2} = 10$

(6)　貨幣市場において，$L_1 = Y + 4$，$L_2 = -2r + 6$，$Y = 20$，$M = 20$，$P = 2$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　貨幣需要関数 L を求めなさい。

$L = L_1 + L_2 = Y + 4 + (-2r + 6) = -2r + Y + 10 = -2r + 20 + 10 = -2r + 30$

$L = \quad -2r + 30$

2.　実質貨幣供給 M_S の値を求めなさい。

$M_S = \frac{M}{P} = \frac{20}{2} = 10$

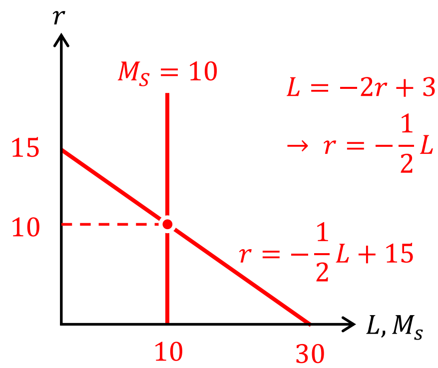
$M_s = \quad 10$

3.　均衡利子率 r^* を求めなさい。

$\frac{M}{P} = L \ \rightarrow \ 10 = -2r + 30 \ \rightarrow \ 2r = 30 - 10 \ \rightarrow \ r^* = 10$

$r^* = \quad 10$

4.　貨幣需要曲線と実質貨幣供給曲線のグラフを書き，交点の座標もグラフ内にわかる形で明記しなさい。



$L = -2r + 30 \ \rightarrow \ 2r = -L + 30$

$\rightarrow \ r = -\frac{1}{2}L + 15$

5.　次の文章中の括弧内に入る適切な数値を書きなさい。

4.のグラフにおいて，利子率 r が $r = 12$ であるとき，貨幣市場では貨幣需要 L が（　6　）であり，実質貨幣供給 M_S が（　10　）であるため，（　4　）の超過供給が生じていることになる。　$L = -2r + 30 = -2 \cdot 12 + 30 = 6$，$\text{超過供給} = M_S - L = 10 - 6 = 4$

また，利子率 r が $r = 4$ であるとき，貨幣市場では貨幣需要 L が（　22　）であり，実質貨幣供給 M_S が（　10　）であるため，（　12　）の超過需要が生じていることになる。

$L = -2r + 30 = -2 \cdot 4 + 30 = 22$，$\text{超過需要} = L - M_S = 22 - 10 = 12$

(7)　貨幣市場において，$L = -3r + 2Y + 10$，$Y = 10$，$M = 12$，$P = 2$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　均衡利子率 r^* を求めなさい。

$$\frac{M}{P} = L \to \frac{12}{2} = -3r + 2 \cdot 10 + 10 \to 3r = 30 - 6 \to r^* = 8$$

$r^* =$　8

2.　マネーストック M が 6 へと減少したとき，1.からの利子率の変化分 Δr を求めなさい。

$$\frac{M}{P} = L \to \frac{6}{2} = -3r + 2 \cdot 10 + 10 \to 3r = 30 - 3 \to r^* = 9$$

$\Delta r = 9 - 8 = 1$

$\Delta r =$　1

3.　マネーストック M が 24 へと増加したとき，1.からの利子率の変化分 Δr を求めなさい。

$$\frac{M}{P} = L \to \frac{24}{2} = -3r + 2 \cdot 10 + 10 \to 3r = 30 - 12 \to r^* = 6$$

$\Delta r = 6 - 8 = -2$

$\Delta r =$　-2

4.　国民所得 Y が 13 へと増加したとき，1.からの利子率の変化分 Δr を求めなさい。ただし，$M = 12$ であるとする。

$$\frac{M}{P} = L \to \frac{12}{2} = -3r + 2 \cdot 13 + 10 \to 3r = 36 - 6 \to r^* = 10$$

$\Delta r = 10 - 8 = 2$

$\Delta r =$　2

5.　国民所得 Y が 4 へと減少したとき，1.からの利子率の変化分 Δr を求めなさい。ただし，$M = 12$ であるとする。

$$\frac{M}{P} = L \to \frac{12}{2} = -3r + 2 \cdot 4 + 10 \to 3r = 18 - 6 \to r^* = 4$$

$\Delta r = 4 - 8 = -4$

$\Delta r =$　-4

(8) 貨幣市場において，$L = -2r + Y + 8$，$Y = 12$，$M = 16$，$P = 2$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1. 均衡利子率 r^* を求めなさい。

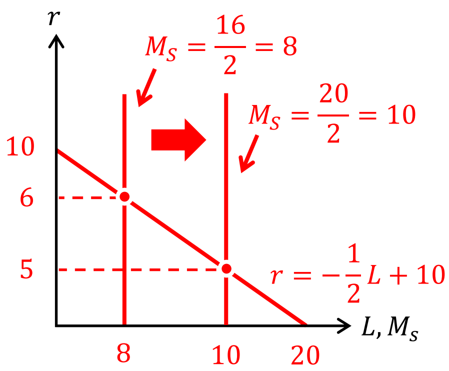
$$\frac{M}{P} = L \;\rightarrow\; \frac{16}{2} = -2r + Y + 8 \;\rightarrow\; 8 = -2r + 12 + 8 \;\rightarrow\; 2r = 20 - 8 \;\rightarrow\; r^* = 6$$

$r^* =$ 6

2. マネーストック M が 20 へと増加したとき，変化前と変化後のグラフを書き，それぞれの交点の座標もわかる形でグラフ内に明記しなさい。

$$L = -2r + Y + 8 \;\rightarrow\; L = -2r + 12 + 8 \;\rightarrow\; 2r = -L + 20 \;\rightarrow\; r = -\frac{1}{2}L + 10$$

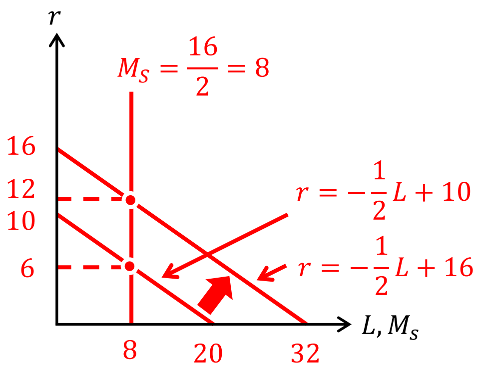
$$\frac{M}{P} = L \;\rightarrow\; \frac{20}{2} = -2r + 12 + 8 \;\rightarrow\; 2r = 20 - 10 \;\rightarrow\; r^* = 5$$



3. 国民所得 Y が 24 へと増加したとき，変化前と変化後のグラフを書き，それぞれの交点の座標もわかる形でグラフ内に明記しなさい。ただし，$M = 16$ であるとする。

$$L = -2r + Y + 8 \;\rightarrow\; L = -2r + 24 + 8 \;\rightarrow\; 2r = -L + 32 \;\rightarrow\; r = -\frac{1}{2}L + 16$$

$$\frac{M}{P} = L \;\rightarrow\; \frac{16}{2} = -2r + 24 + 8 \;\rightarrow\; 2r = 32 - 8 \;\rightarrow\; r^* = 12$$



＜補足９＞ フィッシャー方程式

これまで，単に「利子率 r 」としか表記していなかったが，正確には利子率は**名目利子率** i と**実質利子率** r に区別しなければいけない。（利子率は英語で interest rate なので，interest から名目利子率 i，rate から実質利子率 r とすることが多い）

名目利子率 i と実質利子率 r の違いを理解るには，アメリカの経済学者であるアーヴィング・フィッシャー（1867－1947）が考えた，名目利子率 i と実質利子率 r の関係式である「**フィッシャー方程式**」を用いて理解するのがわかりやすいだろう。

フィッシャー方程式： $r = i - \pi^e$ ただし，π^e は期待インフレ率

期待インフレ率（期待物価上昇率）π^e とは，予想される物価上昇率のことである。例えば，1 年で物価が 2%上昇すると予想されれば，$\pi^e = 0.02$ となる。（ちなみに，物価上昇率を π と表記することが多い。物価は P であるのでその上昇率には P のギリシャ文字である π をあてているのである。また，期待インフレ率は英語で expected rate of inflation であるので，π^e と右上に e をつける。「期待」とは「～になってほしいなぁ」という「期待する」の意味ではなく，「予想」という意味である）

そして，名目利子率 i とは，私たちが普段から目にする金利（例えば，銀行の金利）と考えればよい。

ここで，銀行の預金金利が 5%（ $i = 0.05$ ）であったとする。これは 100 万円を銀行に預けていれば，1 年後は 105 万円になるということである。しかし，この 1 年間で物価が 2%上昇すると予想されたとしよう（ $\pi^e = 0.02$ ）。これは，仮に 100 万円の商品があったとすれば，1 年後は 102 万円になっているということである。そうすると，銀行にお金を預けていて預金は 105 万円になっているが，商品の価格は 102 万円になっているので，実質的には 105－102＝3 万円しかお金が増えていないと考えることができるのである。これを，フィッシャー方程式に当てはめれば，銀行の金利は，名目では 5%であるが，実質では 5－2＝3%（ $r = i - \pi^e = 0.05 - 0.02 = 0.03$ ）だと考えるということに対応しているのである。

ところで，ここでは説明を割愛するが，「**フィッシャーの交換方程式**」という式もある。これもアーヴィング・フィッシャーが考えた式であるが，フィッシャー方程式とフィッシャーの交換方程式は異なる式であるので注意してほしい。

今後の学習の参考のために書いておくが，この授業では，貨幣市場で決まるのは均衡利子率 r^* と説明してきたが，正確には，貨幣市場で決まるのは均衡名目利子率 i^* である。また，投機的動機に基づく貨幣需要 L_2 は名目利子率 i に依存し，L_2 は i の減少関数である。さらに，財市場で登場した投資 I は利子率 r の減少関数としたが，正確には，投資 I は実質利子率 r の減少関数である。つまり，企業は将来の物価上昇（下落）のことも加味して投資 I の値を決定していると考えるのである。

ただ，このように名目利子率 i と実質利子率 r を区別して考えると学習の難易度が上がるため，基本的なマクロ経済学では期待インフレ率 $\pi^e = 0$（つまり，物価は将来も今と同じで変わらないと人々は予想している）と仮定することで，名目利子率＝実質利子率＝（単に）利子率 r と考えているのである。

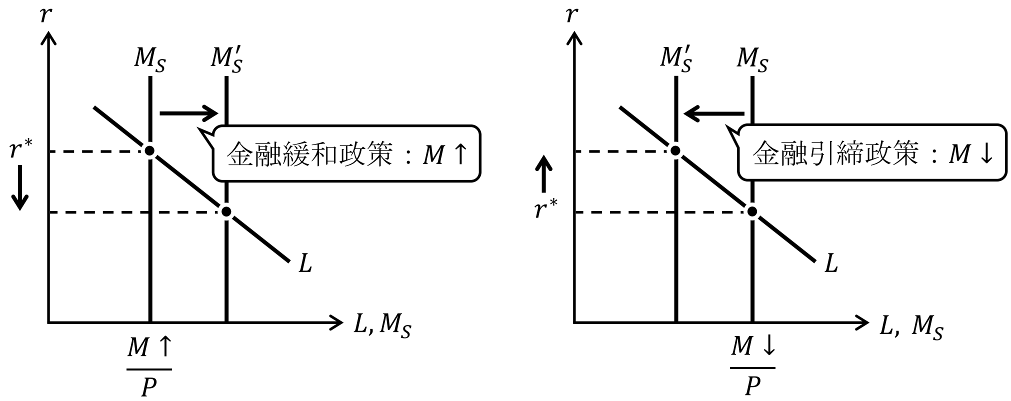
3. 金融政策

前節でも確認したが，最低限理解しておいてほしい金融政策の知識は，

金融緩和政策：世の中のお金の量（マネーストック M ）を増やすこと

金融引締政策：世の中のお金の量（マネーストック M ）を減らすこと

であり，これらの政策が貨幣市場に次のような影響を与えるということである。



「金融緩和政策（ $M\uparrow$）によって均衡利子率 r^* は低下する」（例：買いオペ）

「金融引締政策（ $M\downarrow$）によって均衡利子率 r^* は上昇する」（例：売りオペ）

ところで，マネーストックを増やしたり減らしたりするのは，誰かと言われれば「中央銀行」，日本では「日本銀行」である。また，どうやってマネーストックを増やしたり減らしたりするのかと言われれば，その手段は「買いオペ」や「売りオペ」である。ここでは，中央銀行や日本銀行とは何か？「買いオペ」や「売りオペ」とは何か？について見ておこう。

＜補足１０＞ 日本銀行はニホン？ニッポン？

日本銀行の読み方は「にほんぎんこう」だろうか？「にっぽんぎんこう」だろうか？

これを取り上げると，「日本」列島は「にほんれっとう」？「にっぽんれっとう」？日本書紀は「にほんしょき」だよね？「日本」国憲法は？そもそも「日本」という漢字が含まれている言葉に出会ったときにどちらで言えばいいの？ということになってしまう。

現在の日本政府（にほんせいふ？）の考え方としては，どちらかに統一必要する必要はないとしている。（国会の答弁書第 570 号より）

それに対しては，日本銀行は「にっぽんぎんこう」と読むことが正しいとする風潮がある（ただし，日本銀行法などの法律で読み方が定められているわけではない）。なぜなら，千円札，二千円札，五千円札，一万円札には「NIPPON GINKO」と印刷されているからである。そのため，日本銀行では日本銀行を「にっぽんぎんこう」と呼ぶようにしている（日銀 HP「おしえて！にちぎん」より）。

ちなみに，東京の日本橋は「にほんばし」，大阪の日本橋は「にっぽんばし」と読むそうですね。

（１）中央銀行の役割

中央銀行とは，国の金融制度を支える中心的な銀行のことである。
日本の中央銀行は「**日本銀行**（**日銀**）」，
アメリカの中央銀行は「（米国）**連邦準備銀行**（**FRB**；Federal Reserved Bank）」，
欧州連合（EU）の中央銀行は「**欧州中央銀行**（**ECB**；European Central Bank）」，
中国（中華人民共和国）の中央銀行は「中国人民銀行（PBOC；People's Bank of China）」である。

中央銀行は，①発券銀行，②銀行の銀行，③政府の銀行の 3 つの役割をもつ。

① （唯一の）**発券銀行**

日本の中央銀行である日本銀行だけが「日本銀行券」（紙幣；千円札，二千円札，五千円札，一万円札）を発行できるということ。ちなみに，硬貨（補助貨幣；一円玉，十円玉，五十円玉，百円玉，五百円玉）は日本政府が発行している。

② **銀行の銀行**

中央銀行は，市中銀行の預金を預かり，貸し出しをしているということ。つまり，中央銀行は，（市中）銀行の銀行としての役割がある。（私たち家計や（非金融機関である）民間企業は，日銀に預金をしたり，日銀から借入をしたりすることはできない）

市中銀行（市銀）とは，民間の銀行（三菱 UFJ 銀行，みずほ銀行，三井住友銀行などといった中央銀行以外の銀行）と考えればよい。

また，市中銀行は日本銀行に預金をしており，この預金を「日本銀行当座預金（日銀当座預金）」という。日銀当座預金には，ある一定の金額までだと利息がつかないが，超過準備分には利息がついていた。2016 年 1 月に日本で導入された「**マイナス金利**」とは，この超過準備分に対する金利（超過準備の適用金利）をマイナスにするという金融政策のことである。この「超過準備の適用金利（これといった正式名称はない）」が現在の日本の**政策金利**（金融政策を判断する上で重要な金利）である（2020 年 2 月現在：−0.1%）。

③ **政府の銀行**

政府は中央銀行に預金口座をもっており，そこに国民から回収した税金や社会保険料などの資金（**国庫金**）を預金している。この預金を**政府預金**という。このように，中央銀行は政府の資金を管理しているということから，中央銀行は「政府の銀行」と呼ばれる。

＜補足１１＞ 日本銀行の政策委員会

日本銀行の最高意思決定機関が「**政策委員会**」である。政策委員会は，総裁，副総裁（2 人），審議委員（6 人）の計 9 人で構成され（それぞれ任期は 5 年で再任あり），政策委員会の会合を「**金融政策決定会合**」といい，年に 8 回開催される。2016 年 1 月に「マイナス金利政策」の導入を審議した際には，9 人中，5 人が賛成，4 人が反対し，政策委員会内でも意見が割れた中での政策実施であった。

（２）日本銀行の特徴

1. 民間銀行が一時的な資金不足に陥ったとき，民間銀行の倒産を防ぐため，最終的には中央銀行が貸し出しを行う。このことから，中央銀行を「**最後の貸し手**」という。
2. 政府の思惑で紙幣を大量に発行できてしまうと，貨幣の価値が下がってしまう（物価が上昇する）ため，中央銀行は政府から独立している。これを「**中央銀行の独立性**」という。したがって，日本銀行は政府機関ではない。
3. 日本銀行が実施する「金融政策」の目的は，貨幣量（マネーストック）を上手くコントロールすることを通じて「物価を安定させること」である。このことから，日本銀行は「**通貨の番人**」や「**物価の番人**」と言われる。

＜補足１２＞ 日本銀行の独立性

「中央銀行の独立性」を学んだが日本においてはどのように考えられているのか見ておこう。日本銀行の独立性については，**日本銀行法**における次の箇所が該当している。

第 3 条第 1 項　日本銀行の通貨及び金融の調節における自主性は, 尊重されなければならない。 ⇒ 金融政策の独立性

第 5 条第 2 項　日本銀行の業務運営における自主性は，十分配慮されなければならない。⇒ 業務運営の自主性

しかし，日本銀行法第 4 条には，次のように書かれている。

第 4 条　日本銀行は, その行う通貨及び金融の調節が経済政策の一環をなすものであることを踏まえ, それが政府の経済政策の基本方針と整合的なものとなるよう，常に政府と連絡を密にし，十分な意思疎通を図らなければならない。

これより，政府から「完全に」独立な振る舞いをすることは，日本銀行法で禁じられているとも考えることができるのである。

（３）金融政策の種類

日本銀行は貨幣量（マネーストック）を調整することによって，物価を安定させたり，景気をコントロールすることができる。このように，マネーストックを調整する日本銀行の政策を「**金融政策**」という。

具体的には，不況時には**金融緩和政策**（マネーストックを増加させる政策のこと）によって，景気を良くしようとし，好況時には**金融引締政策**（マネーストックを減少させる政策のこと）によって，景気の過熱を抑えようとする。

例えば，景気が過熱するとモノがよく売れるので「物価が上昇する（インフレ）」傾向が出てくる。そこで，日銀は「物価の番人」として景気の過熱を抑えるために，金融引締政策を実施するのである。

金融政策の種類としては，3 つの金融政策（三大金融政策）が有名である。

① **公定歩合操作**

② **預金準備率操作**

③ **公開市場操作**（**オープンマーケットオペレーション**）

しかし，近年，日本では，①公定歩合操作，②預金準備率操作は行われていないため，③公開市場操作について見ていくこととする。（例えば，中国では現在でも預金準備率操作をしている）

公開市場操作には「**買いオペ**（**買いオペレーション**）」と「**売りオペ**（**売りオペレーション**）」の 2 種類があり，不況対策が「買いオペ」，好況対策が「売りオペ」である。

・ 買いオペ（目的：不況対策）

上図のように，日本銀行が，市中銀行の持っている国債を「買う」ことによって，市中銀行や家計・企業といった民間部門への貨幣の供給を増やすことを「買いオペ」という。

「買いオペ」は，マネーストック M を増加させるため「金融緩和政策」である。貨幣市場で学んだように，マネーストック M の増加は利子率 r を低下させるため，その結果，投資 I が増加する。投資 I は総需要 $Y^D(=C+I+G)$の一部であるため，投資 I の増加によって，総需要 Y^D が増加する。そして，有効需要の原理から，総需要 Y^D が増加すれば総供給 Y^S も増加するため，結果として，国民所得 Y が増加するのである。

このように，日本銀行が買いオペをすることは，不況対策をしていることを意味する。

・ 売りオペ（目的：好況対策）

上図のように，日本銀行が，市中銀行に対して国債を「売る」ことによって，民間部門への貨幣の供給を減らすことを「売りオペ」という。

「売りオペ」は，マネーストック M を減少させるため「金融引締政策」である。マネーストック M の減少は利子率 r を上昇させるため，その結果，投資 I が減少し，国民所得 Y も減少するのである。

このように，日本銀行が売りオペをすることは，好況対策をしていることを意味する。

＜補足１３＞ 無担保コールレート翌日物

短期金利とは，取引期間が 1 年未満の金利のことであるが，かつて（2013 年 4 月まで）日本の政策金利は「**無担保コール翌日物**」であり，これが代表的な短期金利とされていた。無担保コール翌日物とは，無担保で借り翌日に返済を行う際の金利のことである。これは民間銀行間でお金の貸し借りをする際の金利である（銀行と銀行の間でも「おーい！（Call）明日お金返すから，金利〇%でお金貸して！」といったお金の貸し借りをしている）。以前実施されていた**ゼロ金利政策**とは，無担保コール翌日物を 0%に誘導する政策のことである。

現在では，無担保コール翌日物は政策金利ではないため，短期金利の代表は，マイナス金利が適用される「超過準備の適用金利」へと変更されている。

【問題】次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1. 日本の中央銀行は（ 日本銀行 ）である。
2. アメリカの中央銀行は（ 連邦準備銀行 ）（略語： FRB ）である。
3. 欧州連合（EU）の中央銀行は（ 欧州中央銀行 ）（略語： ECB ）である。
4. 中央銀行のみが銀行券，つまり，紙幣を発行できることから，中央銀行は唯一の（ 発券 ）銀行と言われる。
5. 中央銀行は市中銀行の預金を預かり，貸し出しを行っていることから，中央銀行は（ 銀行 ）の銀行と言われる。
6. 中央銀行は国庫金を管理しているので，中央銀行は（ 政府 ）の銀行と言われる。
7. 一時的な資金不足に陥った金融機関に対して，最終的に，中央銀行が一時的な資金の貸付けを行うことから，中央銀行は（ 最後の貸し手 ）と言われる。
8. 日本銀行は政府機関（ である /〇ではない ）。
9. 金融政策の目的の一つが，マネーストックの調整による物価の安定であることから，日本銀行は（ 通貨 ）の番人，もしくは，（ 物価 ）の番人と言われる。
10. 日本銀行がマネーストックを増加させる政策を金融（〇緩和 / 引締 ）政策という。
11. 金融引締政策は（〇好況 / 不況 ）対策として実施される。
12. 金融政策である（ 公開市場 ）操作には，買いオペと売りオペの 2 種類がある。
13. 日本銀行が市中銀行の保有する国債を市場を通じて購入することでマネーストックを（〇増加 / 減少 ）させる政策を（ 買いオペ ）といい，これは（ 好況 /〇不況 ）対策として実施される。
14. 日本銀行が保有する国債を市場を通じて市中銀行へ売却することでマネーストックを（ 増加 /〇減少 ）させる政策を（ 売りオペ ）といい，これは（〇好況 / 不況 ）対策として実施される。

＜補足１４＞ ワルラス法則

ワルラス法則は，経済学の根幹であり奥の深い話であるので，この内容を説明し尽くせば，それがマクロ経済学の大枠を一から説明することにもなる。しかし，ここではあまり熱く語らず，最低限理解しておいてほしいと思うことを書いておくことにする。

ちなみに，ワルラス法則は，フランス生まれの経済学者レオン・ワルラス（1834－1910）が発見した法則である。ワルラスは主著『純粋経済学要論』で一般均衡理論（第 1 講の**＜補足１１＞**）を構築した偉大な経済学者である。また，日本が誇る大経済学者である森嶋通夫（1923－2004）は著書『産業連關論入門－新しい現実分析の理論的背景』(創文社，1956 年）において，次のようにワルラスの業績に対して賛辞を贈っている。

> もっとも卓越し，今後数世紀にわたって古典として君臨しつづけるであろうと思われるものは，いうまでもなくワルラスの定式化すなわち《一般均衡理論》(the theory of general equilibrium）である。ワルラスによって資本主義経済の基本的循環構造はほとんど完全に究明されたといってよく，ワルラス以後の諸学者の業績のほとんどすべてはワルラスの一般均衡理論の発展と彫琢であるといっても過言ではないであろう。すなわち経済学の分野においてニュートンに比肩すべき人を求めるならば，われわれは躊躇なくワルラスを指名すべきである。

さて，脱線をしてしまったが，ワルラス法則の説明に入っていこう。ワルラス法則の説明文でよく見かけるものは次の 3 通りである。（①と②に関する詳しい説明は割愛する）

① 超過需要額の価値額の和が 0 になること

② $n-1$ 個の市場が均衡していれば，残りの 1 つの市場も均衡していること

③ 貨幣市場が均衡していれば，債券市場も均衡していること

資格試験や大学の定期試験などでは，どれもワルラス法則の説明としては正しいと答えても良いが，最も正確な説明文は①である。②はワルラス法則から言えることではあるが，ワルラス法則自体を説明することができていない。言ってみれば，②は①の特殊例である。例えば，④「$n-1$ 個の市場で超過需要が生じていれば，残りの 1 つの市場では必ず超過供給が生じる」もワルラス法則から言えることであり，この④も①の特殊例になる。ちなみに，①と②はミクロ経済学でよく見かける文章であるが，マクロ経済学でも通用する話である。

次に，③について見ていく。基本的なマクロ経済学では，ワルラス法則から③が言えると説明される。③がどういうことを意味するのか，第 2 節で挙げた例を用いて説明していこう。経済全体に 100 万円分の（金融）資産があったとして，貨幣の供給は 80 万円分であり，人々は 80 万円分を貨幣としてもちたい（貨幣需要＝80 万円）と思っていたとする。この場合，貨幣市場は均衡している（貨幣需要＝貨幣供給＝80 万円)。それに対して，債券市場は分析をするまでもなく，債券の供給＝$100-80=20$ 万円，債券の需要＝$100-80=20$ 万円であり，債券市場は均衡していることになる（債券需要＝債券供給＝20 万円)。これが③の意味するところである。ちなみに，②で $n=2$ と考えると③を導くことができる。

［参考］今学んでいるマクロ経済学は財市場，貨幣市場，債券市場から構成されるため，正確には，財市場と貨幣市場が同時に均衡していれば，自動的に債券市場が均衡することになる。そのため，財市場が均衡していない場合は③の内容は間違っていることになる。

はじめよう経済学　－解答編－
第 14 講　IS－LM 分析(2)

第 14 講がこの授業でのマクロ経済学分野の最後になります。これまでの授業で今回の内容を学ぶ準備が整いましたので，いよいよ IS－LM 分析に入っていくことにしましょう！

今回の授業の流れは次の通りです。まず，第 13 講で学んだ貨幣市場から LM 曲線を求めます。そして，得られた LM 曲線と第 12 講で求めた IS 曲線を一つのグラフに書き込みます。そして，政府が実施する財政政策や日銀が実施する金融政策によって，IS 曲線や LM 曲線がシフトすることで，国民所得 Y や利子率 r がどのように変化するのかがわかるようになります。このように，IS 曲線や LM 曲線を使って，財政政策や金融政策の結果，経済にどのようなことが起きるのかを分析することが IS－LM 分析なのです。

この授業では IS 曲線や LM 曲線を使って単に IS－LM 分析をするのではなく，その背景にある財市場や貨幣市場で何が起こっているのかもしっかりと理解していきましょう！

＜第 14 講のノーテーション＞

Y：国民所得	C：消費	c：限界消費性向	C_0：基礎消費
T：租税	t：限界租税性向	T_0：定額税	I：投資
M：マネーストック（名目貨幣供給）		M_S：実質貨幣供給	L：実質貨幣需要
L_1：取引的動機に基づく貨幣需要 ＋ 予備的動機に基づく貨幣需要			
L_2：投機的動機に基づく貨幣需要			
r：利子率	P：物価	Y^*：均衡国民所得	r^*：均衡利子率

目次

＜補足一覧＞

1. LM曲線

（１）LM 曲線の導出

IS 曲線とは，

「財市場を均衡させるような国民所得 Y と利子率 r の組み合わせ」

であった（第 12 講を参照）が，それに対して LM 曲線とは，

「貨幣市場を均衡させるような国民所得 Y と利子率 r の組み合わせ」

である。（違いは「財市場」か「貨幣市場」かである！）

ただ，LM 曲線の説明文を読んだだけではなかなか意味がわからないだろうから，LM 曲線の名前の由来から説明していこう。

LM 曲線の「L」は貨幣需要 L に由来し（そもそも貨幣需要を L と書くのは，貨幣の「流動性 Liquidity が高い」という性質にちなんでいた），「M」は貨幣供給（Money supply）に由来している。したがって，L は貨幣の需要，M は貨幣の供給を表しているということである。（L と M は両者とも名目の値であってもいいし，両者とも実質の値であってもいい）

IS 曲線が財市場均衡条件（$Y = C + I + G$，もしくは，$Y^S = Y^D$，$I = S$，$I + G = S + T$）から得られたように，LM 曲線も「貨幣」市場均衡条件から得られる。

前回の授業で学んだように，**貨幣市場均衡条件**は，

$$\underbrace{\frac{M}{P}}_{\text{実質貨幣供給 } M_S} = \underbrace{L}_{\text{（実質）貨幣需要}}$$

であった。ここで，貨幣需要関数 L を次のようにする。（ただし，$b > 0$，$d > 0$，$e > 0$）

$$L = \underbrace{-}_{①} br \underbrace{+}_{②} dY + e$$

ここで，①がマイナスとなっている理由は，投機的動機に基づく貨幣需要 L_2 は利子率 r の減少関数であり，②がプラスとなっている理由は，取引的動機と予備的動機に基づく貨幣需要 L_1 は国民所得 Y の増加関数であったからである。（b, d, e を用いた理由は，a は投資関数（$I = -ar + I_0$）で使ったことがあり，c は限界消費性向で使っているからである）

このように貨幣需要関数 L を具体的に設定して，貨幣市場均衡条件を書き直し，式変形していくと，

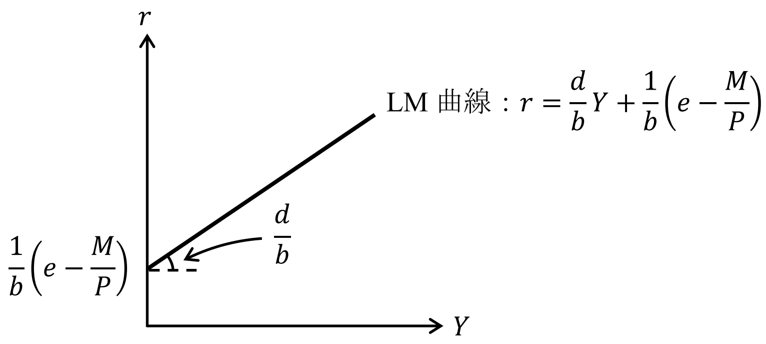
$$\frac{M}{P} = -br + dY + e$$

$$br = dY + e - \frac{M}{P}$$

$$r = \underbrace{\frac{d}{b}}_{\text{傾き}} Y + \underbrace{\frac{1}{b}\left(e - \frac{M}{P}\right)}_{\text{切片}} \quad \text{：LM 曲線の式}$$

このように，LM 曲線の式を導出することができる。

このLM曲線の式の傾き d/b はプラスである（b,d ともにプラスであることから言える）。そのため，LM 曲線は下図のように右上がりの曲線（直線）で表すことができるのである。（切片の値はマイナスになるかもしれないが，プラスの値になると仮定しておこう）



＊上図の傾きや切片は覚えなくてよい。

このように LM 曲線の式が導け，LM 曲線をグラフに書くことができたが，LM 曲線は，貨幣市場均衡条件（$M_S=L$）を変形して得られるため，LM 曲線の説明文である，LM 曲線とは

「貨幣市場を均衡させるような国民所得 Y と利子率 r の組み合わせ」

という波線部が理解できるのではないだろうか。

（２）LM 曲線が右上がりである意味

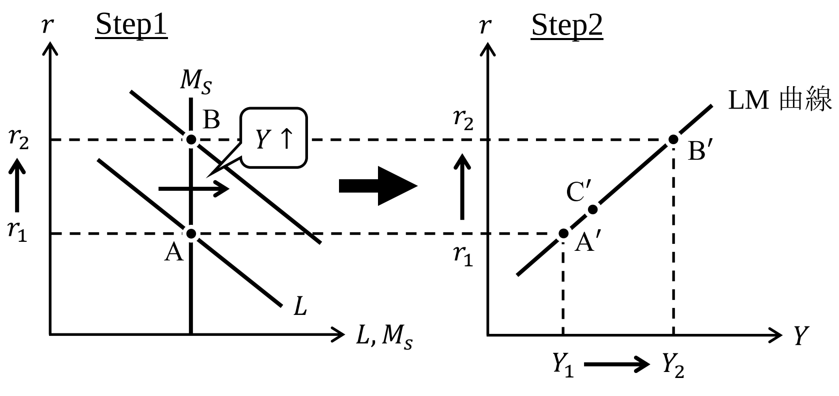
LM 曲線が右上がりとなる意味を，グラフを用いて説明していこう。

まず，LM 曲線が右上がりという状況は，

「国民所得 Y が増加［減少］したとき，
（均衡）利子率 r は上昇［低下］して，貨幣市場が均衡する」

と言い換えることもできる。ただ，これだけではわかりづらいため，2 つのグラフを用いて説明していくことにしよう。

図表　LM 曲線の導出



前ページ図と対応させながら次の手順を見ていこう。

Step1　国民所得Yが増加すると（具体的にはY_1からY_2へ増加），取引的動機と予備的動機に基づく貨幣需要L_1が増加するため，貨幣需要曲線Lが右シフトし，貨幣市場が均衡するように（均衡）利子率rが増加する。

⇒ 点Aも点Bも貨幣市場が均衡（$M_s = L$）していることに注意！

Step2　点A′は国民所得Yが増加する**前**の貨幣市場が均衡するYとrの組み合わせであり点B′は国民所得Yが増加した**後**の貨幣市場が均衡するYとrの組み合わせである。

⇒ 点Aは点A′に対応していて，点Bは点B′に対応している。

［注意１］点C′においても貨幣市場は均衡している（そもそも，LM曲線上のすべての点において貨幣市場は均衡している）。

［注意２］LM曲線は貨幣市場の話であるため，LM曲線の導出に財市場は関係ない。そのため，45度線分析のグラフは使っていないのである。

このように貨幣市場が均衡している点A′や点B′を通る曲線がLM曲線なのである。これが，グラフを用いたLM曲線の導出であり，LM曲線が右上がりになる理由なのである。

LM 曲線が右上がりになる理由をもう少しコンパクトに書いておくと，「国民所得Yが増加したときに，利子率rが上昇しないと貨幣市場が均衡しないので，LM曲線が右上がりになる」と言ってもいいだろう。

IS曲線が右下がりになる理由を，これに対応させると「利子率rが低下したときに，国民所得Yが増加しないと財市場が均衡しないので，IS曲線が右下がりになる」となる。

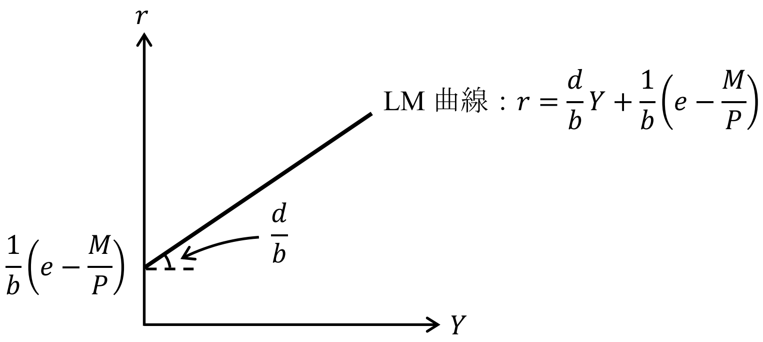
（３）LM曲線のシフト

まず，LM曲線が右シフトする理屈を式で確認しよう。

p.2のLM曲線の式

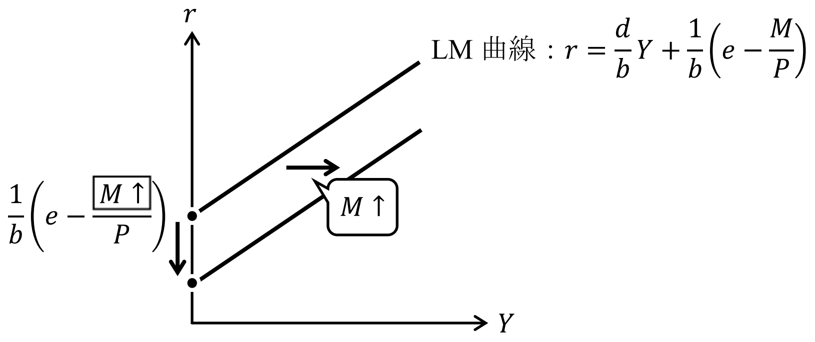
$$r = \underbrace{\frac{d}{b}}_{\text{傾き}} Y + \underbrace{\frac{1}{b}\left(e - \frac{M}{P}\right)}_{\text{切片}} \quad \text{：LM曲線の式}$$

より，グラフは次のように書けた。



このグラフの縦軸切片 $\frac{1}{b}\left(e-\frac{M}{P}\right)$ に着目すると，**中央銀行（日銀）**が**金融緩和政策**（ $M\uparrow$ ）をすることで，下図のように LM 曲線の縦軸切片 $\frac{1}{b}\left(e-\frac{M\uparrow}{P}\right)\downarrow$ が下にさがり，LM 曲線が**右シフト**（下シフト）することがわかる。

＊ 次ページで説明するように，LM 曲線は「下シフト」すると考えることが正確であるが，「右シフト」と書いてしまうことが多い。

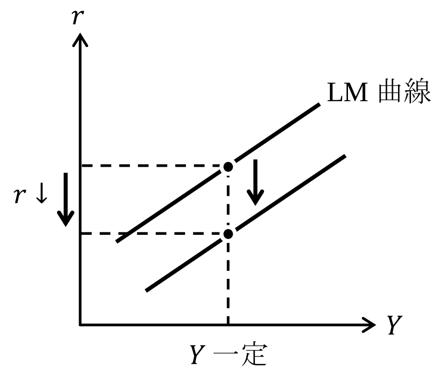


［参考］物価 P が低下する（デフレになる）ことでも，LM 曲線の縦軸切片の値が低下するので，LM 曲線が右シフト（下シフト）するが，この授業では物価 P は一定と仮定するため，物価 P の変化による LM 曲線のシフトは考えないことにする。（第 13 講の**＜補足７＞**を参照）

また，逆に日銀が**金融引締政策**（ $M\downarrow$ ）を行うことで，LM 曲線が**左シフト**（上シフト）する。

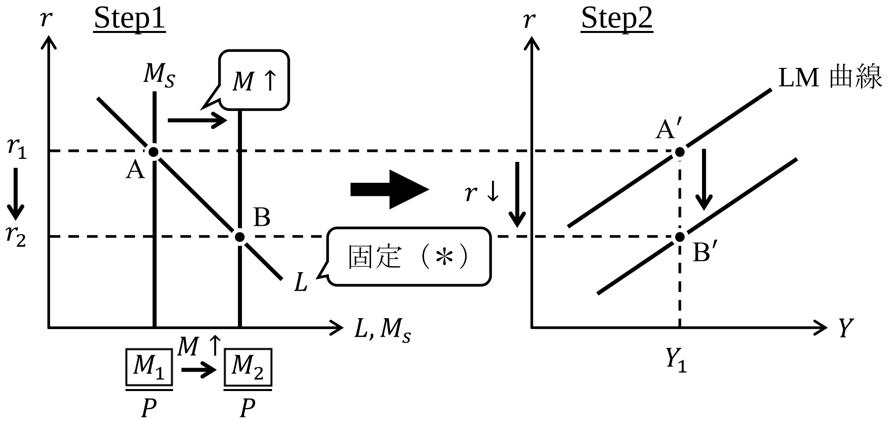
以上の説明から $M\uparrow$（や $P\downarrow$）によって LM 曲線が右シフト（下シフト）することがわかるが，LM 曲線が右シフト（下シフト）する経済学的な意味を理解するためには，次に説明する理屈で理解しておいた方がよい。

まず，LM 曲線の右シフト（下シフト）は次の図から「国民所得 Y を一定として，（貨幣市場が均衡する均衡）利子率 r が低下するような状況」であることがわかる。



では，どうすれば「国民所得 Y を一定として，利子率 r が低下するような状況」を作り出せるかというと，日銀による金融緩和政策（ $M\uparrow$ ）なのである。その理由は次ページの図を見て欲しい。

<u>図表　LM 曲線の右（下）シフト（金融緩和政策）</u>



Step1　国民所得 Y を一定として，日銀が金融緩和政策（$M\uparrow$）をおこなうと，実質貨幣供給曲線 M_S が右シフトし，貨幣市場が均衡するように（均衡）利子率 r が低下する。

⇒ 金融緩和政策（$M\uparrow$）によって，「国民所得 Y を一定として，利子率 r が低下するような状況」を作り出せた！

＊ 貨幣需要曲線 L が固定されていてシフトしない理由は，国民所得 Y を一定（ここでは Y_1 の値で一定）としているため，取引的動機と予備的動機に基づく貨幣需要 L_1 の値が固定されることになり，貨幣需要 $L(=L_1+L_2)$ の値は利子率 r でしか変化しない状況となっているからである。

Step2　元の LM 曲線は点 A′ を通るが，政策後は点 B′ を通る LM 曲線へと下シフトした。

このように, LM 曲線は右シフトではなく, 下シフトと考えるのが正確である。ちなみに, IS 曲線は（上シフトではなく）右シフトと考えることが正確であった。ただし，経済学の教科書では IS 曲線も LM 曲線も右シフトと書いてしまうことが多いので，この授業でも，右シフトで統一することとする。

［まとめ］

・　財政政策：「**政府**」が実施

　　拡張的財政政策（公共事業の拡大 $G\uparrow$，減税 $T\downarrow$）→ IS 曲線が右シフト

　　緊縮的財政政策（公共事業の縮小 $G\downarrow$，増税 $T\uparrow$）→ IS 曲線が左シフト

・　金融政策：「**日銀**」が実施

　　金融緩和政策（マネーストックの増加 $M\uparrow$）→ LM 曲線が右シフト（下シフト）

　　金融引締政策（マネーストックの減少 $M\downarrow$）→ LM 曲線が左シフト（上シフト）

【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。

1.　LM 曲線とは，（　貨幣　）市場を均衡させるような国民所得 Y と利子率 r の組み合わせを表した（〇右上がり　/　右下がり　）の曲線である。

2.　国民所得 Y が増加すると，実質貨幣需要曲線が（〇右　/　左　）方へシフトするため，貨幣市場が均衡するように利子率 r が（〇上昇　/　低下　）することから，LM 曲線が（〇右上がり　/　右下がり　）となる。

3.　LM 曲線上では，常に（　貨幣　）市場が均衡している。

4.　LM 曲線の「L」は「流動性」を意味する英単語（　Liquidity　）の頭文字，「M」は英単語（　Money　）supply の頭文字である。

5.　LM 曲線を右方（下方）へシフトさせるには，マネーストック M を（〇増加　/　減少　）させる，つまり，金融（〇緩和　/　引締　）政策を行えばよい。

(2)　貨幣市場において，$L_1 = Y + 4$，$L_2 = -2r + 6$，$M = 20$，$P = 2$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　貨幣需要関数 L を求めなさい。

$L = L_1 + L_2 = Y + 4 + (-2r + 6) = -2r + Y + 10$

$L =$ $-2r + Y + 10$

2.　実質貨幣供給関数 M_s を求めなさい。

$M_s = \frac{M}{P} = \frac{20}{2} = 10$

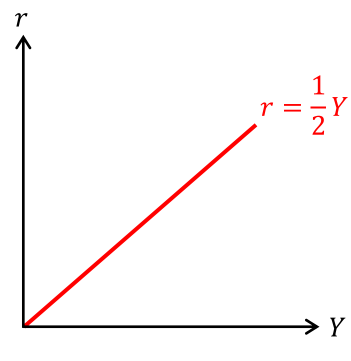
$M_s =$ 10

3.　LM 曲線の式を求めなさい。

$\frac{M}{P} = L \ \rightarrow \ 10 = -2r + Y + 10 \ \rightarrow \ 2r = Y \ \rightarrow \ r = \frac{1}{2}Y$

$r =$ $\frac{1}{2}Y$

4.　LM 曲線のグラフを書きなさい。



(3)　貨幣市場において，$L_1 = 2Y + 3$，$L_2 = -3r + 8$，$M = 10$，$P = 2$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　貨幣需要関数 L を求めなさい。

$L = L_1 + L_2 = 2Y + 3 + (-3r + 8) = -3r + 2Y + 11$

$L =$　$-3r + 2Y + 11$

2.　実質貨幣供給関数 M_s を求めなさい。

$M_s = \dfrac{M}{P} = \dfrac{10}{2} = 5$

$M_s =$　5

3.　国民所得 $Y = 12$ であるとき，均衡利子率 r^* の値を求めなさい。

$\dfrac{M}{P} = L \ \rightarrow \ 5 = -3r + 2 \cdot 12 + 11 \ \rightarrow \ 3r = 24 + 11 - 5 \ \rightarrow \ r^* = 10$

$r^* =$　10

4.　LM 曲線の式を求めなさい。

$\dfrac{M}{P} = L \ \rightarrow \ 5 = -3r + 2Y + 11 \ \rightarrow \ 3r = 2Y + 6 \ \rightarrow \ r = \dfrac{2}{3}Y + 2$

$r =$　$\dfrac{2}{3}Y + 2$

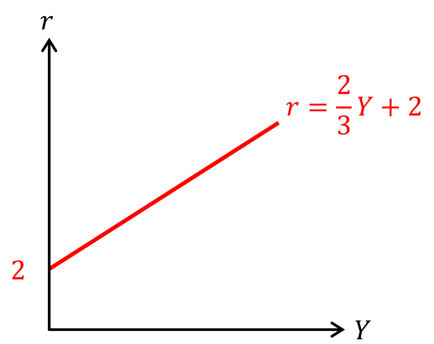
5.　4.で得られた式において，国民所得 $Y = 12$ であるときの利子率 r の値を求めなさい。

$r = \dfrac{2}{3}Y + 2 = \dfrac{2}{3} \cdot 12 + 2 = 10$

［補足］5.で得られた $r = 10$ は貨幣市場を均衡させる r の値であるので，3.で得られる値と同じになっている。

$r =$　10

6.　LM 曲線のグラフを書き，縦軸切片の値を明記しなさい。



(4)　貨幣市場において，$L_1 = 4Y + 10$，$L_2 = -2r + 8$，$M = 30$，$P = 3$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　LM 曲線の式を求めなさい。

$$\frac{M}{P} = L \rightarrow \frac{30}{3} = 4Y + 10 + (-2r + 8) \rightarrow 2r = 4Y + 18 - 10 \rightarrow r = 2Y + 4$$

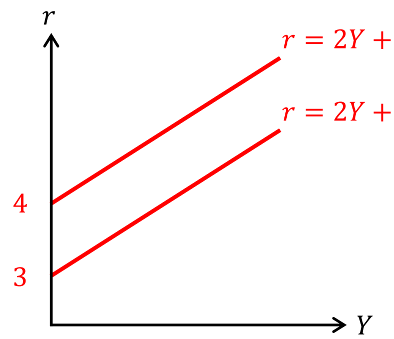
$r =$　$2Y + 4$

2.　マネーストック M が 36 へ増加したとき，LM 曲線の式を求めなさい。

$$\frac{M}{P} = L \rightarrow \frac{36}{3} = 4Y + 10 + (-2r + 8) \rightarrow 2r = 4Y + 18 - 12 \rightarrow r = 2Y + 3$$

$r =$　$2Y + 3$

3.　1.と 2.で得た 2 つの LM 曲線のグラフを書き，縦軸切片の値をそれぞれ明記しなさい。



(5)　貨幣市場において，$L = -br + dY + e$，$M = M_0$，$P = P_0$（ただし，b，d，e は正の定数）であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　LM 曲線を求めなさい。

$$\frac{M}{P} = L \rightarrow \frac{M_0}{P_0} = -br + dY + e \rightarrow br = dY + e - \frac{M_0}{P_0} \rightarrow r = \frac{d}{b}Y + \frac{1}{b}\left(e - \frac{M_0}{P_0}\right)$$

$r =$　$\frac{d}{b}Y + \frac{1}{b}\left(e - \frac{M_0}{P_0}\right)$

2.　次の文章中の括弧内に入る適切な語句に○を書きなさい。

1.で得られた LM 曲線の式から，マネーストック M_0 が増加すると，縦軸切片の値は（　増加　/○減少　）することから，LM 曲線は（　上　/○下　）方へシフト，もしくは，（○右　/　左　）方へシフトすることがわかる。

（ヒント）LM 曲線：$r = \frac{d}{b}Y + \frac{1}{b}\left(e - \frac{M_0 \uparrow}{P_0}\uparrow\right)\downarrow$

3.　次の文章中の括弧内に入る適切な語句に○を書きなさい。

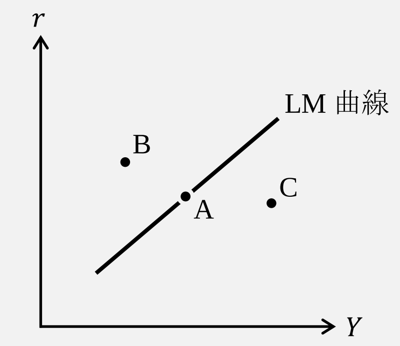
1.で得られた LM 曲線の式から，物価 P_0 が上昇すると，縦軸切片の値は（○増加　/　減少　）することから，LM 曲線は（○上　/　下　）方へシフト，もしくは，（　右　/○左　）方へシフトすることがわかる。

（ヒント）LM 曲線：$r = \frac{d}{b}Y + \frac{1}{b}\left(e - \frac{M_0}{P_0 \uparrow}\downarrow\right)\uparrow$

＜補足１＞ 貨幣市場の不均衡領域

LM 曲線上では貨幣市場が均衡（実質貨幣供給 M/P = 実質貨幣需要 L）しているので，下図の点 A では貨幣市場が均衡している。



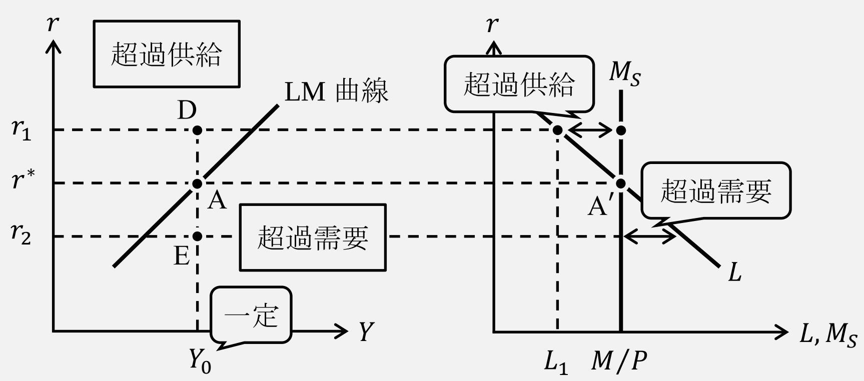
ということは，LM 曲線上にない点 B や点 C では貨幣市場が均衡していない，つまり，不均衡の状態である。第 12 講の＜補足３＞と同様の議論にはなるが，点 B や点 C では貨幣市場において超過需要（$M/P < L$），超過供給（$M/P > L$）のどちらが生じているのであろうか。（結論を先に書いておくと，点 B では超過供給，点 C では超過需要が生じている）

この見分け方は下図のように考えればよい。

まず，金融政策は行われておらず（M は一定），国民所得は Y_0 で固定されているものとする（国民所得 Y を固定することで右下図のように貨幣需要曲線 L を固定して考えることができる）。また，下図の点 A と点 A′ は対応している。

では，国民所得が Y_0，利子率が r_1 である点 D について考えていく。点 D では利子率が r_1 であるため，右下図から $M/P > L_1$ であり，貨幣需要よりも実質貨幣供給の方が大きく超過供給が生じていることがわかる。したがって，点 D では貨幣市場で超過供給が生じているのである。これより，「LM 曲線よりも上側の不均衡領域では，貨幣市場で超過供給が生じる」ことがわかる。さらに，第 13 講の＜補足８＞で学んだように貨幣市場で超過供給が生じていると利子率 r の調整により r_1 は r^* に向かって下落していく。つまり，不均衡が調整されることで，経済状況は点 D から点 A に近付いていくと考えることができる。

同様に考えると，点 E では貨幣市場で超過需要が生じていることがわかり，「LM 曲線よりも下側の不均衡領域では，貨幣市場で超過需要が生じる」。また，超過需要が生じていると利子率 r の調整により r_2 は r^* に向かって上昇し，経済状況は点 E から点 A へ近付く。

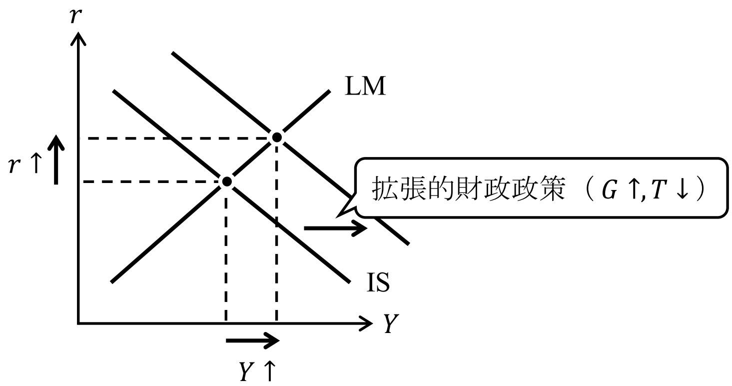


2. IS－LM分析

いよいよ本節で，IS－LM 分析を解説していく。

まず，IS－LM 分析で最低限理解して欲しいことを 2 つ（①と②）挙げよう。

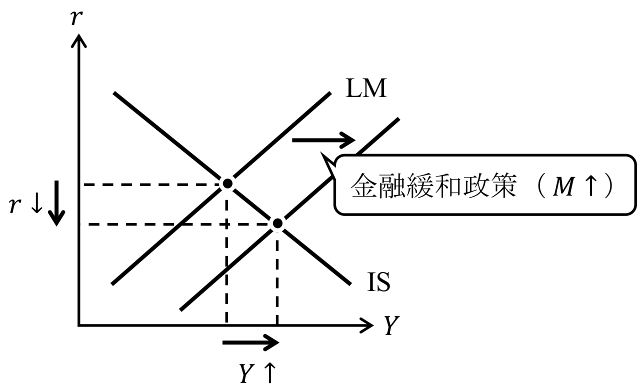
① 拡張的財政政策（$G\uparrow$，$T\downarrow$）



「拡張的財政政策（$\boldsymbol{G}\uparrow,\boldsymbol{T}\downarrow$）によって，

（均衡）国民所得 $\boldsymbol{Y}$ は増加し，（均衡）利子率 $\boldsymbol{r}$ は上昇する」

② 金融緩和政策（$M\uparrow$）



「金融緩和政策（$\boldsymbol{M}\uparrow$）によって，

（均衡）国民所得 $\boldsymbol{Y}$ は増加し，（均衡）利子率 $\boldsymbol{r}$ は低下する」

緊縮的財政政策と金融引締政策については①と②から類推できるだろう。結果のみを次の表にまとめておく。

	変数の変化	（均衡）国民所得 Y	（均衡）利子率 r
拡張的財政政策	$G\uparrow$，$T\downarrow$	↑：増加	↑：上昇
緊縮的財政政策	$G\downarrow$，$T\uparrow$	↓：減少	↓：低下
金融**緩和**政策	$M\uparrow$	↑：増加	↓：低下
金融**引締**政策	$M\downarrow$	↓：減少	↑：上昇

前ページの①と②について，もう少し現実に即した具体的なイメージがわくように書いておけば次のようになるだろう。

① 拡張的財政政策

政府が景気を良くするような政策，例えば，道路が整備されたり，公立の図書館が作られたりといった公共事業が増える，所得税が減税されるなど，が実施されれば，日本の GDP は増加し，銀行の金利や住宅ローン金利，国債などの金利が上昇するということ。

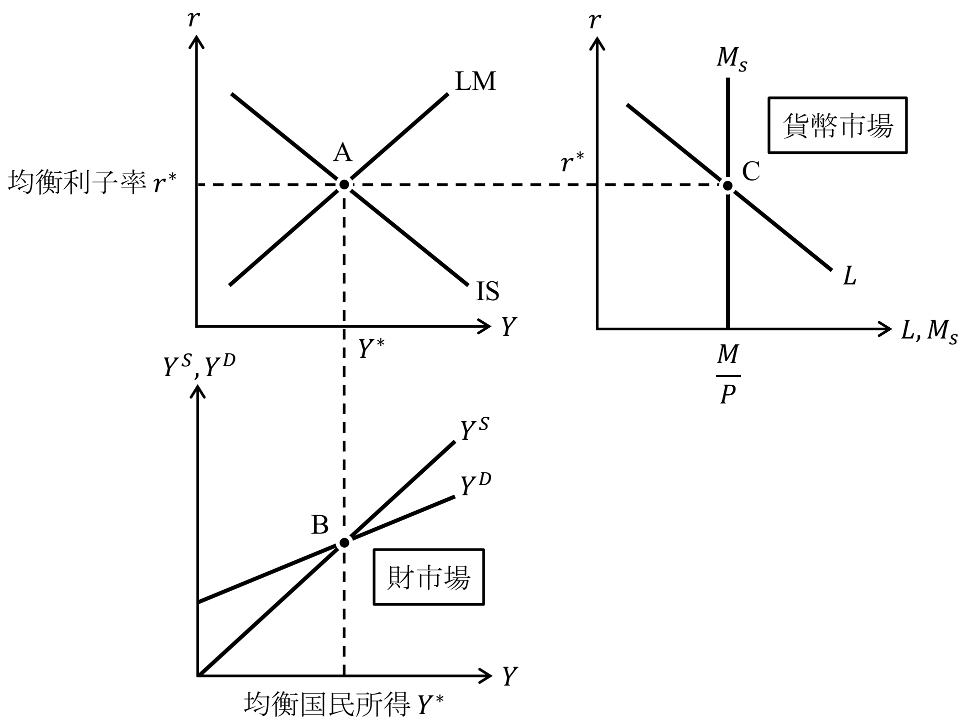
② 金融緩和政策

日銀が日本国内のお金を増やすような政策，例えば，買いオペ，量的緩和政策（ある目標値までマネーストック M を増やす政策）など，が実施されれば，日本の GDP は増加し，銀行の金利や住宅ローン金利，国債などの金利が低下するということ。

ところで，第 8 講から第 14 講に渡ってマクロ経済学分野を解説してきたが，前ページの①と②がこれまで学んできたことの集大成である。

もし仮に「5 分間でマクロ経済学の内容を説明してください」と言われれば，詳しい内容を抜きにすると，前ページの①と②を説明すれば基本的なマクロ経済学の結論を伝えることができる。「じゃあ，最初から前ページの①と②だけを教えてくれればいいじゃないか！」と言われるかもしれないが，前ページの①と②の知識だけだと，マクロ経済学に対する理解が浅くなってしまう。次の図を見てほしい。

図表　IS－LM 分析（財市場と貨幣市場との関係）



IS 曲線上では財市場が均衡し，LM 曲線上では貨幣市場が均衡していたので，IS 曲線と LM 曲線の交点（前ページ図の点 A）では，財市場と貨幣市場が同時に均衡していることになる。ということは，均衡国民所得 Y^* において点 B のように財市場において総供給 Y^S と総需要 Y^D は等しくなっており，均衡利子率 r^* において点 C のように貨幣市場において実質貨幣供給量 M_S と（実質）貨幣需要量 L は等しくなっているのである。

より理解が深まるように数値例も示すことにしよう。
マクロ経済モデルが次のように与えられているとする。

［財市場］

$Y = C + I + G$ ：財市場均衡条件

$C = 0.75Y + 10$ ：（ケインズ型）消費関数

$I = -r + 5$ ：投資関数

$G = 15$ ：政府支出の値

［貨幣市場］

$\dfrac{M}{P} = L$ ：貨幣市場均衡条件

$L = -r + Y + 10$ ：（実質）貨幣需要関数

$M = 10$ ：マネーストック

$P = 2$ ：物価

まず，財市場均衡条件から IS 曲線を求める。

$$Y = C + I + G \to Y = 0.75Y + 10 + (-r + 5) + 15 \to r = -0.25Y + 30$$

$$\to r = -\frac{1}{4}Y + 30 \quad \text{：IS 曲線}$$

次に，貨幣市場均衡条件から LM 曲線を求める。

$$\frac{M}{P} = L \to \frac{10}{2} = -r + Y + 10 \to r = Y + 10 - 5$$

$$\to r = Y + 5 \quad \text{：LM 曲線}$$

IS 曲線と LM 曲線の交点は次の連立方程式で求める。

$$\begin{cases} r = -\dfrac{1}{4}Y + 30 & \cdots \text{IS 曲線} \\ r = Y + 5 & \cdots \text{LM 曲線} \end{cases}$$

$$-\frac{1}{4}Y + 30 = Y + 5 \to -Y + 120 = 4Y + 20 \to 5Y = 100 \to Y^* = 20$$

これを IS 曲線の式（LM 曲線の式）に代入すると，均衡利子率 r^* を次のように得る。

$$r^* = -\frac{1}{4} \cdot 20 + 30 = -5 + 30 = 25 \quad (r^* = 20 + 5 = 25)$$

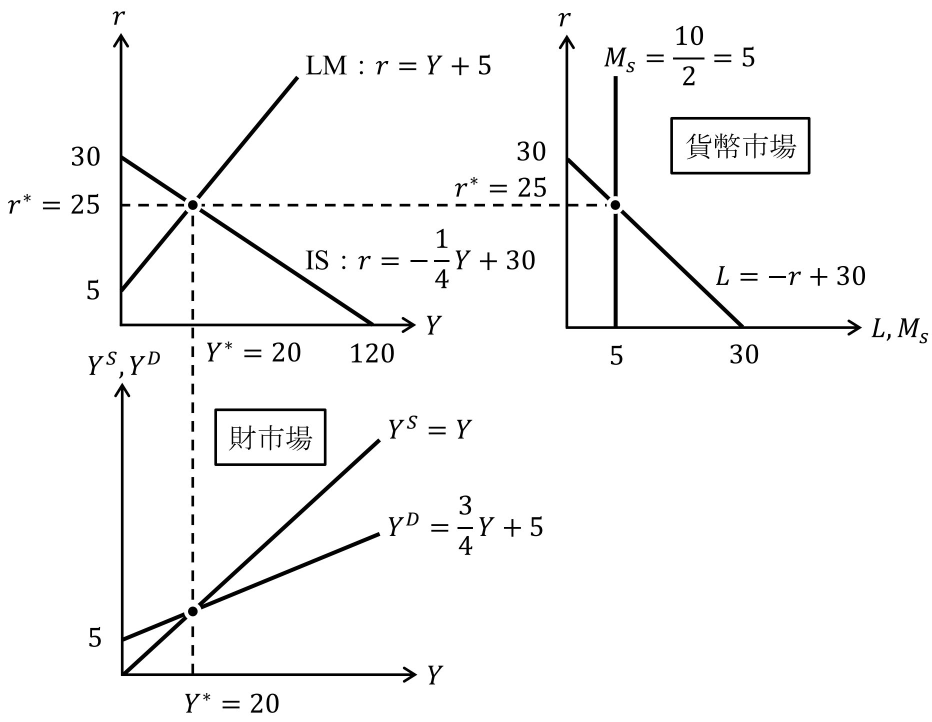
したがって，IS 曲線と LM 曲線の交点は $Y^* = 20, r^* = 25$ である。

ちなみに，総需要 Y^D のグラフの位置を確定するには，$r^* = 25$ を総需要 Y^D の式の r に代入する必要があり，（実質）貨幣需要曲線 L の位置を確定するには，$Y^* = 20$ を（実質）貨幣需要関数 L の Y に代入する必要があるので，次のように計算をしておく。

$$Y^D = C + I + G = 0.75Y + 10 + \left(-\boxed{25} + 5\right) + 15 \to Y^D = \frac{3}{4}Y + 5 \quad \text{：総需要の式}$$

$$L = -r + \boxed{20} + 10 \to r = -L + 30 \quad \text{：（実質）貨幣需要曲線の式}$$

これより，このマクロ経済モデルをグラフで表すと次のようになる。



＜補足２＞ ヒックス

この授業で扱ったマクロ経済学分野のほぼすべてはイギリスの経済学者ケインズが主著『一般理論』（1936 年）で提案したものである（第 8 講の**＜補足１３＞**を参照）。ただし，『一般理論』には，IS 曲線も LM 曲線も登場しない。

実は，IS－LM 分析を考案したのは，イギリスの経済学者であるジョン・リチャード・ヒックス（1904－1989）なのである。ヒックスは『一般理論』が発行された 1936 年の翌年 1937 年に，*Econometrica*（エコノメトリカ）という国際的に最も権威ある経済学雑誌において「ケインズ氏と「古典派」たち：解釈の一示唆」というタイトルの論文で，IS－LM 分析の原形となる IS 曲線と LL 曲線（×LM 曲線）を登場させ，ケインズの『一般理論』に書かれていることは「要はこんなこと！」としてわかりやすく説明したのである。

ちなみに，ヒックスの主著は『価値と資本』（1939 年）である。この本は大変な名著であり，例えば，東京大学名誉教授の根岸隆先生（1933－）は「現代経済学の動学化の幕は事実上，ヒックス（の『価値と資本』）によって切り落とされた」と表現している。（日本経済新聞社『経済学 41 の巨人』）

ところで，時間の流れを考慮して経済分析するのが**動学**である。「動学」の「動」には「時間が動く」という意味が込められている。「動学」の対義語である「静学（せいがく）」とは，時間の流れを考慮せずに，ある一時点における経済分析をするのが**静学**である。この「はじめよう経済学」で学んだ内容はすべて「静学」である（第 15 講の展開形ゲームのみ「動学」）。経済学の学習が進んでいくと，動学的な経済学を学ぶことになるのである。（ちなみに，動学的な経済学の導入はミクロ経済学の「異時点間消費」という分野になる）

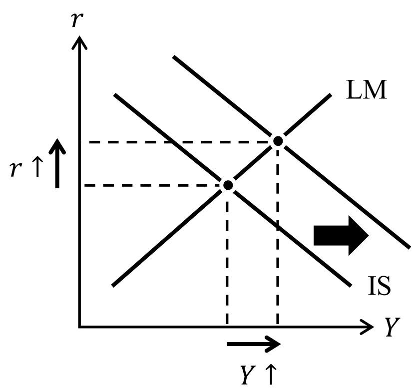
【問題】

(1)　次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に○を書きなさい。

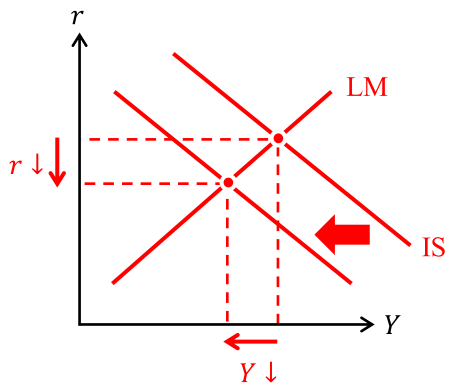
1.　IS 曲線上では（　財　）市場が均衡しており，LM 曲線上では（　貨幣　）市場が均衡しているため，その交点では（　財　）市場と（　貨幣　）市場が同時に均衡している。
2.　IS－LM 分析において，拡張的財政政策により，（○IS　/　LM　）曲線が（○右　/　左　）方へシフトすることから，均衡国民所得 Y^* は（○増加　/　減少　）し，均衡利子率 r^* は（○上昇　/　下落　）する。
3.　IS－LM 分析において，金融引締政策により，（　IS　/○LM　）曲線が（　右　/○左　）方へシフトすることから，Y^* は（　増加　/○減少　）し，r^* は（○上昇　/　下落　）する。

(2)　右下がりの IS 曲線と右上がりの LM 曲線を前提とするとき，次の例題の解答例を参考に各状況（1.～3.）におけるグラフを書きなさい。

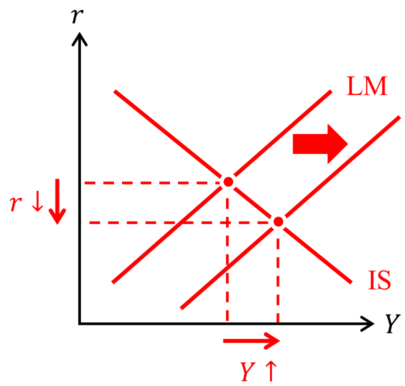
【例題】拡張的財政政策（$G\uparrow$，$T\downarrow$）



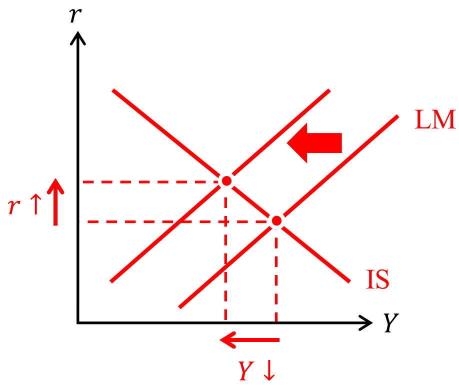
1.　緊縮的財政政策（$G\downarrow$，$T\uparrow$）



2.　金融緩和政策（M↑）

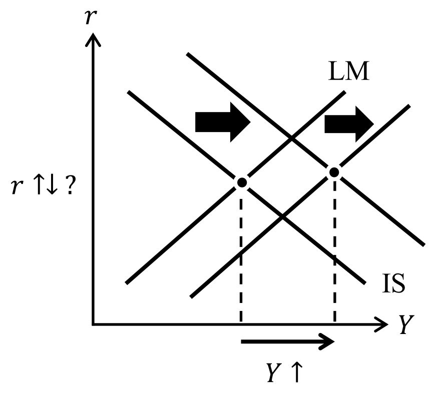


3.　金融引締政策（M↓）



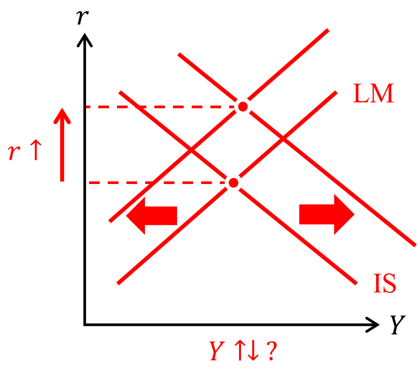
(3)　財政政策と金融政策を組み合わせて実施するように，複数の政策を組み合わせることを**ポリシーミックス**と言うが，次の例題の解答例を参考にしてポリシーミックスにおけるグラフを書きなさい。

【例題】拡張的財政政策＋金融緩和政策



上図は，拡張的財政政策と金融緩和政策を同時に実施するようなポリシーミックスを考えたときに，均衡国民所得 Y^* は増加するが，均衡利子率 r^* は上昇するか下落するか不明であるということを表している。

・　拡張的財政政策＋金融引締政策



(4)　財市場と貨幣市場において，$Y = C + I$，$C = 0.75Y + 8$，$I = -r + 4$，$M/P = L_1 + L_2$，$M = 20$，$P = 2$，$L_1 = Y + 4$，$L_2 = -2r + 6$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　IS 曲線の式を求めなさい。

$Y = C + I \ \rightarrow \ Y = 0.75Y + 8 - r + 4 \ \rightarrow \ r = -0.25Y + 12 = -\frac{1}{4}Y + 12$

$r = \quad -\frac{1}{4}Y + 12$

2.　LM 曲線の式を求めなさい。

$\frac{M}{P} = L \ \rightarrow \ \frac{20}{2} = Y + 4 - 2r + 6 \ \rightarrow \ 10 = Y - 2r + 10 \ \rightarrow \ 2r = Y \ \rightarrow \ r = \frac{1}{2}Y$

$r = \quad \frac{1}{2}Y$

3.　均衡国民所得 Y^* と均衡利子率 r^* の値を求めなさい。

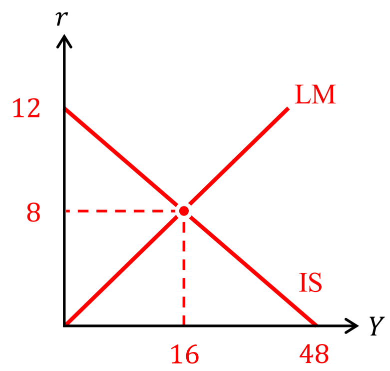
IS 曲線と LM 曲線を連立すると，

$-\frac{1}{4}Y + 12 = \frac{1}{2}Y \ \rightarrow \ -Y + 48 = 2Y \ \rightarrow \ -3Y = -48 \ \rightarrow \ Y^* = 16$

となり，これを LM 曲線（もしくは，IS 曲線）に代入すると，$r^* = 8$ を得る。

$Y^* = \quad 16 \qquad , r^* = \quad 8$

4.　1.と 2.で得られた IS 曲線と LM 曲線をグラフに書き，交点の座標も明記しなさい。



5.　マネーストック M が 32 へ増加したとき，均衡国民所得 Y^* と均衡利子率 r^* の値を求めなさい。

変化後の LM 曲線は,

$$\frac{M}{P} = L \ \rightarrow\ \frac{32}{2} = Y + 4 - 2r + 6 \ \rightarrow\ 2r = Y - 6 \ \rightarrow\ r = \frac{1}{2}Y - 3$$

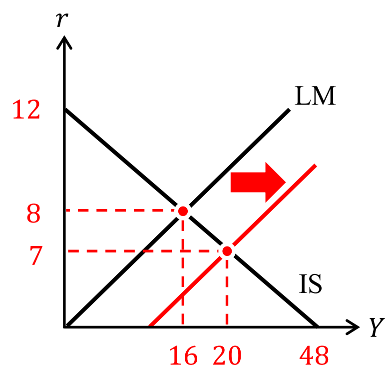
より，これと IS 曲線を連立すると,

$$-\frac{1}{4}Y + 12 = \frac{1}{2}Y - 3 \ \rightarrow\ -Y + 48 = 2Y - 12 \ \rightarrow\ -3Y = -60 \ \rightarrow\ Y^* = 20$$

となり，これを LM 曲線（もしくは，IS 曲線）に代入すると，$r^* = 7$ を得る。

$Y^* =$ 20 ,$r^* =$ 7

6.　5.の変化をグラフ（下図）に書き，変化前の交点と変化後の交点の座標も明記しなさい。ただし，下図には変化前の IS 曲線と LM 曲線が書かれているものとする。



(5)　財市場と貨幣市場において，$Y = C + I + G$，$C = 0.8Y + 2$，$I = -r + 3$，$G = 5$，$M/P = L$，$M = 10$，$P = 2$，$L = -r + Y + 9$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　IS 曲線の式を求めなさい。

$$Y = C + I + G \ \rightarrow\ Y = 0.8Y + 2 - r + 3 + 5 \ \rightarrow\ r = -0.2Y + 10 = -\frac{1}{5}Y + 10$$

$r =$ $-\frac{1}{5}Y + 10$

2.　LM 曲線の式を求めなさい。

$$\frac{M}{P} = L \ \rightarrow\ \frac{10}{2} = -r + Y + 9 \ \rightarrow\ r = Y + 4$$

$r =$ $Y + 4$

3.　均衡国民所得 Y^* と均衡利子率 r^* の値を求めなさい。

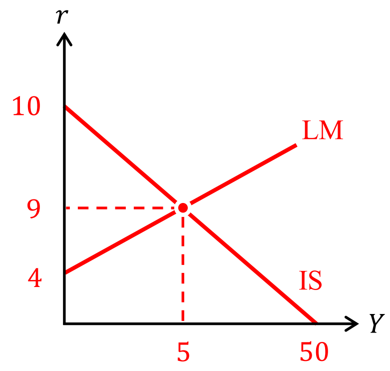
IS 曲線と LM 曲線を連立すると,

$$-\frac{1}{5}Y + 10 = Y + 4 \ \rightarrow\ -Y + 50 = 5Y + 20 \ \rightarrow\ -6Y = -30 \ \rightarrow\ Y^* = 5$$

となり，これを LM 曲線（もしくは，IS 曲線）に代入すると，$r^* = 9$ を得る。

$Y^* =$ 5 ,$r^* =$ 9

4.　1.と 2.で得られた IS 曲線と LM 曲線をグラフに書き，交点の座標も明記しなさい。



5.　政府支出 G が 11 へ増加したとき，均衡国民所得の変化分 ΔY と均衡利子率の変化分 Δr を求めなさい。

変化後の IS 曲線は,

$$Y = C + I + G \ \rightarrow \ Y = 0.8Y + 2 - r + 3 + 11 \ \rightarrow \ r = -0.2Y + 16 = -\frac{1}{5}Y + 16$$

より，これと LM 曲線を連立すると,

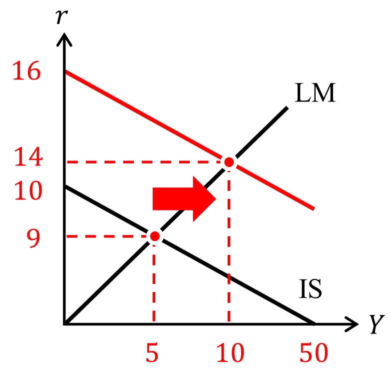
$$-\frac{1}{5}Y + 16 = Y + 4 \ \rightarrow \ -Y + 80 = 5Y - 20 \ \rightarrow \ -6Y = -60 \ \rightarrow \ Y^* = 10$$

となり，これを LM 曲線（もしくは，IS 曲線）に代入すると，$r^* = 14$ を得る。

したがって，$\Delta Y = 10 - 5 = 5$，$\Delta r = 14 - 9 = 5$ となる。

$\Delta Y =$ 5 ,$\Delta r =$ 5

6.　5.の変化をグラフ（下図）に書き，変化前の交点と変化後の交点の座標も明記しなさい。ただし，下図には変化前の IS 曲線と LM 曲線が書かれているものとする。



(6)　財市場と貨幣市場において，$Y = C + I + G$，$C = 0.75(Y - T_0) + 5$，$T_0 = 8$，$I = -r + 9$，$G = 10$，$M/P = L$，$M = 10$，$P = 1$，$L = -r + 2Y + 10$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　IS 曲線の式を求めなさい。

$Y = C + I + G \ \rightarrow \ Y = 0.75(Y - 8) + 5 - r + 9 + 10 \ \rightarrow \ Y = 0.75Y - 6 - r + 24$

$\rightarrow \ r = -0.25Y + 18 \ \rightarrow \ r = -\frac{1}{4}Y + 18$

$r =$ $-\frac{1}{4}Y + 18$

2.　LM 曲線の式を求めなさい。

$\frac{M}{P} = L \ \rightarrow \ \frac{10}{1} = -r + 2Y + 10 \ \rightarrow \ r = 2Y$

$r =$ $2Y$

3.　均衡国民所得 Y^* と均衡利子率 r^* の値を求めなさい。

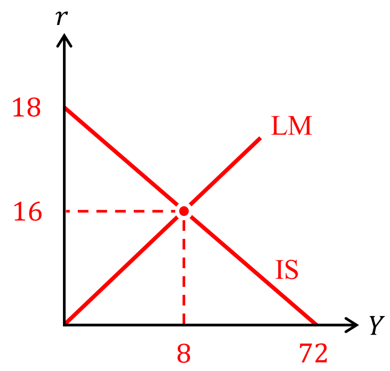
IS 曲線と LM 曲線を連立すると，

$-\frac{1}{4}Y + 18 = 2Y \ \rightarrow \ -\frac{9}{4}Y = -18 \ \rightarrow \ Y^* = 8$

となり，これを LM 曲線（もしくは，IS 曲線）に代入すると，$r^* = 16$ を得る。

$Y^* =$ 8 ,$r^* =$ 16

4.　1.と 2.で得られた IS 曲線と LM 曲線をグラフに書き，交点の座標も明記しなさい。



5.　租税（定額税）T_0 が 20 へ増加したとき，均衡国民所得の変化分 ΔY と均衡利子率の変化分 Δr を求めなさい。

変化後の IS 曲線は，

$Y = C + I + G \ \rightarrow \ Y = 0.75(Y - 20) + 5 - r + 9 + 10 \ \rightarrow \ Y = 0.75Y - 15 - r + 24$

$\rightarrow \ r = -0.25Y + 9 \ \rightarrow \ r = -\frac{1}{4}Y + 9$

より，これと LM 曲線を連立すると，

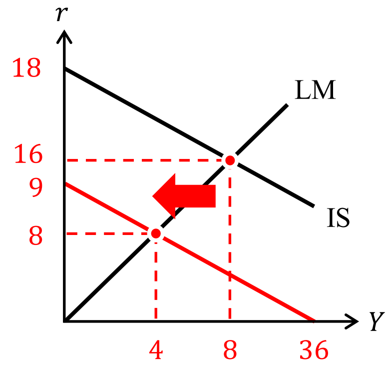
$-\frac{1}{4}Y + 9 = 2Y \ \rightarrow \ -\frac{9}{4}Y = -9 \ \rightarrow \ Y^* = 4$

となり，これを LM 曲線（もしくは，IS 曲線）に代入すると，$r^* = 8$ を得る。

したがって，$\Delta Y = 4 - 8 = -4$，$\Delta r = 8 - 16 = -8$ となる。

$\Delta Y =$ -4 ,$\Delta r =$ -8

6.　5.の変化をグラフ（下図）に書き，変化前の交点と変化後の交点の座標も明記しなさい。ただし，下図には変化前の IS 曲線と LM 曲線が書かれているものとする。



(7)　財市場と貨幣市場において，$Y = C + I + G$，$C = 0.8(Y - T) + 10$，$T = 0.5Y + 5$，$I = -2r + 12$，$G = 18$，$M/P = L$，$M = 30$，$P = 3$，$L = -r + Y + 15$ であるとき，次の問いに答えなさい。

1.　IS 曲線の式を求めなさい。

$Y = C + I + G \ \rightarrow\ Y = 0.8\{Y - (0.5Y + 5)\} + 10 - 2r + 12 + 18$

$\rightarrow\ Y = 0.8(0.5Y - 5) - 2r + 40 \ \rightarrow\ Y = 0.4Y - 4 - 2r + 40$

$\rightarrow 2r = -0.6Y + 36 \ \rightarrow\ r = -\dfrac{3}{10}Y + 18$

$r =$ $-\dfrac{3}{10}Y + 18$

2.　LM 曲線の式を求めなさい。

$\dfrac{M}{P} = L \ \rightarrow\ \dfrac{30}{3} = -r + Y + 15 \ \rightarrow\ r = Y + 5$

$r =$ $Y + 5$

3.　均衡国民所得 Y^* と均衡利子率 r^* の値を求めなさい。

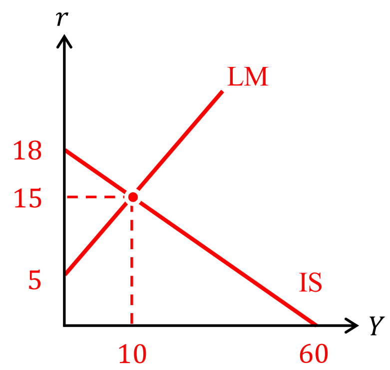
IS 曲線と LM 曲線を連立すると，

$-\dfrac{3}{10}Y + 18 = Y + 5 \ \rightarrow\ -\dfrac{13}{10}Y = -13 \ \rightarrow\ Y^* = 10$

となり，これを LM 曲線（もしくは，IS 曲線）に代入すると，$r^* = 15$ を得る。

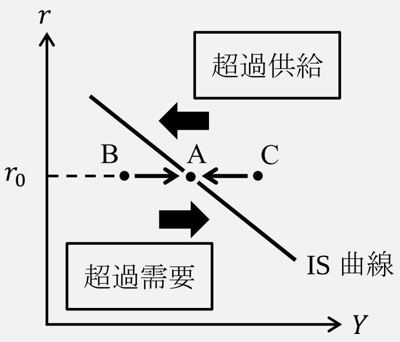
$Y^* =$ 10 ，$r^* =$ 15

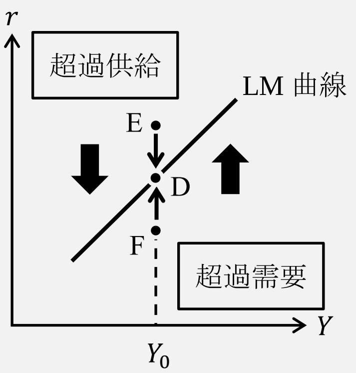
4.　1.と 2.で得られた IS 曲線と LM 曲線をグラフに書き，交点の座標も明記しなさい。



＜補足３＞ IS－LM 分析における調整過程

第 12 講の＜補足３＞から左下図が得られ，第 14 講の＜補足１＞から右下図が得られた。左下図は，経済が点 B や点 C にあれば，国民所得Yの調整（数量調整）によって点 A に移動して財市場が均衡し，右下図は，経済が点 E や点 F にあれば，利子率rの調整によって点 D に移動して貨幣市場が均衡することを表している。

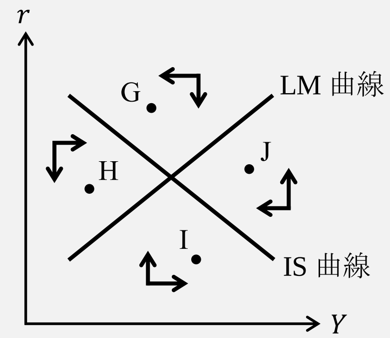


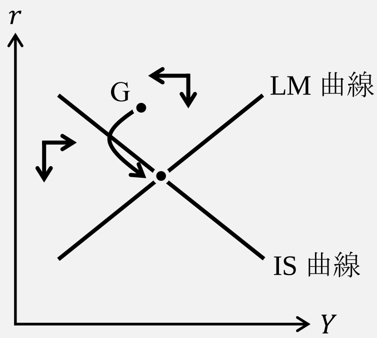


これは要するに，①IS 曲線の右側（財市場で超過供給）だと，経済は左側に向かう力が働く，②IS 曲線の左側（財市場で超過需要）だと，経済は右側に向かう力が働く，③LM 曲線の上側（貨幣市場で超過供給）だと，経済は下側に向かう力が働く，④LM 曲線の下側（貨幣市場で超過需要）だと，経済は上側に向かう力が働く，ということである。

これらをまとめた図が左下図である。例えば，点 G は IS 曲線の右側，LM 曲線の上側であるので，財市場では超過供給が生じることで左向きの力がかかり，貨幣市場でも超過供給が生じることで下向きの力がかかることを意味している。他の点に関しては次の通り。

	点 G	点 H	点 I	点 J
財市場	超過供給	超過需要	超過需要	超過供給
貨幣市場	超過供給	超過供給	超過需要	超過需要





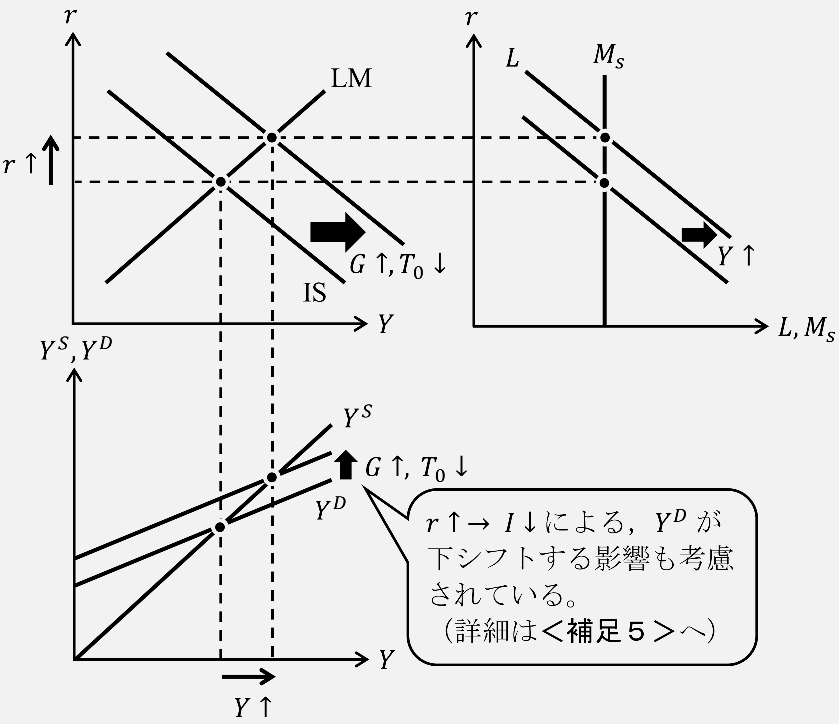
例えば，右上図は点 G からスタートし，（財市場と貨幣市場が同時に均衡する）均衡点へ向かっていく経路を表している。最初，点 G では左下向きの力がかかるが，IS 曲線の左側に入ると，次は右下向きの力がかかり，均衡点に向かうことが表されているのである。

このように経済がどの点をスタートとしても，国民所得Yと利子率rの調整によって，財市場と貨幣市場が同時に均衡する均衡点に近づくことが保証されているからこそ（保証されていると仮定すれば），IS－LM 分析をすることに意味があるのである。

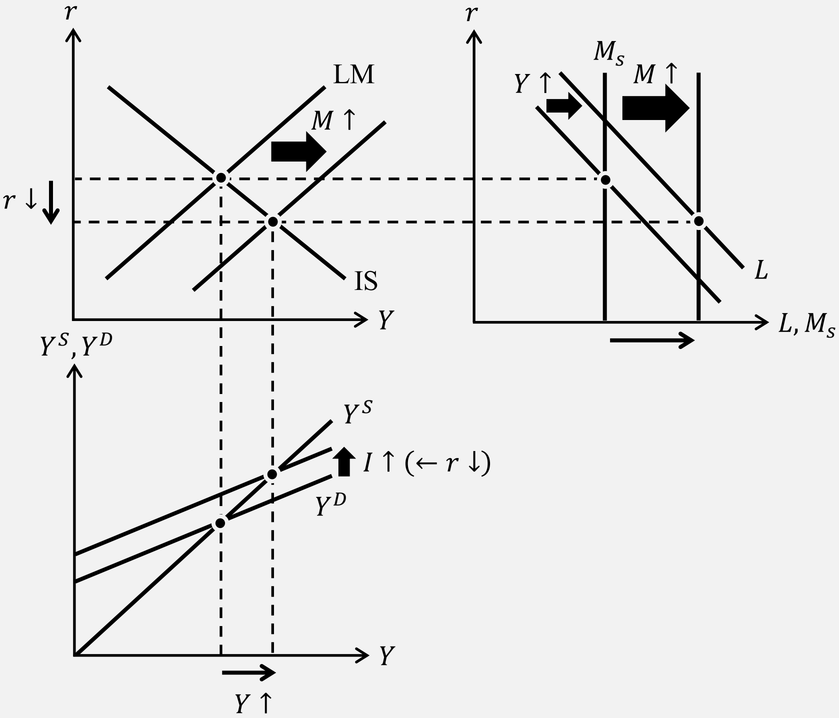
＜補足４＞ IS－LM 分析の裏側

ここでは，財政政策や金融政策をした場合に，IS 曲線や LM 曲線がシフトしている裏側で，財市場と貨幣市場でどのように変化が起こっているのかを示しておく。p.12 の図と比較しながら見てもらいたい。

（１）拡張的財政政策（政府支出 $G\uparrow$，租税（定額税）$T_0\downarrow$）



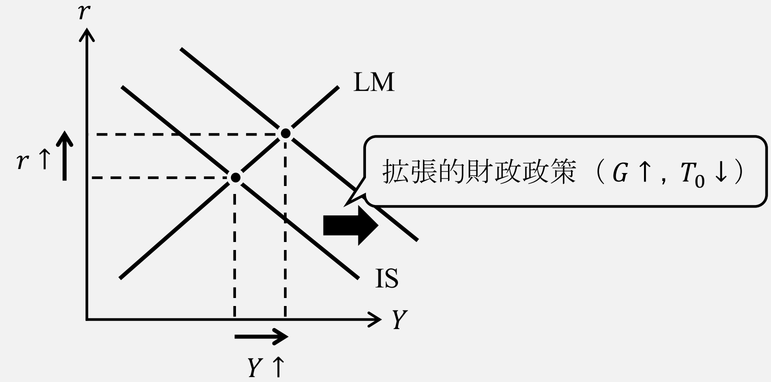
（２）金融緩和政策（マネーストック $M\uparrow$）



＜補足５＞ クラウディング・アウト

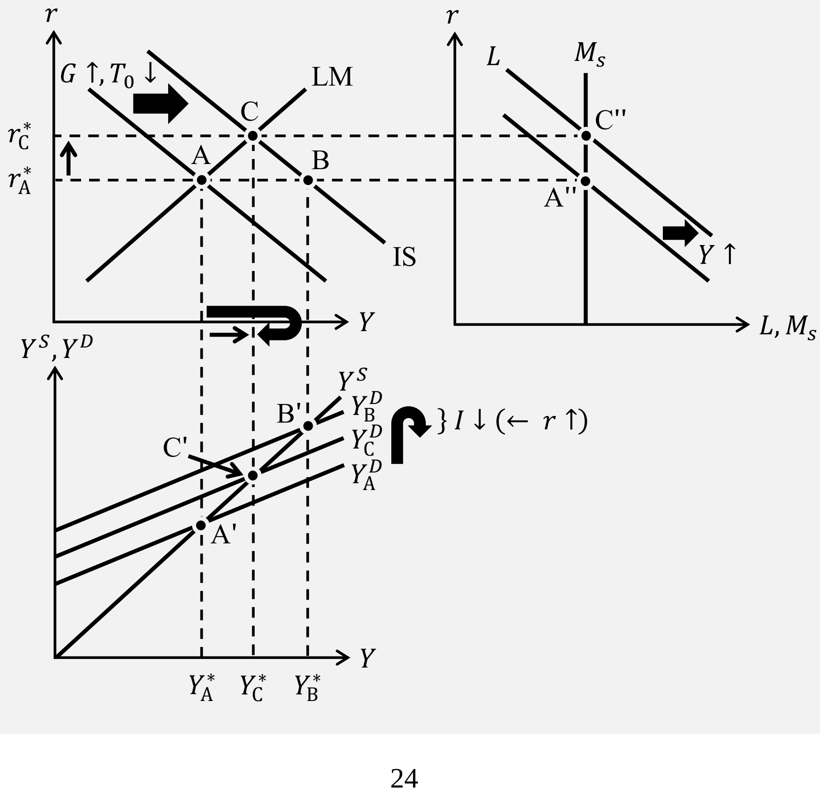
クラウディング・アウトとは，拡張的財政政策（$G\uparrow$，$T_0\downarrow$）によって利子率rが上昇することで（民間の）投資Iを減少させる効果のことである。（ちなみに，crowd out とは，「押し出す」や「締め出す」の意味である。満員電車から人が押し出されるイメージ）

クラウディング・アウトの感覚を掴むために，まずは次の図を見てほしい。この図は拡張的財政政策によって，（均衡）国民所得Yと（均衡）利子率rが上昇することを表している。利子率rが上昇したということは，投資Iは減少しているはずである（ここがクラウディング・アウト！）。しかし，投資Iが減少するなら国民所得Yは減少するはずであるが，次の図では（不思議なことに）国民所得Yは増加しているのである！なぜこのようなことが起きたのかというと，投資Iは確かに減少したのだが，その減少以上に，$G\uparrow$や$T_0\downarrow$による総需要Y^Dの増加が大きかったからなのである。（次ページの Step1－Step9 で詳しく説明する）



これをさらに詳しく説明した図を次に示す。（この図は**＜補足４＞**の（１）の図をより詳しく書いた図である）

図１　クラウディング・アウト（詳細版）



前ページの図１を次のような手順に分けて考えていくとわかりやすい。

Step1　最初，均衡点は点 A であり，均衡国民所得は Y_A^*，均衡利子率は r_A^* である。

Step2　拡張的財政政策（$G\uparrow$，$T_0\downarrow$）をする。

Step3　もし仮に利子率 r が上昇しなかったと仮定する（こう考えることが大切！）

Step4　45 度線分析の図（図１の左下図）において，Y_A^D が Y_B^D まで上シフトし，均衡国民所得が Y_A^* から Y_B^* まで増加する。

Step5　しかし，実際には均衡利子率は r_A^* から r_C^* に上昇している。

Step6　均衡利子率の上昇は，投資 I を減少させる。（クラウディング・アウトが発生）

Step7　投資 I の減少により，総需要 $Y^D(=C+I\downarrow+G)$ が減少するので，Y_B^D は Y_C^D まで下シフトする。

Step8　その結果，均衡国民所得は Y_B^* から Y_C^* まで減少する。

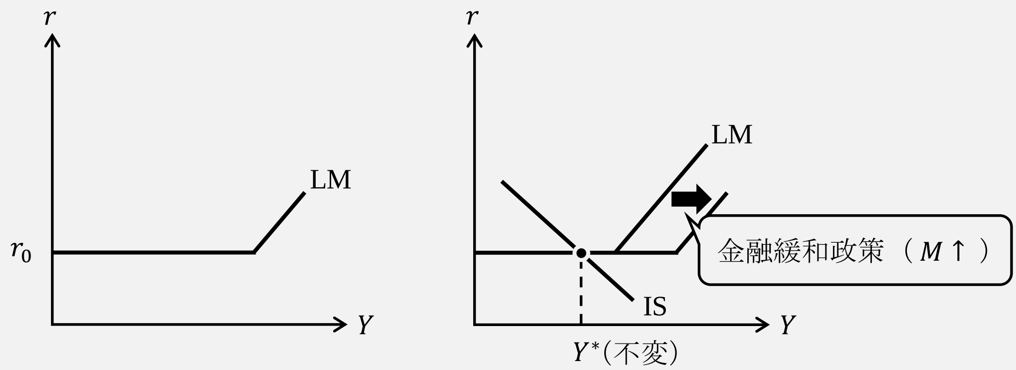
Step9　一連の流れをまとめると，均衡国民所得は Y_A^* から Y_C^* へと増加したことになる。

＜補足６＞ 流動性の罠

流動性の罠とは，利子率 r が（多くの人がこれ以上は下がらないだろうと予想する）下限になっており，金融政策が無効になってしまう状態のことである。

いま，この下限の利子率を r_0 とすると，LM 曲線は図２の左図のように LM 曲線が r_0 を下回ることがなく水平となる。このとき，図２の右図のように金融緩和政策をしても均衡国民所得 Y^* が増加せず，金融政策が無効となることがわかるだろう。これが，流動性の罠に陥っているということである。

図２　流動性の罠



では，利子率 r が（多くの人がこれ以上は下がらないだろうと予想する）下限になっているとはどのような状況なのであろうか？

第 13 講で学んだように，利子率 r と債券価格 P_B は逆に動くので，利子率 r が（多くの人がこれ以上は下がらないだろうと予想する）下限になっているということは，債券価格 P_B が（多くの人がこれ以上は上がらないだろうと予想する）上限になっているということである。

ここで，投機の考え方が登場する。債券価格 P_B が（多くの人がこれ以上は上がらないだろうと予想する）上限になっているということは，安く買って高値で売ろうとする投機の観点からは，もう債券の売買からは儲けることができない，むしろ，債券価格 P_B が低下してしまったら損をしてしまうので，さらに債券を購入しようとはせず，（流動性の高い）貨幣で資産を持とうとするのである。まさに，投機的な観点から貨幣で資産を持とうとしているので，この貨幣需要は「投機的動機に基づく貨幣需要」である。

さて，このように利子率 r が下限になっている状況において，金融緩和政策（ $M\uparrow$ ）が行われるとする。通常であれば（利子率 r が下限でなければ），人々は，金融緩和政策によって増えた余剰貨幣で債券を購入しようとする（債券需要↑⇒ 債券価格 $P_B\uparrow$ ＝利子率 $r\downarrow$）が，利子率 r が下限であれば，人々は余剰貨幣もすべて貨幣のままで持ってしまうのである（債券は値下がりする危険性があるので，貨幣のままで持とうとする）。

すると，債券に関する需要と供給に変化が起きないので，債券価格 P_B が変化しない＝利子率 r が変化しない（下がらない）となる。利子率 r が下がらなければ，投資 I が増えることもないため，均衡国民所得 Y^* が増加することはない＝金融政策が無効となるのである。

ここまで，流動性の罠によって金融政策が無効となる理屈を説明してきたが，ところで，なぜ「流動性の罠」という名前なのだろうか？これは，金融緩和政策によって増えた資産を人々はすべて（流動性が高いという性質の）貨幣で持ってしまうからである。人々は，商品と交換のしやすい流動性という性質を好むため，流動性の高い貨幣で持つことを選んでしまった（「流動性」という罠にハマった！）ということになるのである。

もし，人々が金融緩和政策によって増えた資産を一部でも債券で持とうとすれば，債券の需要が高まることで，債券価格 P_B が上昇＝利子率 r が低下し，投資 I が刺激される（増加する）ことで，均衡国民所得 Y^* が増加するはずだったのである。

＜補足７＞ ルーカス批判

アメリカの経済学者であるロバート・ルーカス（1937－）によると，この「はじめよう経済学」で学んだマクロ経済学の理論の大半は否定されてしまう。

例えば，ケインズ型消費関数は $C = cY + C_0$ であり，限界消費性向 c は定数として考えて分析をしてきた。

しかし，仮に政府が大規模な拡張的財政政策をおこなう（ $G\uparrow\uparrow\uparrow$ ）ことで，人々が

「政府，こんなにお金使って大丈夫かな？将来，増税されるんじゃ…」

と考えるようになり，限界消費性向 c を低下させたとする。そうすると，限界消費性向 c の低下によりかえって景気が悪くなってしまうかもしれない。（第 11 講の**＜補足１＞**も参照）

つまり，現実には経済政策が人々の期待形成（予想の形成）に影響を与えてしまうのである。このようにルーカスは，従来のケインズ経済学では人々の期待形成を考慮に入れることができていないため，正しい政策判断はできないと批判（**ルーカス批判**）したのである。

そのため，現在の経済学では，人々の期待形成も考慮したモデル作りが行われているのである。

＜補足８＞ ミクロ経済学とマクロ経済学（２）

第 8 講の**＜補足１４＞**で「ミクロ的基礎づけ」の話をした。ここまで勉強してきたみなさんは，ミクロ経済学とマクロ経済学はかなり違った学問だなぁと思ったことだろう。

例えば，ケインズ型消費関数

$$C = cY + C_0$$

から，国民全体の所得 Y が決まれば，国民全体の消費 C が決まるということであったが，ミクロ経済学では，個人の消費量は無差別曲線と予算線が接するところで決まるという内容であった。

このように消費量の決め方にしてもミクロ経済学とマクロ経済学の考え方は大きく異なっているのである。しかし，「個人の集合体」が「国民全体」であるはずなので，マクロ経済もミクロ経済学を使って説明するべきだという考え方が「ミクロ的基礎づけ」なのである。

ところで，ミクロ経済学の「価格」とマクロ経済学の「物価」の違いには注意をしておきたい。「価格」と「物価」は言葉こそ似ているが，ミクロ経済学で登場する「価格」の役割とマクロ経済学で登場する「物価」の役割はまったく違うと考えた方が良い。

ミクロ経済学で「価格」といったときに重要となることは「相対価格」である。X 財の価格を P_x，Y 財の価格を P_y としたときに，相対価格（価格比）とは P_x/P_y のことであったが，要は，ある財の価格を他の財の価格と比べた「相対価格」が重要なのである。「相対価格」が変化して，「X 財を買う代わりに Y 財を買おうかな」というように，X 財と Y 財のそれぞれの消費量が決まるのである。

それに対して，マクロ経済学では 1 財モデルで考えることが多い。世の中には無数の財・サービスがあるが，マクロ経済学ではそれを 1 つにまとめて「財」と呼び，45 度線分析ではその 1 種類の財に対する総需要 Y^D や総供給 Y^S を考えたのである。そして，その 1 種類の財の価格が「物価」である。つまり，マクロ経済学では財を 1 種類しか考えていないので「相対価格」が登場しないのである。（物価が 2 倍になったといえば，X 財と Y 財の価格が同時に $2P_x$，$2P_y$ になったようなものである）

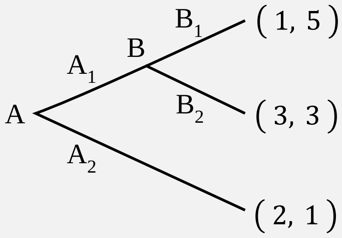
そのため，ミクロ経済学における「相対価格」の変化による分析と，マクロ経済学における「物価」の変化による分析というのは，まったく別物だと考えておいた方が良いのである。

はじめよう経済学　－解答編－
第 15 講　ゲーム理論入門

　ミクロ経済学の一分野である「ゲーム理論」の理解を深めるために，練習問題をいくつか用意しました。動画授業では，最適反応，ナッシュ均衡，囚人のジレンマ，展開形ゲームなどを説明しましたが，この問題集ではこれらに加えて，支配戦略，瀬戸際戦略，コミットメント，チキンゲーム，空脅しなども紹介していきます。
　また，授業では展開形ゲームを扱った際に「ゲームの解」という言葉を使いましたが，実はこれは正しい言葉遣いではありません。展開形ゲームの解は「部分ゲーム完全均衡」といい，授業で示した答えはもう少し正確に記述する必要があるのです。（正確な解の記述は p.17）
　今回はページ数が少し多くなってしまいましたが，問題自体は 7 ページ分しかありませんので，問題を解くことを優先されると効率的な学習ができるかと思います。

＜第 15 講のノーテーション＞
特にありません。
［注意］次のような利得表とゲームの木において，各括弧内の左側がプレイヤーA の利得，右側がプレイヤーB の利得を表しているものとする。

	B_1	B_2
A_1	(1, 2)	(5, 3)
A_2	(3, 1)	(2, 4)



目次

＜補足一覧＞　　＊ 補足 12 以降は難易度が高いので飛ばしてもよい。

1．戦略形ゲーム

本節では，「すべてのプレイヤーが同時に行動する」という**戦略形ゲーム**（同時ゲーム；同時手番ゲーム；標準形ゲーム）について解説していく。

ところで，ゲーム理論における「ゲーム」という言葉を定義しておく。

ゲーム（**ゲーム的状況**）とは，

「自分の利益が相手の行動に依存し，相手の利益が自分の行動に依存している状況」

である。要は，自分が行動を変えたら，相手も行動を変えてくるし，相手が行動を変えれば，自分も行動を変えなければいけないといったような状況だ。（そう考えるとテレビゲームやスポーツもゲーム的状況ですね！）

（１）利得表

戦略形ゲームは，プレイヤー，戦略，利得（payoff；ペイオフ）で表現することができる。

プレイヤー　意思決定をする主体

戦略　（戦略形ゲームでは）プレイヤーの行動

利得　ゲームの結果に対するプレイヤーの好みや利益

［注意］第2節の展開形ゲームでは「戦略」と「行動」は異なる。

これら，3つの要素をすべて含んだものが次の**利得表**（利得行列）である。ちなみに，次の利得表は2人2戦略ゲーム（２×２ゲーム；two by two game）である。

	B_1	B_2
A_1	(1, 2)	(2, 3)
A_2	(3, 4)	(4, 1)

この利得表において，プレイヤーはAさんとBさん，Aさんの戦略（行動）はA_1とA_2，Bさんの戦略（行動）はB_1とB_2，そして，例えばAさんが戦略A_1，Bさんが戦略B_1を選んだときのAさんの利得は1，Bさんの利得は2であることが表されている。

（２）最適反応

最適反応（最適反応戦略；最適応答）とは，相手の戦略に対して，自分の利得を最大にする戦略のことである。例えば，先程の利得表において，

	B_1	B_2
A_1	($\boxed{1}$, 2)	(2, 3)
A_2	($\boxed{3}$, 4)	(4, 1)

Bさんが戦略B_1を選ぶと仮定したとき，Aさんが戦略A_1を選べばAさんの利得は1，Aさんが戦略A_2を選べばAさんの利得は3であるので，「Aさんは利得の大きい戦略A_2を選ぶべき！」となる。これを「戦略B_1に対するAさんの最適反応は戦略A_2である」という。要は，Bさんの戦略B_1に対するAさんの最適（な）反応は戦略A_2ですよ，というわけだ。

ところで，次のように比較する利得が同じ（$\boxed{1}$ と $\boxed{1}$）である場合はどうだろうか。

	B_1	B_2
A_1	($\boxed{1}$, 2)	(2, 3)
A_2	($\boxed{1}$, 4)	(4, 1)

戦略 B_1 に対する A さんの最適反応は，戦略 A_1 なの？戦略 A_2 なの？と迷うかもしれないが，こういうときは最適反応の定義に戻るといい。

最適反応とは，相手の戦略に対して，自分の利得を最大にする戦略のことであった。この定義に従うと，利得 1 と利得 1 における利得の最大値は 1 である。つまり，戦略 B_1 に対して，戦略 A_1 も戦略 A_2 も最適反応なのである。（そのため，ナッシュ均衡を探すときは，両方の利得 1 に〇を書けばいいのである）

ちなみに，B さんの最適反応についても触れておこう。前ページの利得表において，

	B_1	B_2
A_1	(1, $\boxed{2}$)	(2, $\boxed{3}$)
A_2	(3, 4)	(4, 1)

A さんが戦略 A_1 を選ぶと仮定したとき，B さんが戦略 B_1 を選べば B さんの利得は 2，B さんが戦略 B_2 を選べば B さんの利得は 3 であるので，「B さんは利得の大きい戦略 B_2 を選ぶべき！」となる。これを「戦略 A_1 に対する B さんの最適反応は戦略 B_2 である」という。

また，戦略 A_2 に対する B さんの最適反応は戦略 B_1 である。

（３）支配戦略

授業では触れなかった支配戦略について解説をする。これも先程の利得表を例とする。

	B_1	B_2
A_1	($\boxed{1}$, 2)	($\underline{2}$, 3)
A_2	($\boxed{3}$, 4)	($\underline{4}$, 1)

最適反応の考え方から，戦略 B_1 に対して，A さんは戦略 A_2 を選ぶべきであった。同様に考えると，戦略 B_2 に対しては，A さんは戦略 A_2 を選ぶべきである（利得 2 と 4 を比べると，4 の方が大きいからである）。これより，A さんは B さんが戦略 B_1 を選ぼうが，戦略 B_2 を選ぼうが，A さんの最適反応は「戦略 A_2 を選ぶ」になることがわかるだろう。このとき，A さんの（強）**支配戦略**は戦略 A_2 である，という。（強）支配戦略とは，相手のどの戦略に対しても最適反応となる戦略のことなのである。（実はこれは支配戦略の正確な定義ではない。詳しくは＜補足１＞を参照）

A さんに支配戦略があることはわかったが, B さんには支配戦略があるだろうか？その答えは「ない」である。なぜなら，（２）で見たように，戦略 A_1 を対する最適反応は B_2 で，戦略 A_2 を対する最適反応は B_1 であるので，支配戦略はないのである。

これより，支配戦略はいつでも存在するわけではないことがわかるだろう。

ところで，次のような利得表の場合，A さんの戦略 A_2 は（強）支配戦略と言えるのだろうか。

	B_1	B_2
A_1	($\boxed{1}$, 2)	($\underline{2}$, 3)
A_2	($\boxed{1}$, 4)	($\underline{4}$, 1)

B さんが戦略 B_1 を選ぶと仮定したとき，A さんが戦略 A_1 を選べば A さんの利得は 1，A さんが戦略 A_2 を選べば A さんの利得は 1 となり，A さんにとって比較する利得が同じになる（B さんが戦略 B_2 を選ぶときは，A さんは戦略 A_2 を選んだ方が利得が高い）。このように，比較する利得が同じ値になることを含む場合，A さんの戦略 A_2 は**弱支配戦略**という。（詳しくは＜補足１＞を参照）

＜補足１＞ 支配する

前ページで，支配戦略とは，相手のどの戦略に対しても最適反応となる戦略のことであると書いたが，これはわかりやすい反面，（強）支配戦略の正確な定義ではない。

＊ 単に支配戦略と書けば，強支配戦略のことを意味する。

例えば，次の利得表において，

	B_1	B_2
A_1	($\boxed{1}$, 2)	($\underline{2}$, 3)
A_2	($\boxed{3}$, 4)	($\underline{4}$, 1)

B さんが戦略 B_1 であろうが戦略 B_2 であろうが，A さんにとって戦略 A_1 の利得よりも戦略 A_2 の利得の方が大きい。このとき，戦略 A_2 は戦略 A_1 を（強）**支配する**という。

要は，上の利得表の 2 つの太い四角内で，利得 $\boxed{1}$ と $\boxed{3}$ を比較し，利得 $\underline{2}$ と $\underline{4}$ を比較したときに，どちらも下（つまり，戦略 A_2 のとき）の利得の方が大きくなっているので，戦略 A_2 は戦略 A_1 を支配するというのである。この「支配する」という考え方を踏まえると，支配戦略の正確な定義は次の通りである。

（強）支配戦略とは，自分の他のすべての戦略を支配するような戦略のことである。

これに対して，次の利得表において，

	B_1	B_2
A_1	($\boxed{1}$, 2)	($\underline{2}$, 3)
A_2	($\boxed{1}$, 4)	($\underline{4}$, 1)

戦略 A_2 は戦略 A_1 を**弱支配する**という。要は，利得 $\boxed{1}$ と $\boxed{1}$ のように比較する利得が同じ値になる場合が含まれていれば，「弱」支配の考え方になるのである。また，**弱支配戦略**とは，自分の他のすべての戦略を弱支配するような戦略のことである。

前ページのように「（強）支配戦略とは，相手のどの戦略に対しても最適反応となる戦略のことである」と書いてしまうと，強支配戦略と弱支配戦略のどちらにもこの定義が当てはまってしまい，強支配戦略と弱支配戦略の区別ができなくなってしまうのである。

（４）ナッシュ均衡①

ナッシュ均衡とは，どのプレイヤーも最適反応をとっているときの戦略の組み合わせ（戦略の組）である。戦略の組（み合わせ）とは，例えば「A さんは戦略 A_1 を選び，B さんは戦略 B_2 を選ぶ」という状況のことである。この戦略の組を(A_1, B_2)と書くことにしよう。

さて，ナッシュ均衡の見つけ方を説明していく。次の利得表において，

	B_1	B_2
A_1	(1, 2)	(2, 3)
A_2	(3, 4)	(4, 1)

利得 3 に〇がついているのは，授業でも説明した通り，A さんの利得 1 と利得 3 を比較したときに，利得 3 の方が大きいので利得 3 に〇をつけたわけである。

ただ，利得 3 に〇がついているのは，

「戦略 B_1 に対する A さんの最適反応は戦略 A_2 である」

ということを表していると考えるといいだろう。そして，授業で説明した最適反応を探していくやり方（下図のように，矢印の先どうしを比較して（同じか）大きな値に〇をつける方法）

	B_1	B_2
A_1	(1, 2)	(2, 3)
A_2	(3, 4)	(4, 1)

で，〇をつけていくと，

	B_1	B_2
A_1	(1, 2)	(2, 3)
A_2	(3, 4)	(4, 1)

となり，〇が 2 つある箇所，つまり，2 人ともお互いに最適反応をし合っている戦略の組は「A さんは戦略 A_2 を選び，B さんは戦略 B_1 を選ぶ：(A_2, B_1)」であるので，ナッシュ均衡は (A_2, B_1) ということになるのである。

＜補足２＞ ジョン・ナッシュ

アメリカの数学者であるジョン・ナッシュ（1928－2015）は，1950 年に発表した 2 ページの論文でナッシュ均衡の考え方を発表した。ナッシュは 1959 年から統合失調症を患い，彼の激動の半生は映画『ビューティフル・マインド』（2002 年にアカデミー賞で 4 冠を達成）で描かれている。ナッシュには伝説的なエピソードが数多くあるが，有名な話として，ナッシュが大学院の博士課程に進学する際に指導教官から書いてもらった短い推薦書には，

“He is a mathematical genius.”　彼（ナッシュ）は数学の天才である。

と書かれていた。（推薦書の実物写真はネット上に出回っています）

次のように利得を比較する際に同じ値（1 と 1）がある場合はどうだろうか。

	B_1	B_2
A_1	(1, 2)	(2, 3)
A_2	(1, 4)	(4, 1)

p.3 の上部で説明したが，同じ値である利得 1 の両方に○がつくことになる（戦略 A_1 と戦略 A_2 の両方が最適反応であるため）。よって，この利得表のナッシュ均衡は (A_2, B_1) である。

（5）囚人のジレンマ

次の利得表は，授業で説明したような囚人のジレンマに陥ってしまう例である。

	協力する B_1	協力しない B_2
協力する A_1	(2, 2)	(0, 3)
協力しない A_2	(3, 0)	(1, 1)

まず，ナッシュ均衡を求めるために，各自で利得に○をつけていってほしい。（解答は次ページの一番上にある）

さて，ナッシュ均衡は「A さんも B さんも協力しない」という (A_2, B_2) になるが，これは囚人のジレンマに陥っている状況である。囚人のジレンマの特徴とは次の通り。

<u>囚人のジレンマの特徴</u>

① 2 人にとって「協力しない」は（強）支配戦略である。
② 「2 人とも協力しない」がナッシュ均衡である。
③ 「2 人とも協力しない」よりも「2 人とも協力する」の方が，2 人とも利得が高い。
④ 一方が「協力しない」と他方の利得は下がる。

ここで，2 点だけ補足をしておこう。

まず 1 点目。A さんにとって「協力しない A_2」は支配戦略であり，B さんにとっても「協力しない B_2」は支配戦略である。このことから，(A_2, B_2) は 2 人とも支配戦略であることから**支配戦略均衡**という。もちろん，支配戦略均衡は必ずナッシュ均衡になる。（ちなみに，ナッシュ均衡だからといって支配戦略均衡になるとは限らない。例えば，p.5 の利得表を見たときに，ナッシュ均衡は支配戦略均衡になっていないことがわかるだろう）

次に 2 点目。2 人の利得を同時に増やすことができない戦略の組を**パレート最適**という（実はこれはパレート最適の正確な定義ではない。詳しくは＜補足３＞を参照）。

例えば，(A_2, B_2) はパレート最適ではない。なぜなら，(A_2, B_2) から (A_1, B_1) に移ることで，A さんと B さんの 2 人の利得が同時に増える（$(1, 1) \to (2, 2)$）からである。ちなみに，(A_2, B_1) と (A_1, B_2) もパレート最適である。なぜなら，例えば，(A_2, B_1) での利得は $(3, 0)$ であるが，他のどの戦略の組に移動しても（$(3, 0) \to (2, 2)$，$(3, 0) \to (1, 1)$，$(3, 0) \to (0, 3)$），2 人の利得を同時に増やすことはできないからである。（例えば，$(3, 0) \to (2, 2)$ であれば，B さんの利得は増えているが，A さんの利得は減ってしまっている）

（解答）

	協力する B_1	協力しない B_2
協力する A_1	(2,2)	(0,3)
協力しない A_2	(3,0)	(1,1)

ちなみに，囚人のジレンマは 1950 年にアメリカの数学者アルバート・タッカー（第 5 講＜補足１０＞でも登場するタッカー）が考案したストーリーであり，囚人のジレンマがきちんと定義されることは少ない。前ページの囚人のジレンマの特徴は次の本を参考にした。

＊ 神戸伸輔（2004）『入門 ゲーム理論と情報の経済学』日本評論社

＜補足３＞ パレート最適

p.6 でパレート最適とは，2 人の利得を同時に増やすことができない戦略の組のことであると説明したが，これもわかりやすい反面，パレート最適の正確な定義ではない。

例えば，次の利得表（先程の囚人のジレンマの利得表とは一部異なる）

	協力する B_1	協力しない B_2
協力する A_1	$\boxed{(2,2)}$	$\boxed{(0,3)}$
協力しない A_2	$\boxed{(3,0)}$	(1,2)

があるとき，先に正しい結論を書いてしまうと，四角で利得を囲った箇所（つまり，(A_1,B_1)，(A_2,B_1)，(A_1,B_2)）はパレート最適であるが，(A_2,B_2) はパレート最適ではない。

しかし，パレート最適を「2 人の利得を同時に増やすことができない戦略の組のこと」と定義してしまうと，（p.6 の一番下の段落で説明した通り）(A_1,B_1)，(A_2,B_1)，(A_1,B_2) はパレート最適であり，さらに，(A_2,B_2) もパレート最適であるという結論になってしまう。以下で説明するように (A_2,B_2) はパレート最適ではない。

ある戦略の組が**パレート最適**であることのより正確な定義は，「誰かの利得を減らすことなしには，他の誰かの利得を増やすことができない戦略の組のこと」である。何とも遠回しな言い方で初めて聞いた人は混乱してくるかもしれない。ただ，この定義であれば，(A_1,B_1)，(A_2,B_1)，(A_1,B_2) はパレート最適で，(A_2,B_2) はパレート最適ではないと言える。

まず，(A_1,B_1) はパレート最適であるので，「誰かの利得を減らすことなしには，他の誰かの利得を増やすことができない」。例えば，A さんの利得を 2 から 3 に増やそうとする，つまり，(A_1,B_1) から (A_2,B_1) へ移動しようとすると，B さんの利得が 2 から 0 へ下がってしまう。言い換えると，「B さんの利得を減らすことなしには，A さんの利得を増やすことができない」状況である。いま，(A_1,B_1) から (A_2,B_1) への移動を考えたが，他のどこへ移動しようとしても「誰かの利得を減らすことなしには，他の誰かの利得を増やすことができない」状況になっているのである。(A_2,B_1)，(A_1,B_2) も同様の理由でパレート最適である。

それに対して (A_2,B_2) は，(A_1,B_1) へ移動しようとすると A さんの利得は 1 から 2 に増えるが，B さんの利得は 2 で同じままであり，減ることはない。つまり，(A_2,B_2) は「B さんの利得を減らさずに，A さんの利得を増やすことができる」のでパレート最適ではないのである。

＊ パレート：イタリアの経済学者ヴィルフレド・パレート（1848－1923）

（６）ナッシュ均衡②

ここで，ナッシュ均衡の主な特徴についてまとめておこう。

［ナッシュ均衡の特徴１］

ナッシュ均衡において，どのプレイヤーも自分だけで戦略を変えようとしない。

例えば，囚人のジレンマの利得表において，

	協力する B_1	協力しない B_2
協力する A_1	$(2,2)$	$(\boxed{0},3)$
協力しない A_2	$(3,\underline{0})$	$(\boxed{1},\underline{1})$

ナッシュ均衡は (A_2,B_2)，つまり，$(1,1)$ の箇所に相当した。いま，ナッシュ均衡の状況にあり，A さんは戦略 A_2，B さんは戦略 B_2 を選んでいるとき，A さんと B さんのどちらかが 1 人だけで，戦略を A_1，もしくは B_1 に変更することはない。

なぜなら，利得表内の実線の矢印から，A さんだけが戦略を A_2 から A_1 へ変更した場合に，A さんの利得が 1 から 0 に減ってしまうので，ナッシュ均衡の状況において A さんは戦略を A_2 から変更しないのである。

B さんも同様に，利得表内の点線の矢印から，B さんだけが戦略を B_2 から B_1 へ変更した場合に，B さんの利得が 1 から 0 に減ってしまうので，ナッシュ均衡の状況にある B さんは戦略を B_2 から変更しないのである。

これは，囚人のジレンマの利得表だけでなく，ナッシュ均衡では一般的にいえる特徴である。この特徴をナッシュ均衡の**自己拘束性**という。

［ナッシュ均衡の特徴２］

ナッシュ均衡は複数存在することや，存在しないこともある。

これは，次の利得表のナッシュ均衡を各自で求めてみればわかることだろう。

利得表（１）

	B_1	B_2
A_1	$(1,3)$	$(4,4)$
A_2	$(3,2)$	$(2,1)$

利得表（２）

	B_1	B_2
A_1	$(1,3)$	$(4,2)$
A_2	$(2,1)$	$(3,4)$

（解答）（１）$(A_2,B_1),(A_1,B_2)$　（２）なし

ちなみに，利得表（１）でパレート最適は (A_1,B_2) のみである。このことから，「パレート最適である」ナッシュ均衡，「パレート最適でない」ナッシュ均衡の両方が存在することがわかるだろう。また，利得表（２）ではパレート最適は (A_1,B_2) と (A_2,B_2) であるが，どちらもナッシュ均衡ではない。

ところで，利得表（２）で「ナッシュ均衡は存在しない」と結論付けたが，混合戦略まで考えると，すべての利得表に「ナッシュ均衡は必ず存在する」。（**＜補足１７＞**を参照）

【問題】

(1) 次の各利得表に対して，授業で説明した「利得に○をつけながらナッシュ均衡を探す方法」を用いて，利得表内の利得に○を書きなさい。

1.

	B_1	B_2
A_1	(1, 1)	(2, 2)
A_2	(3, 3)	(4, 4)

2.

	B_1	B_2
A_1	(1, 2)	(3, 4)
A_2	(8, 7)	(6, 5)

3.

	B_1	B_2
A_1	(1, 2)	(2, 1)
A_2	(2, 1)	(1, 2)

4.

	B_1	B_2
A_1	(2, 2)	(3, 1)
A_2	(1, 3)	(2, 2)

5.

	B_1	B_2
A_1	(2, 2)	(1, 3)
A_2	(3, 1)	(2, 2)

6.

	B_1	B_2
A_1	(1, 3)	(2, 3)
A_2	(1, 4)	(2, 4)

7.

	B_1	B_2
A_1	(1, 1)	(1, 1)
A_2	(1, 1)	(1, 1)

8.

	B_1	B_2
A_1	(2, 2)	(0, 3)
A_2	(3, 0)	(1, 1)

9.

	B_1	B_2
A_1	(1, 1)	(0, 3)
A_2	(3, 0)	(2, 2)

10.

	B_1	B_2
A_1	(1, 1)	(3, 0)
A_2	(0, 3)	(2, 2)

11.

	B_1	B_2
A_1	(0, 2)	(1, 1)
A_2	(1, 1)	(2, 0)

12.

	B_1	B_2
A_1	(0, 3)	(2, 2)
A_2	(1, 1)	(3, 0)

(2) 次の文章中の括弧内に入る適切な語句を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に○を書きなさい。

1. 次の利得表において，戦略 B_1 に対するプレイヤーA の最適反応は戦略（○A_1 / A_2 ），戦略 A_2 に対するプレイヤーB の最適反応は戦略（○B_1 / B_2 ）である。

	B_1	B_2
A_1	(5, 2)	(6, 3)
A_2	(3, 4)	(7, 1)

2. （ ナッシュ均衡 ）とは，どのプレイヤーも最適反応をとっているときの戦略の組のことである。

3. 次の利得表において，プレイヤーA の支配戦略は戦略（○A_1 / A_2 ）であり，プレイヤーB の支配戦略は戦略（ B_1 /○B_2 ）であるので，支配戦略均衡はそれらの戦略の組である。

	B_1	B_2
A_1	(3, 2)	(4, 3)
A_2	(2, 1)	(1, 4)

4. ある利得表において，支配戦略は常に（ 存在し /○存在するとは限らず ），ナッシュ均衡は常に支配戦略均衡に（ なる /○なるとは限らない ）。

5. 次の利得表において，パレート最適となる戦略の組は（〇(A_1,B_1)　/　(A_1,B_2)　/　(A_2,B_1)　/　(A_2,B_2)　）である。

	B_1	B_2
A_1	(5,5)	(2,3)
A_2	(3,1)	(1,2)

6. 次の利得表において，(A_1,B_1) はパレート最適で（〇あり　/　はなく　），(A_2,B_2) はパレート最適で（〇ある　/　はない　）。

	B_1	B_2
A_1	(5,5)	(2,3)
A_2	(3,1)	(10,2)

7. 次の利得表において，(A_1,B_1) はパレート最適で（〇あり　/　はなく　），(A_2,B_2) はパレート最適で（　ある　/〇はない　）。

	B_1	B_2
A_1	(5,5)	(2,3)
A_2	(3,1)	(5,2)

8. 次に利得表において，

	B_1	B_2
A_1	(2,2)	(0,3)
A_2	(3,0)	(1,1)

(A_1,B_1) はパレート最適で（〇あり　/　はなく　），
(A_1,B_2) はパレート最適で（〇あり　/　はなく　），
(A_2,B_1) はパレート最適で（〇あり　/　はなく　），
(A_2,B_2) はパレート最適で（　ある　/〇はない　）。

9. 次に利得表において，

	B_1	B_2
A_1	(2,2)	(0,3)
A_2	(3,0)	(1,1)

① 戦略 A_2 と戦略 B_2 は（　支配　）戦略である。「強支配」でも OK
② (A_2,B_2) はナッシュ均衡である。
③ (A_1,B_1) は (A_2,B_2) と比べて，2 人とも利得が（〇高い　/　低い　）。
④ プレイヤーA が戦略 A_2 を選ぶと，戦略 A_1 を選んだときと比べて，プレイヤーB の利得は必ず（　高く　/〇低く　）なる。

といった特徴がある状況を（　囚人のジレンマ　）という。

10. 問題(1)において，囚人のジレンマとなる利得表の問題番号は，
（　1.　/　2.　/　3.　/　4.　/　5.　/　6.　/　7.　/〇8.　/　9.　/〇10.　/　11.　/〇12.）
である。該当する問題番号すべてに〇をすること。

(3)　次の各利得表に対して，授業で説明した「利得に○をつけながらナッシュ均衡を探す方法」を用いて，利得表内の利得に○を書きなさい。

1.

	B_1	B_2	B_3
A_1	(1, 3)	(3, 2)	(2, 1)
A_2	(2, 5)	(1, 4)	(4, 2)

2.

	B_1	B_2	B_3
A_1	(3, 1)	(2, 2)	(2, 2)
A_2	(1, 2)	(4, 2)	(2, 3)

3.

	B_1	B_2
A_1	(1, 4)	(5, 2)
A_2	(3, 3)	(3, 3)
A_3	(5, 2)	(1, 4)

4.

	B_1	B_2
A_1	(2, 1)	(1, 2)
A_2	(2, 2)	(1, 2)
A_3	(1, 2)	(2, 1)

5.

	B_1	B_2
A_1	(3, 1)	(2, 3)
A_2	(3, 2)	(1, 4)
A_3	(3, 1)	(2, 4)

6.

	B_1	B_2	B_3
A_1	(1, 1)	(2, 0)	(0, 2)
A_2	(0, 2)	(1, 1)	(2, 0)
A_3	(2, 0)	(0, 2)	(1, 1)

7.

	B_1	B_2	B_3
A_1	(5, 1)	(2, 1)	(1, 2)
A_2	(3, 2)	(2, 5)	(4, 4)
A_3	(4, 2)	(3, 3)	(4, 1)

(4)　次の利得表を見て，文章中の括弧内に入る適切な式，もしくは不等号に○を書きなさい。

	B_1	B_2
A_1	(a, b)	(c, d)
A_2	(e, f)	(g, h)

1. 戦略 B_1 に対する最適反応が戦略 A_2 になるためには，
（○$a < e$　/　$a > e$　/　$f < h$　/　$f > h$　）を満たす必要がある。
2. 戦略 A_2 に対する最適反応が戦略 B_2 になるためには，
（　$c < g$　/　$c > g$　/○$f < h$　/　$f > h$　）を満たす必要がある。
3. 戦略 A_1 に対する最適反応が戦略 B_1 と B_2 になるためには，
（　$a < c$　/　$a = c$　/　$a > c$　/　$b < d$　/○$b = d$　/　$b > d$　）を満たす必要がある。
4. ナッシュ均衡が (A_1, B_1) になるためには，a（　<　/○>　）e，b（　<　/○>　）d を満たす必要がある。
5. ナッシュ均衡が (A_2, B_1) になるためには，a（○<　/　>　）e，f（　<　/○>　）h を満たす必要がある。
6. ナッシュ均衡が (A_1, B_2) と (A_2, B_1) の 2 つになるためには，a（○<　/　>　）e，c（　<　/○>　）g，b（○<　/　>　）d，f（　<　/○>　）h を満たす必要がある。
7. ナッシュ均衡が (A_1, B_1)，(A_1, B_2)，(A_2, B_2) の 3 つになるためには，
a（　<　/　=　/○>　）e，c（　<　/○=　/　>　）g，
b（　<　/○=　/　>　）d，f（○<　/　=　/　>　）h を満たす必要がある。

(5)　牛丼屋 A と牛丼屋 B はライバル関係にあるとし，ライバル店からより多くの客を奪うためには，値下げをする他ないとしよう。もしライバル店が値下げをせず（価格維持），自店だけが値下げをしたとき，自店はより大きな利潤（利得）が得られ，ライバル店の利得は小さくなるとする。しかし，両店とも値下げをした場合には，両店とも客数は変わらず，両店とも売上の低下によって利得が小さくなるとする。

結果的に，牛丼屋 A，牛丼屋 B ともに「値下げ」を選び，価格競争に陥っているとする。このような状況を表した利得表を作成するために，以下の利得表内に利得の値を書き入れなさい。ただし，牛丼屋 A と牛丼屋 B の戦略はそれぞれ「価格維持」と「値下げ」の 2 つとし，両店とも「価格維持」を選択する場合の利得は両店とも 100 とする。他の利得の値は各自で好きに設定すること。

	価格維持 B_1	値下げ B_2
価格維持 A_1	(100 , 100)	(40 , 120)
値下げ A_2	(120 , 40)	(80 , 80)

（解説）ナッシュ均衡が (A_2, B_2) で，囚人のジレンマの特徴を満たす利得表になるように利得の値を自由に設定すればよい。（**＜補足７＞**を参照）

＜補足４＞ アクセスカウント

私のホームページ（https://introduction-to-economics.jp/）にはアクセスカウントの機能をつけており，「現在このサイトで勉強中の人数」を表示している。これは，私が支配戦略を意識してつけた機能である。

仮に（実際にもそうであってほしいが）私の HP にある動画授業や問題集などの内容がとても良いものだとして，この良さにみなさんは気付いたものだとしよう。そうしたときに，仮に「現在このサイトで勉強中の人数」が 1,000 人と表示されている場合，みなさんはどう感じるだろうか？「この HP で経済学を勉強している人は，こんなにも多いのか！自分も頑張ろう！」となるのではないだろうか。

それに対して，仮に「現在このサイトで勉強中の人数」が 1 人（←このサイトを見ているのは自分一人だけ）だとする。すでにこの HP の良さに気付いているみなさんはどう感じるだろうか？「こんなに良い HP なのに知っている人はまだ少ないのか…！よし！こっそり頑張ろう！」と思う（人も多い）のではないだろうか。

つまり，アクセスカウントをつけることで，「勉強中の人数」が何人であれ，この HP を使って勉強するモチベーションが上がる（「この HP で勉強する」ことが支配戦略になる）のではないかと思うのである。

「勉強中の人数」が何人であってもモチベーションが上がるのなら，そもそもアクセスカウントをつける必要はないのでは？と思う人もいるかもしれないが，それはそれでもっともな意見である。私は，勉強というのは周りにも勉強している人が少しでもいることで，自分も頑張ろうかな！となる一面があるように思っている。そのため，このアクセスカウントの機能により，今この瞬間にも同じ HP で勉強して頑張っている人がいるんだな！ということの「見える化」にもなっているのではないかと考えるのである。

＜補足５＞ 瀬戸際戦略

渡辺（2008）p.31 の例を用いて瀬戸際戦略について説明することとしよう。

＊ 渡辺隆裕（2008）『ゼミナール ゲーム理論入門』日本経済新聞出版社

「大国」と「小国」の 2 国があるとし，この間には大きな川が流れているとする。最近，この川の汚染が進んでいるため，「大国」と「小国」の 2 国で川をきれいにするための交渉を行うものとする。

交渉の内容は「川をきれいにするための費用」を 2 国間でどのように分担するかということである。交渉における戦略は，2 国とも「強硬」か「妥協」かのどちらかの態度をとることだとして，2 国の戦略の組み合わせによる結果は次のようにまとめられるとする。（大国の方が川を汚している割合が大きく，それが交渉にも反映されている）

大国	小国		結果	利得：(大国, 小国)	概要
強硬	強硬	→	交渉決裂	$(1, 2)$	川は汚れたまま
強硬	妥協	→	費用負担は等分	$(4, 1)$	大国には最も良い
妥協	強硬	→	大国が全て負担	$(2, 4)$	小国には最も良い
妥協	妥協	→	大国が 80%負担	$(3, 3)$	両国とも利得高め

＊ 利得の値（の大小関係）がそれなりに納得のいくものであることを確認してほしい。

これより，利得表は次のように書くことができる。

大国 ＼ 小国	強硬 B_1	妥協 B_2
強硬 A_1	(1, 2)	(4, 1)
妥協 A_2	(2, 4)	(3, 3)

この利得表から，ナッシュ均衡が (A_2, B_1) となり，大国が妥協し A_2，小国が強硬 B_1 な態度をとるという結果になることがわかる。

この例で重要なことは，小国にとって戦略「強硬 B_1」が支配戦略になっていることである。つまり，大国が「強硬 A_1」であろうが「妥協 A_2」であろうが，小国は「強硬 B_1」を選択するのである。そうすることによって，大国は戦略「妥協 A_2」を選ばざるを得ないということになるのである。この例における小国の戦略「強硬 B_1」を俗に**瀬戸際戦略**という。このように，弱い立場にあるものが強い立場のものに対して強い交渉力を持つ理由について，ゲーム理論の知識を用いることで，より説得的な説明ができることがわかるだろう。

＜補足６＞ 利得の考え方（１）

次の利得表は，動画授業で説明した利得表とまったく同じ利得表である。

	黙秘 B_1	裏切る B_2
黙秘 A_1	$(-2,-2)$	$(-10,-1)$
裏切る A_2	$(-1,-10)$	$(-5,-5)$

私の経験上，ゲーム理論を初めて勉強する学生に，利得表の読み方を教えた上で，

「みなさんが囚人 A さんならば，黙秘 A_1 を選びますか？裏切る A_2 を選びますか？」

と質問すると，半数くらいの学生が黙秘 A_1 を選ぶ。そこで，

「どうして，黙秘 A_1 を選んだのですか？」

と聞くと，「出所した後，囚人 B さんからの仕返しが怖いです」や「相手を裏切るのは良くないと思います」といった回答をする学生が多い。

ただ，このような回答になるのもしょうがないと私は思う。この囚人のジレンマの例では，利得が「懲役」だけを表しているので，確かにこの利得表を見ただけでは「今後の B さんからの仕返し」があり得るのである。（だから，私は「出所後に B さんからの仕返しはないことにしましょう」などと条件をつけて学生に考えさせるのである）

ゲーム理論における利得の数値は，本来，「囚人 B さんの仕返しが怖さ」や「相手を裏切ることの後ろめたさ」なども加味された上で設定されていると考えるべきである。このように，あらゆることも加味された上で利得の数値が設定されているとするならば，最適反応を考えて裏切る A_2 を選ぶことの合理性にも納得がいくのではないだろうか。

＜補足７＞ 利得の考え方（２）

ゲーム理論に関してよく聞く質問に

「利得の数値ってどうやって決まるのですか？」

がある。これに対して私はいつも

「利得の数値は仮定ですよ」

と答える。この回答に尽きると私は思っている。そもそも，ナッシュ均衡を探す場合，利得の「数値自体」よりも「数値の大小関係」が重要なのである。例えば，次の 3 つの利得表のナッシュ均衡はすべて (A_2,B_1) である。

利得表（１）

	B_1	B_2
A_1	$(1,2)$	$(2,3)$
A_2	$(3,4)$	$(4,1)$

利得表（２）

	B_1	B_2
A_1	$(2,4)$	$(4,6)$
A_2	$(6,8)$	$(8,2)$

利得表（３）

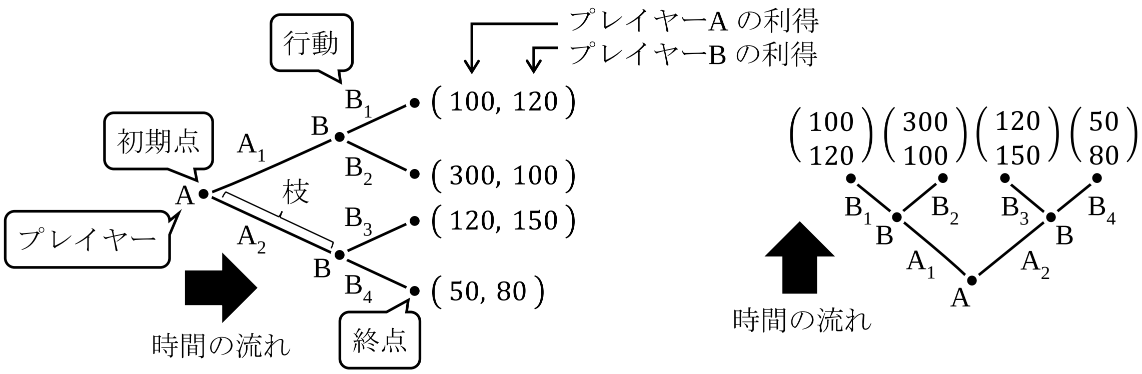
	B_1	B_2
A_1	$(1,2)$	$(2,100)$
A_2	$(3,4)$	$(4,1)$

これらの利得表を見てもわかるように，比較する利得どうしの大小関係が変わらなければナッシュ均衡は変わらないのである。そのため，利得の数値自体の厳密性にこだわる必要はあまりない。（これは第 5 講**＜補足４＞**で説明した「効用の序数性」と同じ考え方である。また，混合戦略（第 15 講**＜補足１７＞**）まで考えると利得の値がナッシュ均衡に影響する）

2. 展開形ゲーム

本節では，「プレイヤーが順番に行動する」という**展開形ゲーム**（逐次手番ゲーム）について解説していく。

（１）ゲームの木（樹）



よく表現されるゲームの木の書き方を 2 通り書いた。動画授業では，ゲームの木を左上図のように書いたが，教科書によっては右上図のように書く場合もある。（右上図のように書けば，まさに「木」のように見える）

ゲームの木は「点」と，点と点をつなぐ「枝」からできている。左上図から分かるように，「点」にも種類があり，この図では**終点**は 4 つある（ちなみに，この 4 つ以外の 3 つの点を**意思決定点**（もしくは，**手番**）という）。A さんが最初に行動する点が**初期点**である。ただ，この授業では，すべての点は書かずに省略することにしておこう。

＜補足８＞ 展開形ゲームの定義は？

展開形ゲームを上で「プレイヤーが順番に行動する」ゲームと書いたが，ゲーム内のあるタイミングで，プレイヤーが同時に行動するということが起きても，それは展開形ゲームという（例えば，3 人でジャンケンするときに，A さんは先に手を出し，B さんと C さんは同時に手を出すとすれば，このジャンケンは展開形ゲームである）。そのため，戦略形ゲーム以外の状況を含むゲームが展開形ゲームなのである。（このように考えると，戦略形ゲームも広い意味では展開形ゲームなのである。この点については，**＜補足１２＞**でも説明する）

また，「順番に行動する」という言葉の意味も，より正確には「各プレイヤーは，自分より前に行動したプレイヤーの行動を観察できる」ということを意味する。例えば，通常，後出しジャンケンは展開形ゲームで，通常のじゃんけんは戦略形ゲームだと考える。しかし，後出しジャンケンであっても，最初に出した人の手を，後に出す人が知らなれば，通常のじゃんけんと同じなのである。つまり，各プレイヤーは，自分より前に行動したプレイヤーの行動を観察できてこそ，展開形ゲームになるのである。

では結局，展開形ゲームの定義はどう書けばいいのか？慎重なゲーム理論の入門書ではゲームの木で表現されるゲームを展開形ゲームと呼ぶにとどめているのである。

＊ さらに厳密な定義は，岡田章（2013）『ゲーム理論 新版』有斐閣 を参照すること。

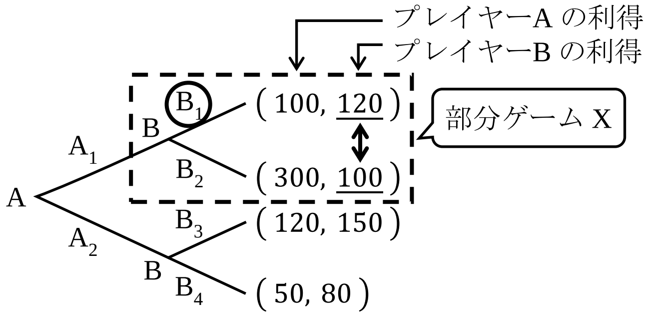
また，ゲームの木には，**プレイヤー**（A さん，B さん）と**行動**（A_1，A_2，B_1，B_2，B_3，B_4）も書かれる。ここで「あれ？？」と思って欲しい。A_1，A_2，B_1，B_2，B_3，B_4 のそれぞれは戦略とは呼ばずに，行動と呼ぶのである。詳しくは（３）で説明するが，展開形ゲームでは，「戦略」も存在するが，行動と戦略は異なるので，気を付けなければいけない。（さらに，行動戦略という用語もある。**＜補足１５＞**を参照）

（２）バックワードインダクション（後ろ向き帰納法；先読み）

展開形ゲームにおけるプレイヤーの合理的な行動とは，ゲームの終点に最も近い意思決定点から順番にプレイヤーの最適な行動を選んでいくことである。これを**バックワードインダクション**という。（将棋という展開形ゲームを考えた場合，できるだけ遠い先の手から正確にバックワードインダクション（先読み）できる棋士が強いということにも納得がいく）

バックワードインダクションは，具体的には次の手順で考えていけばよい。

Step1　次の部分ゲーム X において，B さんが行動を決定する



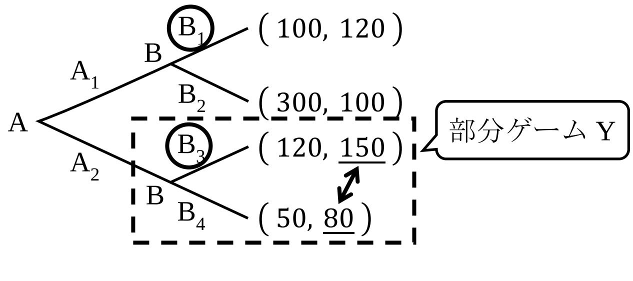
上の点線で囲まれた箇所を**部分ゲーム**という。全体のゲームの木の一部分ということから「部分」ゲームと名付けられている。この部分ゲームを X としておく。

部分ゲーム X では，B さんが行動を決める状況を意味している。B さんは利得が大きくなるように行動を決めたいので，B さんは自身の利得である 120 と 100 の利得を比べて，120 の方が大きいので，行動 B_1 を選択する（だから，B_1 に〇をつけている）。

ここで注意して欲しいことがある。そもそも部分ゲーム X は，A さんが行動 A_1 を選択した場合に実現する。そのため，「A さんが行動 A_1 を選択した場合，B さんは行動 B_1 を選択する」と考えておこう。

Step2　次の部分ゲーム Y において，B さんが行動を決定する

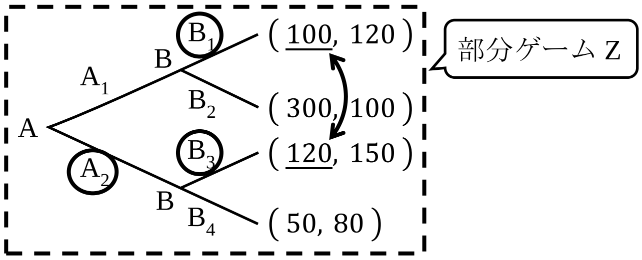
＊ Step1 と Step2 の順序は入れ替わってもよい。



Step2 も Step1 と同様に考えると，部分ゲーム Y において，B さんは自身の利得である 150 と 80 の利得を比べて，150 の方が大きいので，行動 B_3 を選択する（B_3 に○をつける）。

また，部分ゲーム Y は A さんが行動 A_2 を選択した場合に実現する。そのため，「A さんが行動 A_2 を選択した場合，B さんは行動 B_3 を選択する」となる。

Step3　次の部分ゲーム Z において，A さんが行動を決定する



上図では，全体のゲームの木が点線で囲まれているが，このように全体も部分ゲームの 1 つとしてカウントする。この部分ゲーム（ゲームの木全体）を Z としておく。

部分ゲーム Z では，まず A さんが行動を決める。Step1 と Step2 を踏まえると，A さんが行動 A_1 を選択すると，B さんは行動 B_1 を選択するので，A さんの利得は 100 になる。また，A さんが行動 A_2 を選択すると，B さんは行動 B_3 を選択するので，A さんの利得は 120 になる。A さんは利得が大きくなるように行動を決めたいので，A さんは 100 と 120 の利得を比べて，120 の方が大きいので，行動 A_2 を選択する（だから，A_1 に○をつけている）。

Step1－Step3 より，終点まで行きつく経路は，まず A さんが行動 A_2 を選択し，その後で B さんが行動 B_3 を選択することである。したがって，ゲームの解は「A さんは A_2 を選び，B さんは B_3 を選ぶ」となる。

このような手順で，動画授業でも説明してきたわけであるが，この展開形ゲームの解は，本当はもう少し正確に記述しなれければいけない。それが次の（３）の内容である。

（３）部分ゲーム完全均衡

ゲームの解を

「A さんは A_2 を選び，B さんは B_3 を選ぶ」

書いた。（渡辺先生の『ゼミナール ゲーム理論入門』では，これを「ゲームの結果」と呼ぶ）

しかし，より正確な解（**部分ゲーム完全均衡**）は

「A さんは A_2 を選び，
B さんは A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ」

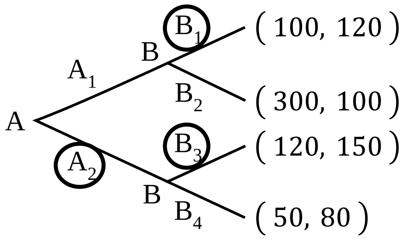
となる。

＊ 部分ゲーム完全均衡の定義は＜補足１５＞を参照

ここで, 次の図 (再掲) を踏まて, 部分ゲーム完全均衡をもう一度よく読み直してみよう。

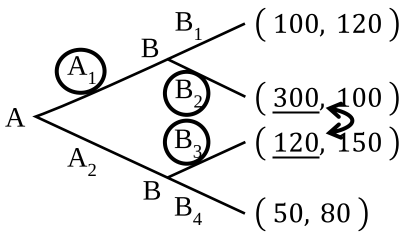
「A さんは A_2 を選び,

B さんは A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ」



読み直したみなさんは，「波線の部分（A さんが A_1 を選べば B_1 を選び）は必要ないのではないか？だって，そもそも A さんは A_1 を選ばないのだから…」と思うかもしれない。

しかし，波線の部分は必ず解に含める必要がある！なぜなら，A さんが A_2 を選んだ理由は，B さんは「A さんが A_1 を選べば B_1 を選ぶ」と行動するからなのだ。もし，B さんが「A さんが A_1 を選べば B_2 を選ぶ」とした場合，次の図のように，A さんは利得 300 と 120 を比べて，300 の方が大きいので A_1 を選ぶことになってしまうのである。（ここはややこしい内容だと思いますのでゆっくり読んで理解してください）



これで，部分ゲーム完全均衡には,

「A さんは A_2 を選び,

B さんは A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ」

の波線部を必ず含める必要があることがわかったのではないだろうか。

さて，ここまできてようやく展開形ゲームにおける行動と戦略の違いを説明することができる。本節の最初にも説明した通り，A_1，A_2，B_1，B_2，B_3，B_4 のそれぞれが行動である。それに対して，戦略は次の通りである。

A さんの戦略は次の 2 つである。（A さんについては，行動＝戦略である）

- A_1 を選ぶ（行動 A_1）　：戦略 α_1
- A_2 を選ぶ（行動 A_2）　：戦略 α_2

B さんの戦略は次の 4 つである。（B さんについては，行動≠戦略である）

- A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ　：戦略 β_1
- A さんが A_1 を選べば B_2 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ　：戦略 β_2
- A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_4 を選ぶ　：戦略 β_3
- A さんが A_1 を選べば B_2 を選び，A さんが A_2 を選べば B_4 を選ぶ　：戦略 β_4

このように戦略に α_1～β_4 と名前をつけていくと，部分ゲーム完全均衡

「A さんは A_2 を選び，

B さんは A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ」

は，次のように言い換えることができる。

「部分ゲーム完全均衡は，戦略の組 (α_2, β_1) である」

＜補足９＞ コミットメント

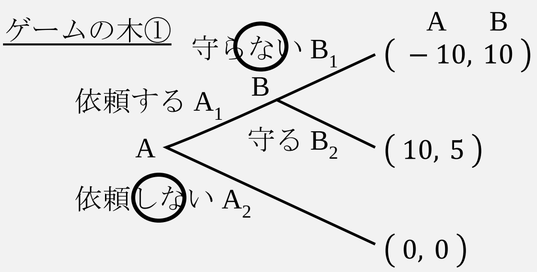
コミットメント（やコミットする）という言葉は，ビジネスにおいても使われるが，ビジネスにおいては「責任を持って関わる」といった意味である。（ちなみに，英単語の意味としては，commitment：誓約，確約）

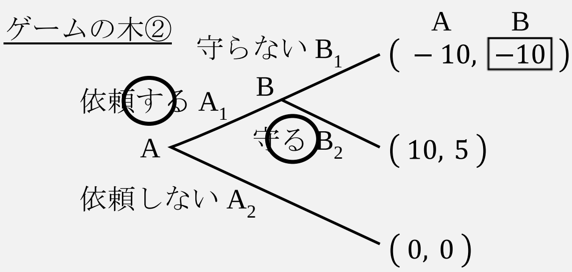
では，ゲーム理論における**コミットメント**はどのような定義かというと，ゲームが始まる前にプレイヤーがとるべき行動を公表し，さらに将来，確実にその行動を実行するという意思表明のことである。ゲーム理論では（現実でもそうであるが），コミットメントを上手く使うことで自分にとって良い状況を導くことができることを以下で示しておこう。

渡辺（2008）p.67 の例を用いてコミットメントについて説明する。

＊ 渡辺隆裕（2008）『ゼミナール ゲーム理論入門』日本経済新聞出版社

A さんは B さんに仕事を依頼するかどうかを考えているとしよう。しかし，B さんはあまり信頼できない人で，その仕事の納期を守らない可能性も十分あることを A さんは知っている。B さんにとって，A さんから仕事を依頼されて，納期を守らないことが最も利得が高く，A さんにとって，B さんに仕事を依頼して，納期を守られないことが最も利得が低くなるとしよう。それらの状況を表したものがゲームの木①である。





＊ B さんの行動「守らない B_1」は，「納期を守らない」の意味である。

ゲームの木①について，バックワードインダクションを用いると，「A さんは戦略「依頼しない A_2」を選び，B さんは戦略「A さんが依頼する A_1 なら納期を守らない B_1」を選ぶ」が部分ゲーム完全均衡になる。要するに，「A さんは B さんに仕事を依頼しない」というのがこのゲームの結果になるのである。

しかし，B さんはこのゲームの結果に満足しない。なぜなら，B さんにとって A さんから仕事を依頼されないことは利得が 0 と低くなるからである。B さんとしては，何としてでも A さんから仕事を依頼されたい。どうしたらいいのか？そこで使うのがコミットメントである。B さんが例えば，次のようにコミットメントするとしよう。

「A さん！仕事を依頼してくれたら，納期を守ります！

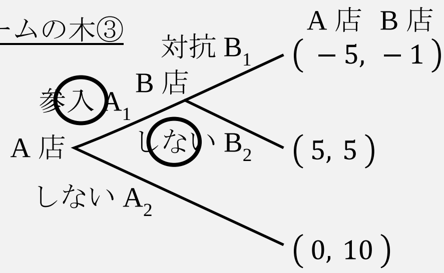
もし，納期を守らなければ，罰金を支払います！」

もし B さんが仕事の納期を守らなければ，B さんの利得は -10 になるとしよう。この状況を表したものが，前ページのゲームの木②である。ゲームの木②について，バックワードインダクションを用いると，「A さんは戦略「依頼する A_1」を選び，B さんは戦略「A さんが依頼する A_1 なら納期を守る B_2」を選ぶ」が部分ゲーム完全均衡になる。要するに，「A さんは B さんに仕事を依頼し，B さんは納期を守る」という，B さんの希望通りになったのである。

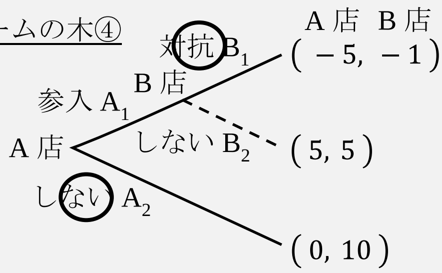
このように，B さんはコミットメントを上手く使うことで自分（B さん）にとって良い状況に導くことができたのである。

もう一つコミットメントの例を見ておこう。動画授業でも解説した「参入阻止」の例である。ゲームの木③は授業で説明した利得表と同じである。

ゲームの木③



ゲームの木④



ゲームの木③の部分ゲーム完全均衡は，「A 店は戦略「参入する A_1」を選び，B 店は戦略「A 店が参入する A_1 なら対抗しない B_2」を選ぶ」である。

ここで，授業を見ていて「あれ？」と思った人はいないだろうか。タイトルが「参入阻止」であるのに，B 店は A 店の参入を阻止できていないのだ。実はこの話には続きがあって，それをここで説明しよう。

B 店は A 店の参入を何としてでも阻止したいと考えているとしよう（A 店が参入しなければ B 店の利得は高くなるため）。そこで，B 店は次のようなコミットメントを使うとする。

「A 店が参入したら，絶対に対抗する！利得が減ろうが関係ない！」（背水の陣）

このコミットメントを踏まえたものがゲームの木④である（B 店は対抗しない B_2 を選ばないため，その枝を点線で書いている）。このゲームの木④の部分ゲーム完全均衡は，バックワードインダクションを用いると（そもそも A 店の二択しかないので，バックワードインダクションと言うのも変に感じるが），「A 店は戦略「参入しない A_2」を選び，B 店は戦略「A 店が参入する A_1 なら対抗する B_1」を選ぶ」となる。要するに，B 店がコミットメントを使ったことで「A 店は参入しない」という B 店の希望通りになったのである。

このようにコミットメントを上手く使って，ゲームの利得を変えたり，行動の種類を変えたりすることで，自分により有利な状況を作り出すことができるのである。

＜補足１０＞ チキンゲーム

岡田（2014）p.48 の例を用いてチキンゲームを説明しよう。

＊ 岡田章（2014）『ゲーム理論・入門 新版－人間社会の理解のために』有斐閣

ある相手との交渉を考える。交渉をするときの戦略は「ハト戦略」と「タカ戦略」の 2 種類であるとする。ハト戦略は，相手との対立を避ける平和的な戦略である。それに対して，タカ戦略は，自身の利益を大きくするために交渉の決裂のリスクがあっても好戦的な態度をとる戦略である。両者がそれぞれの戦略をとる場合の概要と利得表は次のようである。

	概要
両者ともハト戦略	両者とも利得が高い
ハト戦略とタカ戦略	タカの利得が高い
両者ともタカ戦略	両者とも利得が低い

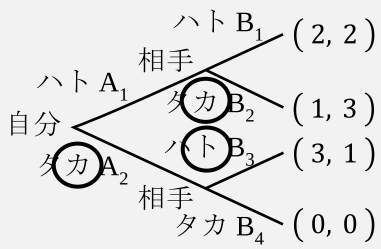
自分＼相手	ハト B_1	タカ B_2
ハト A_1	(2, 2)	(1, 3)
タカ A_2	(3, 1)	(0, 0)

ナッシュ均衡は，$(\text{タカ } A_2, \text{ハト } B_1)$ と $(\text{ハト } A_1, \text{タカ } B_2)$ の 2 つである（**＜補足１７＞**のように混合戦略まで考えると，ナッシュ均衡は 3 つある）。ナッシュ均衡を求めることができたが，結局，どちらのナッシュ均衡が実現するのだろうか。

ちなみに，タカ戦略を「強気な」戦略であり，ハト戦略を「弱気な」戦略と考えると，ハト戦略をとるプレイヤーを「弱虫」（チキン）と見ることもできることから，このゲームは**チキンゲーム**（タカ－ハト・ゲーム）という。このように，両者が自身にとって有利な戦略（ここではタカ戦略）を選ぶと両者にとって不利になってしまうゲームがチキンゲームなのである。

さて，このようなチキンゲームにおいて，どちらのナッシュ均衡が実現するのか？についてであるが，もちろん，上記の利得表だけではわからない。しかし，**＜補足９＞**で学んだコミットメントを用いれば自身にとって有利なナッシュ均衡を実現することができるのだ。

例えば，自分が先に行動するとコミットメントしたとしよう。そうすると，戦略形ゲームは次のような展開形ゲームに書き換えることができる。

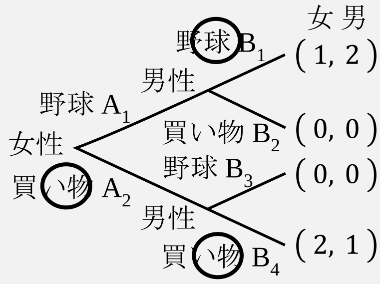


部分ゲーム完全均衡は，「自分は戦略「タカ A_2」を選び，相手は戦略「自分がハト A_1 を選べばタカ B_2，自分がタカ A_2 を選べばハト B_3」を選ぶ」である。要するに，自分は最初にタカ A_2 を選び，その後に相手がハト B_3 を選ぶということである。このとき，自分の利得は 3 で最も高くなり，チキンゲームにおいてコミットメントを上手く使うことで有利なゲームに変えることができたのである。（ただし，今回の例のようにコミットメントを用いて先手になることで，いつも有利になるわけではない。例えば，じゃんけんで先手になると負けてしまうことは容易に想像できることだろう）

では，もう 1 つ似た例を紹介しよう。動画授業でも解説した「男女の争い」の例である。この例もナッシュ均衡は 2 つ（混合戦略まで考慮すると 3 つ）あったが，結局，どちらのナッシュ均衡が実現するの？と疑問に思わなかっただろうか。もちろん，左下図の利得表だけからでは，野球デートと買い物デートのどちらのデートが成立するのかはわからない。

では，男女のどちらかがコミットメントをしたとして，女性が先手になる場合（レディーファースト）を考えてみる（右下図）。このゲームの木から部分ゲーム完全均衡を求めると，買い物デートが実現することがわかるのである。

男性 ＼ 女性	野球 B_1	買い物 B_2
野球 A_1	(2, 1)	(0, 0)
買い物 A_2	(0, 0)	(1, 2)



＊ ゲームの木の利得は，男女が反対になっていることに注意。

＜補足１１＞ フォン・ノイマン

ゲーム理論の創始者は，ハンガリー出身でアメリカの数学者であるフォン・ノイマン（1903－1957）と，ドイツ出身でアメリカで活躍した経済学者であるオスカー・モルゲンシュテルン（1902－1977）である。2 人が 1944 年に出版した『ゲームの理論と経済行動』という著書がゲーム理論の出発点となっている。

ところで，フォン・ノイマンは，アインシュタイン（1879－1955）も認めるほどの天才であった。フォン・ノイマンには数々の伝説が残っている（あくまで伝説であるので信憑性はご自身で確認されたい）。例えば，幼少期には，電話帳を開き，開いたページの電話番号を瞬時に暗記し，総和を求めて遊んだ。8 歳で微分積分を理解し，11 歳で大学数学の問題を鮮やかに解いた。ノイマン型コンピュータと言われる現在のコンピュータの基礎を作り，その計算速度よりも自身は速く暗算し,「世界で 2 番目に計算が上手な奴が生まれた」と言った。

また，ジョン・ナッシュとの次のやり取りも有名である。ナッシュが大学院生であった頃，ノイマンの研究室を訪ね，自らが発見したナッシュ均衡についてノイマンに説明した。ノイマンはナッシュの説明をさえぎり,「くだらない。そんなのは不動点定理の問題にすぎない」と一蹴したそうである。（不動点定理とは，経済学において均衡点が存在するかどうかを証明するときによく用いられる数学の手法である）

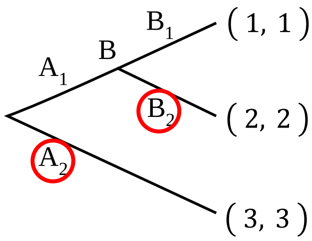
そんな天才ノイマンであったが, 1957 年に 53 歳の若さで亡くなってしまう。ノイマンは，1943 年には原子爆弾開発・製造のための「マンハッタン計画」に参加することとなり，原爆の開発を支えることとなる。そして，1946 年のビキニ環礁における核実験に立ち会い，その際に多量の放射線を浴びたことが原因で癌を発症し，それが死因となったと言われている。また，これも伝説である（ので信憑性に乏しい）が，ノイマンの死の直前には脳腫瘍が悪化し，3＋4 という一桁の計算ですらできなくなっていたそうである。

【問題】

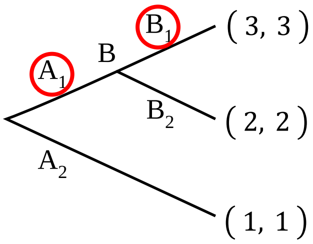
(1) 次のゲームの木に対して，授業で説明した「各プレイヤーの行動に○をつけながらゲームの解を探す方法」を用いて，ゲームの木に書かれている行動に○を書きなさい。ただし，括弧内の左側を A さんの利得，右側を B さんの利得とする。また，各プレイヤーが同時に行動することはないものとする。

（注意）利得に○を書くのではない。

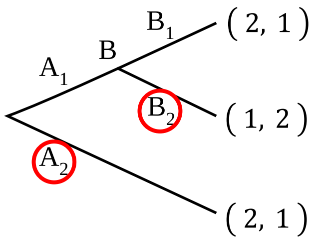
1.



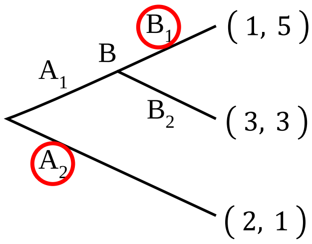
2.



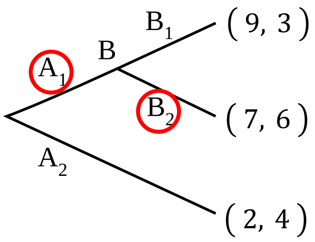
3.



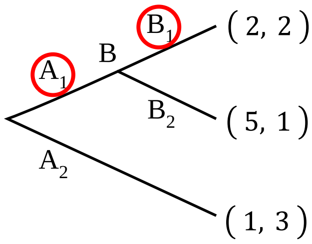
4.



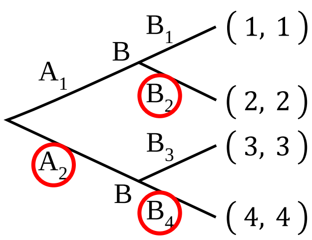
5.



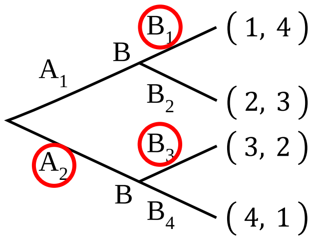
6.



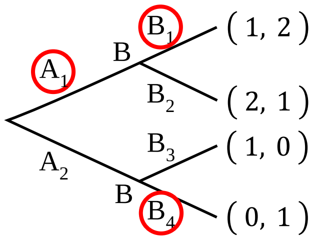
7.



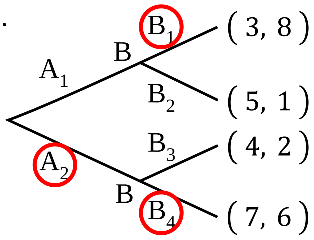
8.



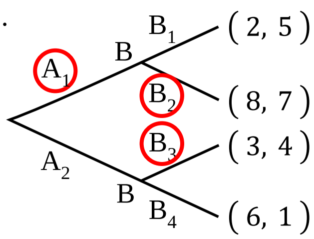
9.



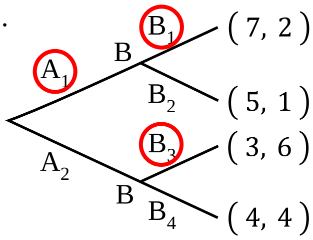
10.



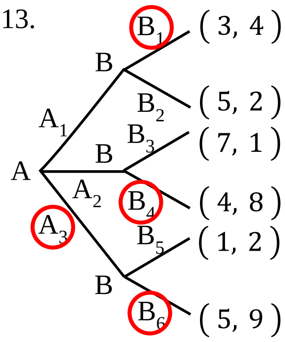
11.



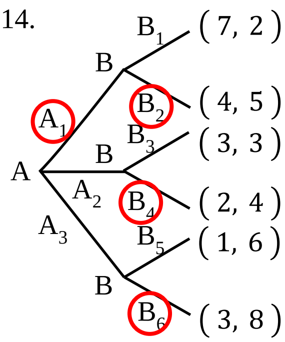
12.



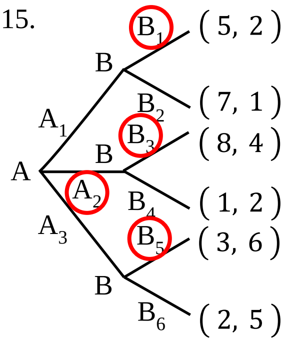
13.



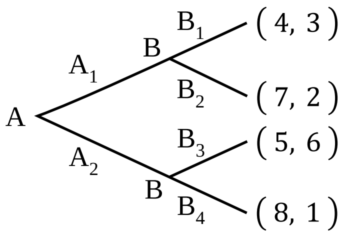
14.



15.

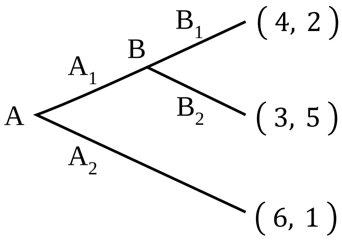


(2)　次のゲームの木に関する文章について，括弧内に入る適切な数値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。



1. プレイヤーA とプレイヤーB の A_1，A_2，B_1，B_2，B_3，B_4 を（　戦略　/〇行動　）という。
2. プレイヤーA が A_1 を選び，プレイヤーB が B_2 を選んだとき，プレイヤーB の利得は（　2　）となる。
3. プレイヤーB の「プレイヤーA が A_1 を選んだとき B_1 を選び，プレイヤーA が A_2 を選んだとき B_3 を選ぶ」といったことをプレイヤーB の（〇戦略　/　行動　）という。
4. プレイヤーA が「A_2 を選び」，プレイヤーB が「プレイヤーA が A_1 を選んだとき B_2 を選び，プレイヤーA が A_2 を選んだとき B_4 を選ぶ」とき，プレイヤーA の利得は（　8　）となる。
5. プレイヤーA の戦略は（　2　）つ存在する。また，プレイヤーB の戦略は（　4　）つ存在する。　戦略の数は p.18 の下部を参照
6. このゲームの部分ゲーム完全均衡は，プレイヤーA が「（　A_1　/〇A_2　）を選び」，プレイヤーB が，「プレイヤーA が A_1 を選んだとき（〇B_1　/　B_2　）を選び，プレイヤーA が A_2 を選んだとき（〇B_3　/　B_4　）を選ぶ」である。

(3)　次のゲームの木に関する文章について，括弧内に入る適切な数値を書きなさい。また，適切な語句を選ぶ場合には，正しい語句に〇を書きなさい。



1. プレイヤーB が（　B_1 を選ぶ　/〇プレイヤーA が A_1 を選んだとき B_1 を選ぶ　）ことはプレイヤーB の戦略である。
2. プレイヤーA の戦略は（　2　）つあり，プレイヤーB の戦略は（　2　）つある。
3. このゲームの部分ゲーム完全均衡は，プレイヤーA が「（　A_1　/〇A_2　）を選び」，プレイヤーB が，「プレイヤーA が A_1 を選んだとき（　B_1　/〇B_2　）を選ぶ」である。

（2.の解説）プレイヤーA の戦略は「A_1 を選ぶ」と「A_2 を選ぶ」の 2 つであり，プレイヤーB の戦略は「プレイヤーA が A_1 を選んだとき B_1 を選ぶ」と「プレイヤーA が A_1 を選んだとき B_2 を選ぶ」の 2 つである。

(4)　次のストーリー「おもちゃをねだる子供*」について，各問いに答えなさい。

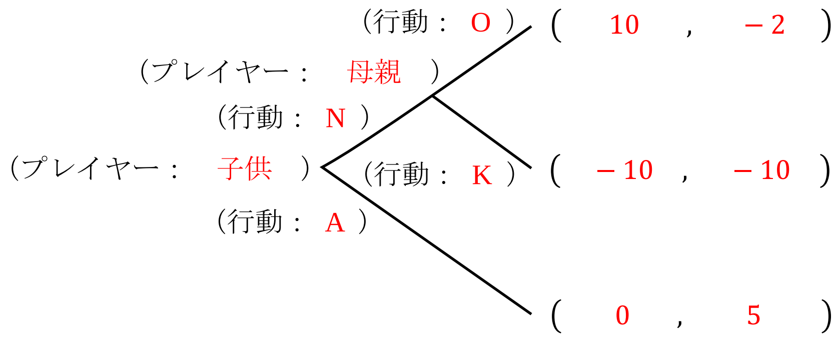
＊ 渡辺隆裕（2008）『ゼミナール ゲーム理論入門』日本経済新聞出版社 p.67

おもちゃ売り場の前で，子供が母親に対して「おもちゃ買って！買って！」と大騒ぎしている。それに対して，母親は「いい加減にしないと置いていきますよ！」と言っている。

この状況において，プレイヤーは「子供」と「母親」である。ただし，子供は「あきらめる；行動 A」か「ねだり続けるか；行動 N」を先に選択でき，母親はその後に「子供を置いていく；行動 K」か「おもちゃを買う；行動 O」を選択することができるとしよう。利得が次のように定められているとする。

- 子供があきらめれば，子供の利得は 0，母親の利得は 5
- おもちゃを買ってもらうと，子供の利得は 10，母親の利得は −2
- 子供を置いていくと子供の利得は −10，大問題になることで母親の利得も −10

1.　この状況を表すように，ゲームの木の括弧内に適切な用語や数値を書きなさい。ただし，行動を記入する箇所は，A, N, K, O のいずれかを記入し，利得は左側が先に行動するプレイヤーの利得，右側が後に行動するプレイヤーの利得とする。



2.　次の括弧内に入る適切な内容に○を書きなさい。

部分ゲーム完全均衡において，子供は（ あきらめ /○ねだり続け ），母親は（ 子供を置いていく /○おもちゃを買う ）ことになる。

3.　部分ゲーム完全均衡を次の選択肢から選び，番号に○を書きなさい。

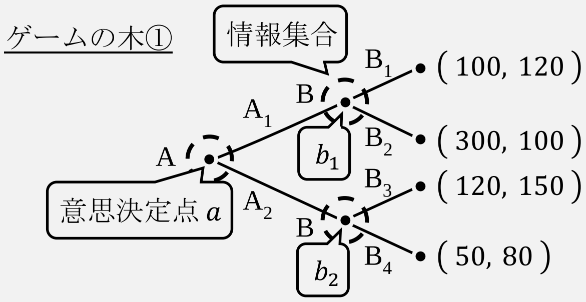
I.　子供は「あきらめる」，母親は「子供があきらめれば，おもちゃを買う」を選ぶ。
II.　子供は「あきらめる」，母親は「子供があきらめれば，子供を置いていく」を選ぶ。
III.　子供は「ねだり続ける」，母親は「子供がねだり続ければ，おもちゃを買う」を選ぶ。
IV.　子供は「ねだり続ける」，母親は「子供がねだり続ければ，子供を置いていく」を選ぶ。

4.　この問題から得られる教訓として，最も適切な選択肢を次から選び，番号に○を書きなさい。

I.　子供はおもちゃをねだり続けても買ってもらえないものである。
II.　子供は母親に叱られるのが嫌なものなので，おもちゃをあきらめるのである。
III.　子供は置いていかれないことをわかっているので，ねだり続けるのである。
IV.　子供はねだり続けるが，次の機会におもちゃを買ってもらえなくなることが嫌なので，しばらく時間が経てばあきらめるものである。

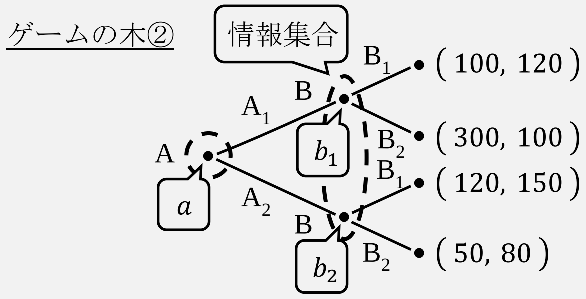
＜補足１２＞ 情報集合【やや難】

本節の最初に表したゲームの木であるが，より正確に書くと次のように，情報集合という点線の丸で意思決定点を囲む必要がある。（ゲームの木①には情報集合が 3 つある）



＊ 点 a，点 b_1，点 b_2 は意思決定点である。

情報集合とは，プレイヤーが識別できない意思決定点の集合（集まり）のことである。これを次のゲームの木②と比較しながら説明していこう。（ゲームの木②は情報集合が 2 つ）



＊ ゲームの木①では B_3，B_4 であった箇所が B_1，B_2 に変わっていることに注意。

ゲームの木②では，意思決定点 b_1 と意思決定点 b_2 が 1 つの情報集合の丸で囲まれている。これは，B さんが「自分は点 b_1 と点 b_2 のどちらにいるのかわからない＝A さんが行動 A_1 を選んだのか行動 A_2 を選んだのかを B さんは観察できていない」ということを意味している。そのため，B さんが選べる行動は B_1 と B_2 の二択になるのである。

それに対して，ゲームの木①では，意思決定点 b_1 と意思決定点 b_2 のそれぞれが別の情報集合の丸で囲まれているため，B さんは「自分は点 b_1 と点 b_2 のどちらにいるかがわかる＝A さんが行動 A_1 を選んだのか行動 A_2 を選んだのかを B さんは観察できている」ということを意味しているのである。（これで情報集合の意味がわかったのではないだろうか）

ところで，**＜補足８＞**を理解できた人であれば，ゲームの木②は次の利得表

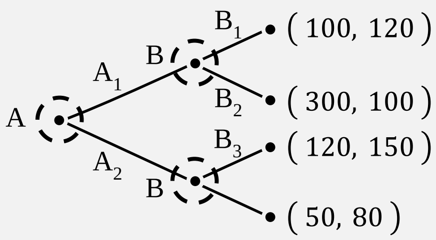
	B_1	B_2
A_1	$(100, 120)$	$(300, 100)$
A_2	$(120, 150)$	$(50, 80)$

と実質的に同じであることがわかるだろうか（観察できない＝同時）。この利得表は戦略形ゲームであるので，A さんと B さんが同時に戦略を決めるタイプであった。このように，ゲームの木②はこの利得表と同じ状況を表しており，展開形ゲームであっても，情報集合を上手く使うことで，戦略形ゲーム（同時ゲーム）と同じ状況を表すことができるのである。（ちなみに，この利得表のナッシュ均衡は (A_2, B_1) であるが，「ゲームの木①の部分ゲーム完全均衡と同じだ！」と思ってはいけない。ゲームの木①の部分ゲーム完全均衡は (A_2, B_1) とは書けなかったし，そもそもゲームの木①とゲームの木②はもはや別のゲームである）

＜補足１３＞ 完備情報と完全情報【やや難】

これまで，以下のような利得表やゲームの木をもとに，ナッシュ均衡や部分ゲーム完全均衡を求めてきた。

	協力する B_1	協力しない B_2
協力する A_1	$(2,2)$	$(0,3)$
協力しない A_2	$(3,0)$	$(1,1)$

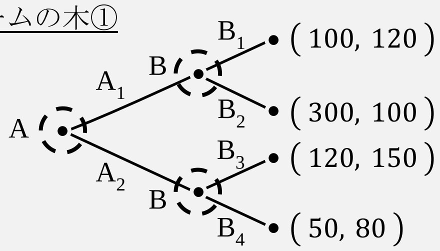


ところで，ナッシュ均衡や部分ゲーム完全均衡を求めるには前提条件がある。それは，各プレイヤーが利得表やゲームの木を知っている必要があるということである。裏を返せば，お互いの利得や戦略の種類などを全プレイヤーがきちんと把握していないと，ナッシュ均衡や部分ゲーム完全均衡を求めることの意味は薄れてしまう。

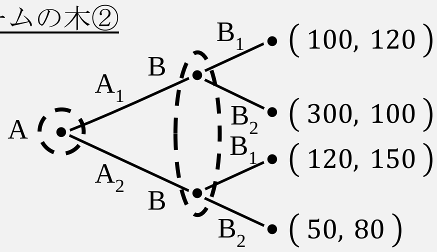
このように各プレイヤーが利得表やゲームの木の情報を知っていることを**完備情報**という（要は，「みんな，ゲームのルールを知っている」）。それに対して，各プレイヤーが利得表やゲームの木について一部知らない情報がある場合を**不完備情報**という。（ゲーム理論には，不完備情報ゲームという応用論点があり，そこで有名な解が**ベイジアン・ナッシュ均衡**である）

ちなみに，完備情報と混乱しやすい用語があり，それが完全情報である。**完全情報**とは，自分の前に行動したプレイヤーが何を選択したかがわかるということであり，展開形ゲームにおいて用いられる用語である。これは＜補足１２＞で用いたゲームの木①と②を例に挙げるとわかりやすい。（以下にゲームの木①と②を再掲）

ゲームの木①



ゲームの木②



＜補足１２＞で説明したように，ゲームの木①では B さんの情報集合が 2 つであり，A さんが何を選択したかがわかっているケース，つまり，これが完全情報であるゲームなのである。それに対して，ゲームの木②では B さんの情報集合が 1 つになっており，これは A さんが何を選択したかがわかっていないという，**不完全情報**であるゲームなのである。

＜補足１４＞ 非協力ゲームと協力ゲーム【やや難】

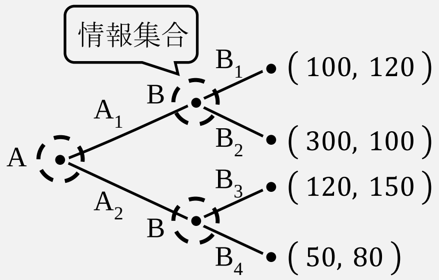
この授業では扱った内容はすべて**非協力ゲーム**という分野になる。それに対して，**協力ゲーム**という分野もある。協力ゲームは，大雑把に言うと，誰と誰が協力するか，また，協力して得られた利得をどう分配するか，といった分析に焦点を当てる。協力ゲームのキーワードには，提携形ゲーム，仁，シャープレイ値などがあり，興味のある方は各自で学ばれたい。

＜補足１５＞ 部分ゲーム完全均衡【やや難】

p.17 で展開形ゲームの解が部分ゲーム完全均衡だと書いたが，「部分ゲーム完全均衡の定義は何？」と思った人も多いだろう。実は，部分ゲーム完全均衡は見つけるのは簡単なのだが，その定義を説明することは難しいのである。

まず，**部分ゲーム完全均衡**の定義は「すべての部分ゲームにおいてナッシュ均衡になる行動戦略の組み合わせ」である。行動戦略という用語は後ほど説明するが，確率的な行動を考えないとき「行動戦略＝（純粋）戦略」になるため，ここでは，部分ゲーム完全均衡とは「すべての部分ゲームにおいてナッシュ均衡になる戦略の組み合わせ」と考えておこう。

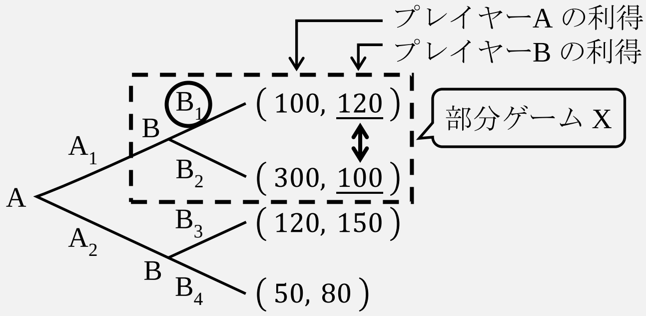
それでは，p.15 のゲームの木



を例に説明していく。（以降，情報集合の記載は省略する）

部分ゲーム完全均衡とは「すべての部分ゲームにおいてナッシュ均衡になる戦略の組み合わせ」であるので，すべての部分ゲーム（X，Y，Z）で，それぞれナッシュ均衡を求めていくことにしよう。

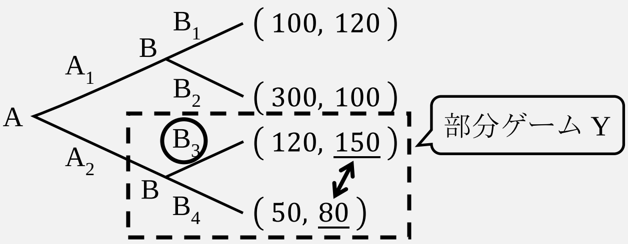
・　部分ゲーム X におけるナッシュ均衡



部分ゲーム X における B さんの最適反応は，行動 B_1 を選択することである。そのため，部分ゲーム X では，B さんの戦略「行動 B_1 を選択する」がナッシュ均衡になるのである。「ん？これがどうしてナッシュ均衡になるの？」と思った人も多いだろう。

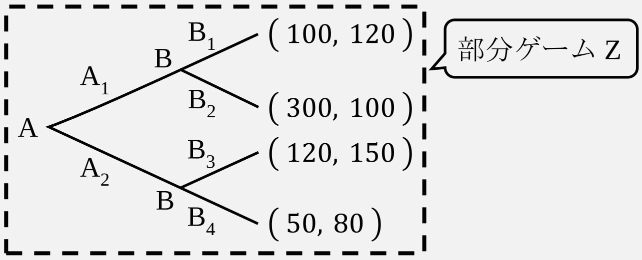
ナッシュ均衡とは，「どのプレイヤーも最適反応をとっているときの戦略の組み合わせ」であった。部分ゲーム X ではプレイヤーが 1 人（B さん）しかおらず，しかも，その B さんが最適反応（行動 B_1）をしているので，部分ゲーム X におけるナッシュ均衡は，B さんの戦略「行動 B_1 を選択する」になるのである。

・　部分ゲーム Y におけるナッシュ均衡



部分ゲーム Y における B さんの最適反応は，行動 B_3 を選択することである。そのため，部分ゲーム Y では，B さんの戦略「行動 B_3 を選択する」がナッシュ均衡になる。

・　部分ゲーム Z（全体のゲームの木）におけるナッシュ均衡



この部分ゲーム Z におけるナッシュ均衡を求めるのは少し難しい。この展開形ゲーム（全体のゲームの木）での A さんと B さんの戦略は p.18 で見たように次の通りであった。

A さんの戦略は次の 2 つ。

① A_1 を選ぶ　：戦略 α_1

② A_2 を選ぶ　：戦略 α_2

B さんの戦略は次の 4 つ。

① A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ　：戦略 β_1

② A さんが A_1 を選べば B_2 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ　：戦略 β_2

③ A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_4 を選ぶ　：戦略 β_3

④ A さんが A_1 を選べば B_2 を選び，A さんが A_2 を選べば B_4 を選ぶ　：戦略 β_4

＊　戦略 β_1 を戦略 $(\mathrm{B}_1, \mathrm{B}_3)$ と書くことも多い。括弧内の左側は「A さんが A_1 を選べば…」，括弧内の右側は「A さんが A_2 を選べば…」に対応しているのである。

これらの戦略からナッシュ均衡を求めるためには，次のような利得表を作ればよい。

	β_1	β_2	β_3	β_4
α_1	(100, 120)	(300, 100)	(100, 120)	(300, 100)
α_2	(120, 150)	(120, 150)	(50, 80)	(50, 80)

この利得表内の利得の設定は，上の戦略 α_1～β_4 と対応させながら見ていけばわかるだろう（例えば，戦略の組 (α_1, β_1) では，A さんが A_1 を選び，B さんが B_1 を選ぶので，利得はゲームの木より $(100, 120)$）。この利得表のナッシュ均衡は (α_1, β_3) と (α_2, β_1) の 2 つである。つまり，部分ゲーム Z におけるナッシュ均衡は戦略の組 (α_1, β_3) と (α_2, β_1) なのである。

では，各部分ゲームにおけるナッシュ均衡をまとめる。

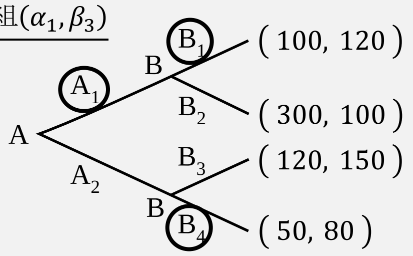
	ナッシュ均衡	
部分ゲーム X	B さんが「B_1を選ぶ」	
部分ゲーム Y	B さんが「B_3を選ぶ」	
部分ゲーム Z	A さんは「A_1を選び」， B さんは「A さんが A_1 を選べば B_1を選び，A_2 を選べば B_4 を選ぶ」	(α_1, β_3)
	A さんは「A_2 を選び」， B さんは「A さんが A_1 を選べば B_1を選び，A_2 を選べば B_3を選ぶ」	(α_2, β_1)

＊ 下線の波線と二重線は共通している箇所を示す印である。

上の表より，戦略の組 (α_2, β_1) は，すべての部分ゲームにおけるナッシュ均衡の状況を含んでいるため，これが部分ゲーム完全均衡になるのである。（p.19 でも「部分ゲーム完全均衡は，戦略の組 (α_2, β_1) である」と書きましたが，これが正しいことが部分ゲーム完全均衡の定義から確認されたわけです）

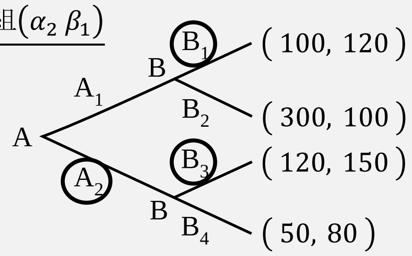
ところで，戦略の組 (α_1, β_3) は部分ゲーム Z におけるナッシュ均衡であったが，部分ゲーム完全均衡ではなかった。戦略の組 (α_1, β_3) と (α_2, β_1) の比較は次の図の通り。

戦略の組(α_1, β_3)



ナッシュ均衡

戦略の組$(\alpha_2\ \beta_1)$



ナッシュ均衡，かつ，部分ゲーム完全均衡

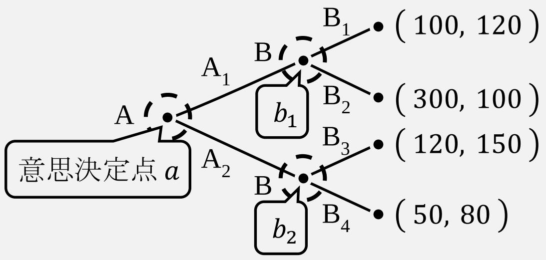
（正確には，部分ゲーム完全均衡もナッシュ均衡に含まれるので，「ナッシュ均衡，かつ，部分ゲーム完全均衡」は正しい表現ではないが，わかりやすさのためこう表現している）

なぜ，戦略の組 (α_1, β_3) が部分ゲーム完全均衡にならないのかというと，左上図の部分ゲーム Y に相当していた箇所において，B さんが明らかに変な行動をしているからである。B さんは得られる利得の大きさから B_3 を選ぶはずであるのに，B_4 を選んでいる（これを空脅しというが，空脅しについて詳しくは＜補足１６＞を参照）。このような空脅しが含まれた戦略の組は部分ゲーム完全均衡からは除外するのである。つまり，ナッシュ均衡から，より実現する可能性が高い戦略の組に絞ったものが部分ゲーム完全均衡ということになる。このように，いくつかのナッシュ均衡から，より実現する可能性が高い戦略の組に絞っていく作業を（ナッシュ）**均衡の精緻化**という。

さて，最後に（混合）戦略，行動戦略の違いを簡単に説明しておこう。これらの概念をきっちりと区別する必要性が出てくるのは，本格的にゲーム理論を勉強しようとする場合であろう。そのため，そのような読者を想定して一言付け加えておくことにしよう。

まず，そもそも，混合戦略，行動戦略は，どちらも「戦略」である。そのため，「戦略と行動戦略の違いは何ですか？」という質問は，質問自体がおかしい。また，＜補足１７＞で説明するように，純粋戦略は広い意味での混合戦略であるので，「混合戦略，行動戦略の違いは何ですか？」 という質問が正しい質問である。それではこの後者の正しい質問について答えていこう。

次のゲームの木における，混合戦略と行動戦略を具体的に示すので，この具体例から違いを理解してほしい。



［混合戦略］

・　A さんの混合戦略

A_1 を選択する確率を p とし，A_2 を選択する確率を $1-p$ とする。

＊ この文章自体が A さんの混合戦略である。わかりにくい人は p の値を設定することが混合戦略だと考えるとどうだろうか。

⇒ $p=1$ とすると，A さんが A_1 を選択するという純粋戦略になる。

・　B さんの混合戦略

「A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ」を選ぶ確率を q_1，
「A さんが A_1 を選べば B_2 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ」を選ぶ確率を q_2，
「A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_4 を選ぶ」を選ぶ確率を q_3，
「A さんが A_1 を選べば B_2 を選び，A さんが A_2 を選べば B_4 を選ぶ」を選ぶ確率を $1-q_1-q_2-q_3$ とする。

＊ 5 行に渡るこの文章が B さんの混合戦略である。

⇒ $q_1=1, q_2=q_3=0$ とすると，B さんが「A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ」を選ぶという純粋戦略になる。

［行動戦略］

・　A さんの行動戦略

（意思決定点 a において）A_1 を選択する確率を s とし，A_2 を選択する確率を $1-t$ とする。

＊ A さんの場合，混合戦略＝行動戦略

・　B さんの行動戦略

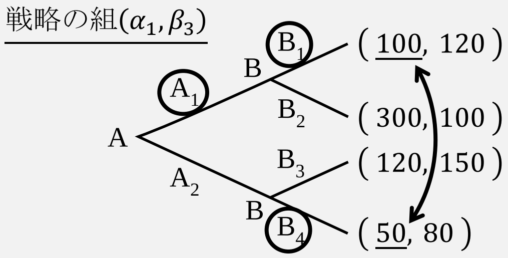
（意思決定点 b_1 において）B_1 を選択する確率を t_1，B_1 を選択する確率を $1-t_1$ とし，
（意思決定点 b_2 において）B_3 を選択する確率を t_2，B_4 を選択する確率を $1-t_2$ とする。

⇒ $t_1=t_2=1$ とすると，混合戦略において $q_1=1, q_2=q_3=0$ とした場合の「A さんが A_1 を選べば B_1 を選び，A さんが A_2 を選べば B_3 を選ぶ」を選ぶという純粋戦略と等しくなる。そのため，確率的な行動を考えないときは「行動戦略＝（純粋）戦略」になるのだ。

＜補足１６＞ 空脅し【やや難】

空脅し（カラ脅し；信憑性のない脅し）について説明していこう。

＜補足１５＞において，次の戦略の組 (α_1, β_3) は，B さんが利得の大きさから B_3 を選ぶはずであるのに，B_4 を選ぶという「変な行動」をとっているので，ナッシュ均衡ではあるが，部分ゲーム完全均衡からは除外するということであった。

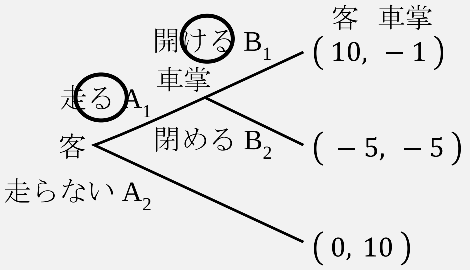


ナッシュ均衡（部分ゲーム完全均衡ではない）

このBさんがB_4を選ぶという「変な行動」を空脅しというというが，この行動のどこが空「脅し」なのだろうか。それは，もし仮にAさんがA_2を選ぶとAさんの利得は100から50に下がってしまうからである。つまり，Bさんが「Aさんよ。もしA_2を選んだら，俺はB_4を選んじゃうよ。そうしたら，Aさんの利得は（100から50に）下がっちゃうよ」という状況になっていうから「脅し」なのである。では，なぜ「空」脅しや「信憑性のない」脅しと呼ばれるのかというと，それは，**＜補足１５＞**でも説明したように，部分ゲーム Y ではBさんはB_3を選ぶはずで，Bさんの「B_4を選ぶよ」という発言は信憑性がないからなのである。

空脅しについては，もっとストーリー性があると面白いので，別の例を挙げよう。動画授業でも解説した「駆け込み乗車」の例を用いることとしよう。

このゲームの木における戦略は，（乗）客は走るA_1を選ぶ（戦略 α_1 ），走らないA_2を選ぶ（戦略 α_2 ），車掌は客が走るA_1を選ぶなら扉を開けるB_1を選ぶ（戦略 β_1 ），客が走るA_1を選ぶなら扉を閉めるB_2を選ぶ（戦略 β_2 ）である。



客＼車掌	開ける β_1	閉める β_2
走る α_1	(10, −1)	(−5, −5)
走らない α_2	(0, 10)	(0, 10)

このゲームの部分ゲーム完全均衡は，戦略の組 (α_1, β_1) ，つまり，「客は走るという戦略を選び，車掌は客が走ってくるなら扉を開けるという戦略を選ぶ」である。

しかし，右上の利得表のように，このゲームのナッシュ均衡としては戦略の組 (α_2, β_2) も存在する。これは，車掌の「お客さん。もし走るを選んだら，私は扉を閉めますよ。そうしたら，お客さんは扉に挟まれて利得が（ 10 から −5 に）下がっちゃうよ！（だた，実際には私の利得が下がるから扉を開けちゃうんだけどね…)」という空脅しが存在しているのである。(ちなみに，動画授業の参入阻止の例では，B 店の「対抗する」が空脅しになっている)

＜補足１７＞ 混合戦略【やや難】

第 15 講の動画授業で次のような男女の争いを紹介した。（男性：Male，女性：Female）

		q	$1-q$
		野球 F_1	買い物 F_2
p	野球 M_1	(2 , 1)	(0 , 0)
$1-p$	買い物 M_2	(0 , 0)	(1 , 2)

デートが成立する箇所がナッシュ均衡で，それは (M_1, F_1) と (M_2, F_2) の 2 箇所であった。しかし，実はこのゲームのナッシュ均衡はもう 1 つある。この隠れたナッシュ均衡の求め方は次の通りである。

男性が野球 M_1 を選ぶ確率を p（確率：probability），買い物 M_2 を選ぶ確率を $1-p$（と女性が予想する）とし，女性が野球 F_1 を選ぶ確率を q，買い物 F_2 を選ぶ確率を $1-q$（と男性が予想する）とする。このように，「確率的に戦略を選ぶ」という戦略を**混合戦略**という。それに対して，これまで見てきたような戦略は**純粋戦略**（純戦略）という。（ただし，$p=1$ や $p=0$ などのケースが純粋戦略であるため，純粋戦略も広い意味では混合戦略である）

＊ 確率はすべて足しても 1（100%）にしかならないので，p と $1-p$ などと設定する。

ここで，男性が野球 M_1 を選んだ場合の男性の**期待利得**（利得の期待値）を計算する。期待値とは，値とその値をとる確率をかけ算し，すべて足し合わせたものであるが，この説明文では伝わりづらいので実際に計算してみよう。

		q	$1-q$
		野球 F_1	買い物 F_2
p	野球 M_1	(2 , 1)	(0 , 0)
$1-p$	買い物 M_2	(0 , 0)	(1 , 2)

男性が野球 M_1 を選んだ場合の男性の期待利得 $= \underline{2} \times \underline{q} + \boxed{0} \times \left(\boxed{1-q}\right) = 2q$ ⋯（Ⅰ）

＊ 表中の下線と四角囲いは，式中の下線と四角囲いに対応している。

なぜこのように式が書けるのかというと，その理由は表中の太線の四角内にある。もし女性が野球 F_1 を選べば，男性の利得は 2 になるわけだが，この利得 2 が実現する確率は q である（なぜなら，女性が野球 F_1 を選ぶ確率が q だからである）。同様に，もし女性が買い物 F_2 を選べば，男性の利得は 0 になるわけだが，この利得 0 が実現する確率は $1-q$ である。したがって，期待値を計算すると，$2 \times q + 0 \times (1-q) = 2q$ となったというわけである。

同様に考えると，

男性が買い物 M_2 を選んだ場合の男性の期待利得 $= \underline{0} \times \underline{q} + \boxed{1} \times \left(\boxed{1-q}\right) = 1-q$ ⋯（Ⅱ）

になる。（下表との対応をよく見て欲しい）

		q	$1-q$
		野球 F_1	買い物 F_2
p	野球 M_1	(2 , 1)	(0 , 0)
$1-p$	買い物 M_2	(0 , 0)	(1 , 2)

（Ⅰ）式と（Ⅱ）式から，

$$\underbrace{2q}_{\text{野球 } \mathrm{M}_1} \;>\; \underbrace{1-q}_{\text{買い物 } \mathrm{M}_2} \qquad \left(\rightarrow\ 3q>1\ \rightarrow\ q>\frac{1}{3}\right)$$

とすると，この不等式（$2q>1-q$）は，男性は買い物 M_2 を選ぶより野球 M_1 を選んだときの期待利得の方が大きいことを意味している。

言い換えると，$q>1/3$ のとき，男性は野球 M_1 を選ぶべき（つまり，野球 M_1 を選ぶ確率である p の値を 1 にすべき）ということである。これは，$q>1/3$ のときの男性の最適反応は $p=1$ になるということである。（直感的には，女性の野球 F_1 を選ぶ確率 q が高ければ，男性も野球 M_1 を選ぶべき，というごく当然な内容である）

逆に，

$$\underbrace{2q}_{\text{野球 } \mathrm{M}_1} \;<\; \underbrace{1-q}_{\text{買い物 } \mathrm{M}_2} \qquad \left(\rightarrow\ 3q<1\ \rightarrow\ q<\frac{1}{3}\right)$$

であれば，$q<1/3$ のとき，男性は買い物 M_2 を選ぶべき（野球 M_1 を選ぶ確率 p の値を 0，つまり，買い物 M_2 を選ぶ確率 $1-p$ の値を 1 にすべき）ということになる。これは，$q<1/3$ のときの男性の最適反応は $p=0$ になるということである。（直感的には，女性が買い物を選びそうなら，男性も買い物を選ぶべきということ）

次に，

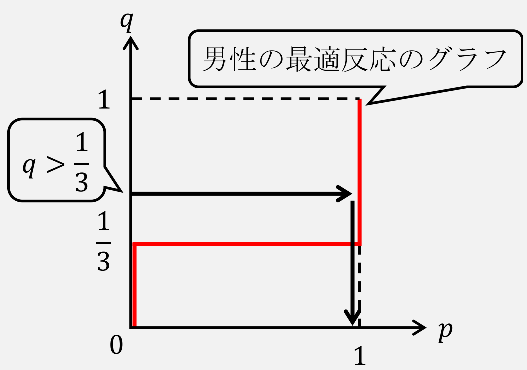
$$\underbrace{2q}_{\text{野球 } \mathrm{M}_1} \;=\; \underbrace{1-q}_{\text{買い物 } \mathrm{M}_2} \qquad \left(\rightarrow\ 3q=1\ \rightarrow\ q=\frac{1}{3}\right)$$

とすると，この等式（$2q=1-q$）は，男性は野球 M_1 を選んでも買い物 M_2 を選んでも期待利得は変わらないことを意味している。言い換えると，$q=1/3$ のとき，男性は野球 M_1 を選ぶ確率 p をどのような値（$0\le p\le 1$）にしても期待利得は変わらないということになる。これは，$q=1/3$ のときの男性の最適反応は $0\le p\le 1$（要は p の値は何でもいい）になるということである。

＊ $\le$ と $\leqq$ は同じ意味であるが，大学（や海外）では $\le$ を用いる。

これで男性の最適反応が出そろったので，まとめると左下のようになる。これをグラフで書いたものが右下図である。（横軸も縦軸も確率であるので，0 から 1 までの値をとる）

$$\text{男性の最適反応：}\begin{cases} q>\dfrac{1}{3}\ \text{のとき，}\ p=1 \\ q<\dfrac{1}{3}\ \text{のとき，}\ p=0 \\ q=\dfrac{1}{3}\ \text{のとき，}\ 0\le p\le 1 \end{cases}$$



右上図中のグラフが男性の最適反応を表していることは，矢印の箇所を見ればわかるだろう。この矢印は $q>1/3$ のときの男性の最適反応は $p=1$ になることを表している。

ここまで長々と説明してきたが，ようやく男性の最適反応がわかった。次は，女性の最適反応についてである。考え方は男性の最適反応の求め方と同じであるので駆け足でいこう。

		q	$1-q$
		野球 $\mathrm{F_1}$	買い物 $\mathrm{F_2}$
$\underline{p}$	野球 $\mathrm{M_1}$	$(2,\underline{1})$	$(0,0)$
$\boxed{1-p}$	買い物 $\mathrm{M_2}$	$(0,\boxed{0})$	$(1,2)$

女性が野球 $\mathrm{F_1}$ を選んだ場合の女性の期待利得 $=\underline{1}\times\underline{p}+\boxed{0}\times\left(\boxed{1-p}\right)=p$　⋯（Ⅲ）

次に，

		q	$1-q$
		野球 $\mathrm{F_1}$	買い物 $\mathrm{F_2}$
$\underline{p}$	野球 $\mathrm{M_1}$	$(2,1)$	$(0,\underline{0})$
$\boxed{1-p}$	買い物 $\mathrm{M_2}$	$(0,0)$	$(1,\boxed{2})$

女性が買い物 $\mathrm{F_2}$ を選んだ場合の女性の期待利得 $=\underline{0}\times\underline{p}+\boxed{2}\times\left(\boxed{1-p}\right)=2-2p$　⋯（Ⅳ）

（Ⅲ）式と（Ⅳ）式から，

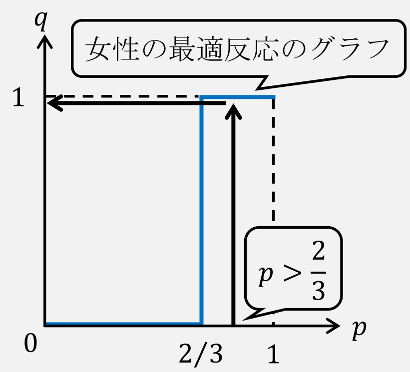
$$\underbrace{p}_{\text{野球 }\mathrm{F_1}}>\underbrace{2-2p}_{\text{買い物 }\mathrm{F_2}}\quad\left(\to\ 3p>2\ \to\ p>\frac{2}{3}\right)$$

とすると，この不等式（$p>2-2p$）は，女性は買い物 $\mathrm{F_2}$ を選ぶより野球 $\mathrm{F_1}$ を選んだときの期待利得の方が大きいことを意味している。これは，$p>2/3$ のときの女性の最適反応は野球 $\mathrm{F_1}$ を選ぶこと（$q=1$）になるということである。

逆に，$p<2/3$ のときの女性の最適反応は買い物 $\mathrm{F_2}$ を選ぶこと（$q=0$）になる。また，$p=2/3$ のときの女性の最適反応は $0\leq q\leq 1$（要は q の値は何でもいい）になる。

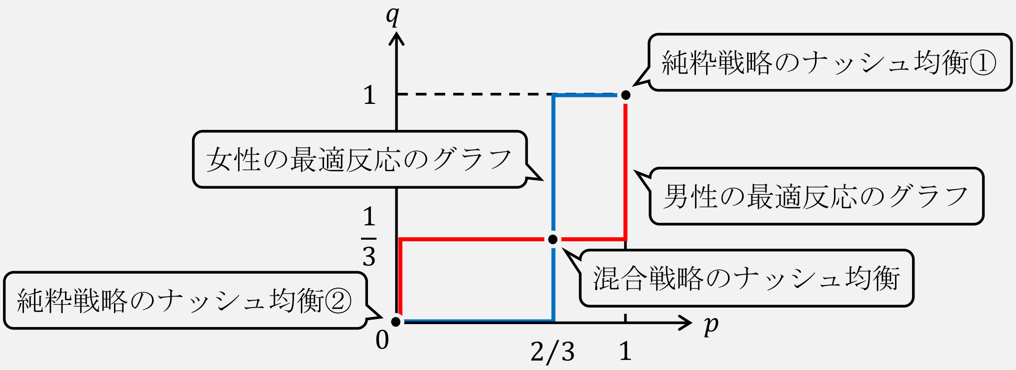
女性の最適反応は左下のようにまとめることができ，グラフに書くと右下図になる。

$$\text{女性の最適反応：}\begin{cases} p>\dfrac{2}{3}\text{のとき，}\ q=1 \\ p<\dfrac{2}{3}\text{のとき，}\ q=0 \\ p=\dfrac{2}{3}\text{のとき，}\ 0\leq q\leq 1 \end{cases}$$



右上図中の矢印は $p>2/3$ のときの女性の最適反応が $q=1$ になることを表している。もちろん，$p<2/3$ のときの女性の最適反応が $q=0$ になることや，$p=2/3$ のときの女性の最適反応が $0\leq q\leq 1$ になることもこのグラフで表されている。

最後に，男性の最適反応のグラフと女性の最適反応のグラフを 1 つの図に書き入れよう。



上図から，男性の最適反応のグラフと女性の最適反応のグラフには交点が 3 つあることがわかる。その 3 点を座標で表すと次の通りである。

$$(p,q)=(1,1),(0,0),\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$$

これら 3 点はナッシュ均衡である。なぜなら，男性の最適反応のグラフと女性の最適反応のグラフの交点ということは，男性と女性が同時に最適反応していることになるので，まさにナッシュ均衡の定義そのものなのである。

ところで，$(p,q)=(1,1)$ と $(p,q)=(0,0)$ は純粋戦略のナッシュ均衡であり，動画授業でも確認した以下の利得表における 2 つのナッシュ均衡に対応している。（p は男性が野球 M_1 を選ぶ確率，q は女性が野球 F_1 を選ぶ確率であったので，$(p,q)=(1,1)$ は男性が野球 M_1 を選び，女性が野球 F_1 を選ぶことを意味している）

$(p,q)=(1,1)$ に対応

	野球 F_1	買い物 F_2
野球 M_1	(2, 1)	(0, 0)
買い物 M_2	(0, 0)	(1, 2)

$(p,q)=(0,0)$ に対応

それに対して，$(p,q)=(2/3,1/3)$ が混合戦略のナッシュ均衡であり，これが利得表には表れていない隠れたナッシュ均衡だったのである。

ところで，ジョン・ナッシュは，混合戦略まで考慮に入れると，すべての戦略形ゲームにナッシュ均衡が存在することを証明している。第 15 講の動画授業では，じゃんけんにはナッシュ均衡はないと言ったが，じゃんけんにも混合戦略のナッシュ均衡は存在する。計算はゲーム理論の入門書に譲るが，じゃんけんでの混合戦略のナッシュ均衡は，各プレイヤーとも，グー・チョキ・パーを等確率（1/3，つまり 33.3%ずつの確率）で出すことなのである。

ところで，じゃんけんグリコ（グーで勝てば 3 歩，チョキで勝てば 6 歩，パーで勝てば 6 歩進めるルール）はどうだろうか？ナッシュ均衡はあるのだろうか？我田引水になってしまい恐縮であるが，以前，私はグリコについて共同研究者と論文を書いたことがある。論文の主な内容は，ゴールまでの残り歩数によって，混合戦略のナッシュ均衡は異なるというものであった。例えば，A さんと B さんがグリコをするとし，A さんはあと 10 歩でゴール，B さんはあと 20 歩でゴールするとしよう。混合戦略のナッシュ均衡では，A さんはグーを 39.6%，チョキを 41.0%，パーを 19.4%で出すといったような結論が得られるのである。

加藤真也・小嶋寿史（2019）「「グリコ」のゲーム理論的アプローチ」岡山商大論叢，第 34 巻第 3 号

＜補足１８＞ 進化ゲーム【やや難】

最後に，生物学で始まったゲーム理論の分野である「進化ゲーム」について簡単に紹介しよう。岡田（2014）p.259 の「コンピュータの OS 選択」を例に説明していく。

＊ 岡田章（2014）『ゲーム理論・入門 新版－人間社会の理解のために』有斐閣

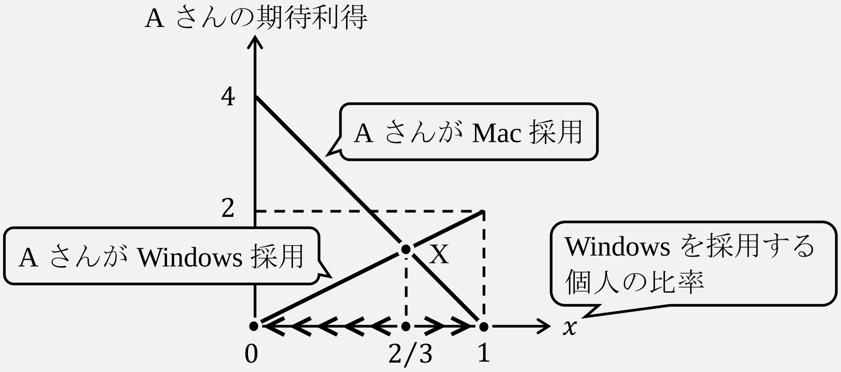
コンピュータの OS として代表的なものに Windows と Mac がある。次の利得表で表される A さんと B さんの 2 人ゲームがあるとする。この利得表が意味することは，2 人が別々の OS を用いていると双方にとって不便であり，どちらか一方の OS を 2 人が用いた方が便利だということだ。（利得は数値例であり，Windows の方の利得を高くしてもいいだろう）

	x Windows B_1	$1-x$ Mac B_2
Windows A_1	(2, 2)	(0, 0)
Mac A_2	(0, 0)	(4, 4)

この利得表のナッシュ均衡は 2 つあり，戦略の組 (A_1, B_1) と (A_2, B_2) である。もちろん，どちらの戦略の組が実現するかはわからない。そこで，進化ゲームではこの利得表から，次のようにして社会の人々が Windows を採用するのか Mac を採用するかを考えるのである。

Windows を採用する個人の比率を x とし，Mac を採用する個人の比率を $1-x$ とする。（上の利得表では，＜補足１７＞で学んだように B さんが Windows を採用する確率を x，Mac を採用する確率を $1-x$ とするかのように書いている）

このとき，A さんの期待利得は，Windows を採用するとき，$2 \cdot x + 0 \cdot (1-x) = 2x$ となり，Mac を採用するとき，$0 \cdot x + 4 \cdot (1-x) = -4x + 4$ となる。これより下図が書ける。



この 2 直線の連立方程式から，$2x = -4x + 4 \ \rightarrow \ 6x = 4 \ \rightarrow \ x = 2/3$ と，点 X の x 座標の値を求めることができる。さて，$x = 2/3$，つまり，Windows を採用する個人の比率が $2/3$（66.7%）より小さい場合（点 X よりも左側の場合），2 直線のうち「A さんが Mac 採用」の直線が「A さんが Windows 採用」の直線よりも上にある。これは，A さんを含め，個人にとって Mac を採用することの期待利得が Windows を採用する期待利得よりも高いことを表している。すると，人々はどんどん Mac を採用していき，長期的には $x = 0$（Windows を採用する個人の比率が 0。つまり，全員 Mac を採用する）となるのである（逆に，Windows を採用する個人の比率が $2/3$ より大きい場合は長期的に $x = 1$ になる。つまり，全員 Windows を採用する）。このように，長期的にコンピュータの OS のどちらが主流になるかは，利得の大きさや，初期状態（初期の x の値）が重要だということがわかるだろう。

